INTRODUZIONE AL RUMORE NEI CIRCUITI ELETTRONICI

Se prendiamo un qualsiasi circuito elettronico ed andiamo ad analizzare il valore di una grandezza elettrica (tensione o corrente) in un punto, vediamo che non è stabile e pulito nel tempo ma fluttua attorno al valore aspettato s(t).
La **fluttuazione** __casuale__ **attorno al segnale è chiamata RUMORE** e la indichiamo con **n(t)**. Nel caso ad esempio della tensione V(t) all'uscita di un circuito, possiamo considerarlo come la somma:

$$V(t) = s(t) + n(t) + d(t)$$

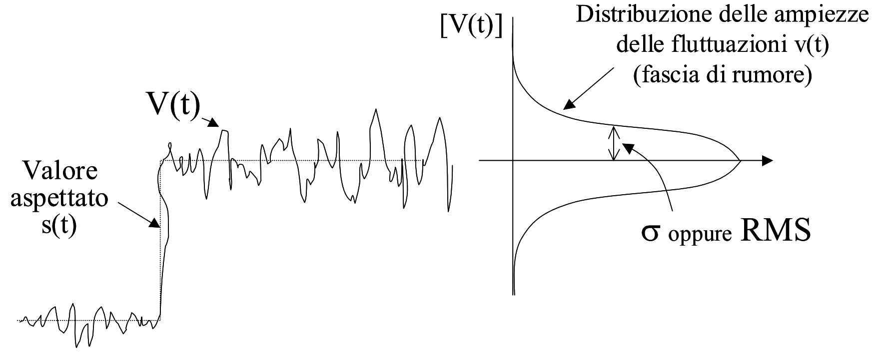
Nel seguito non considereremo i __disturbi d(t)__, intesi come fluttuazioni del segnale certamente indesiderate ma riconducibili a cause precise (induzioni, interferenze) e quindi in linea di principio eliminabili con una attenta realizzazione o schermatura del sistema elettronico.
Il rumore, rendendo l'identificazione del segnale meno nitida, ci porta a commettere un errore più o meno grande nella misura di s(t) ad esempio, ed in alcuni casi può addirittura rendere impossibile il riconoscimento di un segnale.

Per capire il rumore ed i suoi effetti nei sistemi elettronici, andiamo ad analizzare quindi:
- quali sono le modalità di rappresentazione del rumore e quali sono i parametri che ne quantificano l'entità;
- quali sono, in un circuito elettronico,le sorgenti fisiche di rumore;
- come il rumore, generato localmente da un componente, si propaga verso l'uscita del circuito "aggiungendosi" al segnale;
- come poterne ridurre l'entità.

RAPPRESENTAZIONE DEL RUMORE

CARATTERIZZAZIONE DEL RUMORE

Il rumore NON è caratterizzato dal suo andamento nel tempo n(t), perché per sua natura n(t) è diverso da una osservazione all'altra e perché non è predicibile, cioè non possiamo predire quale ne sarà il valore n(t+dt) all'istante successivo all'osservazione.
Essendo una **grandezza casuale**, il rumore potrà essere unicamente caratterizzato da grandezze che ne sintetizzano la sua distribuzione statistica. In particolare, facendo la distribuzione delle ampiezze delle fluttuazioni, si potrà ricavarne il **valore medio** ed il **valore quadratico medio**.



Distribuzione gaussiana del rumore

Nella grande maggioranza dei casi, la distribuzione delle fluttuazioni (rumore) ha una forma ben approssimabile ad una gaussiana centrata proprio sul livello di segnale idealmente presente in quel punto se non ci fosse rumore. Questo è equivalente a dire che il **valore medio del rumore è nullo**.

L'entità delle fluttuazioni (in gergo, l'ampiezza della "barba" di rumore) viene caratterizzata dalla **deviazione standard (σ)** della distribuzione, la cui dimensione è il Volt [V] se si stà misurando un segnale di tensione o l'Ampère [A] se si sta misurando un segnale di corrente. Essa è calcolata facendo il quadrato degli scostamenti introdotti dal rumore rispetto alla linea di segnale s(t), mediandoli tutti (si ottiene così il **valore quadratico medio,** $\overline{n^2(t)}$, del rumore, che è una grandezza che ha le dimensioni di V^2 oppure di A^2) e poi estraendone la radice. Il risultato è un numero che ha proprio le stesse dimensioni del segnale (V oppure A, come già detto) grazie al quale è semplice ed immediato fare un confronto diretto della "ampiezza" del rumore con l'ampiezza del segnale.

Per come è ottenuto, la deviazione standard σ è anche indicata come **"valore RMS" del rumore**, dove RMS significa Root Mean Square, cioè appunto Radice quadrata del valore Quadratico Medio.

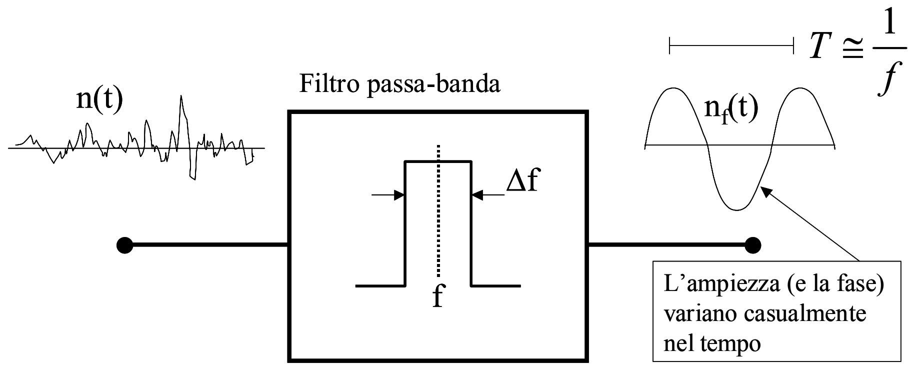
Si ricordi che in una distribuzione Gaussiana circa il 63% delle fluttuazioni totali è contenuto in ±σ.

Potenza di rumore

Il valore quadratico medio del rumore, che ricordiamoci ha le dimensioni di $[V^2]$ o $[A^2]$, ci da la potenza trasportata dal rumore stesso.

SPETTRO DEL RUMORE

Come ogni segnale elettrico, anche il rumore n(t) può essere pensato come somma di onde sinusoidali generatrici.
Per estrarre ognuna di queste **componenti armoniche del rumore**, in particolare quella alla frequenza f, si può pensare di prendere il rumore n(t) e di farlo passare in un circuito passa banda centrato proprio alla frequenza f ed avente una piccola larghezza di banda Δf. All'uscita avrò solo sinusoidi $n_f(t)$ di frequenza compresa tra (f-Δf/2) e (f+Δf/2).
Poiché il rumore n(t) all'ingresso, come più volte sottolineato, ha un andamento temporale casuale in ampiezza, così sarà per le singole sinusoidi $n_f(t)$ in uscita dal filtro.
Esse quindi potranno essere caratterizzate dal loro valore medio (che sarà ovviamente zero) e dal loro valore quadratico medio, $\overline{n_f^2(t)}$.



Se misuro il valore quadratico medio dell'insieme delle sinusoidi che escono dal filtro passabanda e lo divido per la larghezza Δf del filtro, ottengo il valore quadratico medio del pacchetto di sinusoidi che differiscono al più di 1Hz in frequenza. Coerentemente con ciò, questa grandezza è chiamata **densità spettrale di potenza** del rumore alla frequenza *f*, ha le dimensioni di [V^2/Hz] o [A^2/Hz] e la indichiamo con $S(f) = \overline{n_f^2(t)} \big/ \Delta f$.

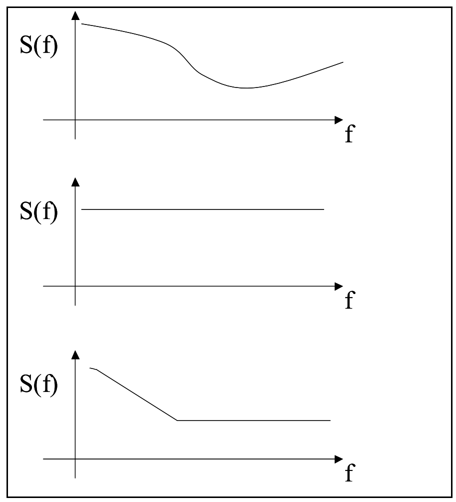
Ripetendo il procedimento variando la frequenza centrale f del filtro, si può ottenere la densità spettrale di potenza del rumore a tutte le frequenze. Esso costituisce lo **spettro di potenza** del rumore.

Spettro di potenza

Lo spettro di potenza del rumore può avere un andamento in linea di principio qualsivoglia.

Se lo spettro è piatto, cioè se il valore quadratico medio di ogni componente in frequenza del rumore è uguale alle altre, si dice che lo spettro è bianco.

Se lo spettro non è bianco, in gergo si dice che è "colorato". Ad esempio, se sono più ampie le frequenze basse si dice che il rumore è rosa, in analogia con l'effetto che si avrebbe in luce visibile.



E' intuitivo pensare che la potenza del rumore totale n(t) (cioè il suo valore quadratico medio, $\overline{n^2(t)}$) sia la somma delle potenze trasportate dalle singole componenti sinusoidali, cioè che

$$\overline{n^2(t)} = \int_0^\infty S(f)df \qquad (1)$$

Verifica analitica:

Si considerino due sinusoidi : $U(t) = A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t$
Il valore quadratico medio della somma è :

$$\overline{u^2(t)} = \overline{(A \sin \omega_1 t)^2} + \overline{(B \sin \omega_2 t)^2} + 2AB\overline{(\sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t)} = \frac{A^2}{2} + \frac{B^2}{2} + 0$$

Il risultato è appunto la somma dei valori quadratici medi delle singole sinusoidi.

Se si estrae la radice quadrata dell'espressione (1), si ottiene il valore RMS del rumore.

SORGENTI DI RUMORE IN UN CIRCUITO

Per quantificare l'entità del rumore presente in un punto di un circuito bisogna innanzitutto conoscere il rumore prodotto da ogni dispositivo che lo compone. L'informazione di interesse che descrive completamente un dispositivo dal punto di vista del rumore è il suo spettro di potenza.

Rumore di un resistore

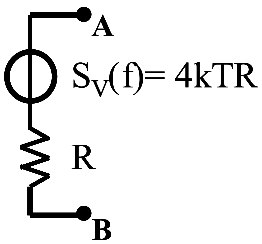
La causa fisica del rumore elettronico in un resistore é il moto statistico dei portatori di carica (elettroni e/o lacune) nel dispositivo (moto browniano). Di conseguenza, la differenza di potenziale tra i morsetti di un resistore a vuoto (cioè non collegato) non é sempre rigorosamente nulla ma fluttua attorno al valore V=0V. Ad un certo istante può accadere che nel loro moto casuale, gli elettroni si trovino più numerosi in prossimità di un morsetto piuttosto che dell'altro, determinando in quell'istante una differenza di potenziale non nulla tra i morsetti. Queste fluttuazioni della tensione tra i morsetti di un resistore scollegato la chiamiamo rumore.
Poiché la tensione ai morsetti di un resistere a vuoto fluttua, é naturale pensare di rappresentare il resistore reale come un resistere ideale privo di rumore con in **serie** un generatore di tensione variabile. La tensione erogata da questo generatore avrà valore medio nullo ma **valore quadratico medio NON nullo**. Se si misurasse lo spettro del rumore di tensione di una resistenza di valore R, si troverebbe che esso è in buona approssimazione uno **spettro bianco con densità spettrale**

$$\mathbf{S_V(f) = 4\ kT\ R}$$

Questo risultato ci dice che il rumore di tensione di un resistore è tanto maggiore quanto maggiore è la temperatura T di funzionamento e quanto maggiore è il suo valore R. Il fattore di proporzionalità k è la costante di Boltzmann. Il rumore di una resistenza è anche chiamato **rumore termico** o anche **rumore Johnson** dal nome dello scienziato che per primo lo ha misurato negli anni '20.

CIRCUITO EQUIVALENTE DI UN RESISTORE RUMOROSO

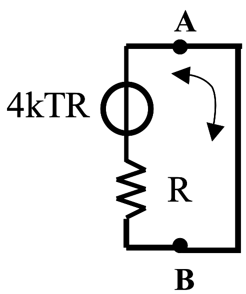
Se resistore è in un circuito aperto:



Fluttuazione di corrente : NULLA

Fluttuazione di tensione tra A e B : $S_V(f) = 4kTR$

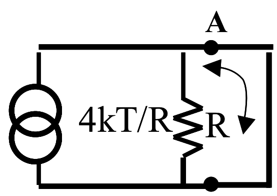
Se resistore è cortocircuitato:



Fluttuazione di corrente : $S_I(f) = \frac{4kTR}{R^2} = \frac{4kT}{R}$

Fluttuazione di tensione tra A e B : NULLA

Di cui si può fare l'equivalente NORTON :



Rumore di canale di un MOSFET

Anche il canale di un MOSFET è un resistore, avente una resistenza pari a $1/g_m$. Esso effettivamente genera un rumore termico che, per come viene normalmente usato un transistore, è comodo esprimere con la densità spettrale di corrente. Il valore della densità spettrale contiene un piccolo fattore correttivo pari a 2/3 che deriva dal fatto che il canale è un resistore con resistenza non omogenea lungo tutto il canale ma variabile dal source al punto di pinch-off. Essa è pari a :

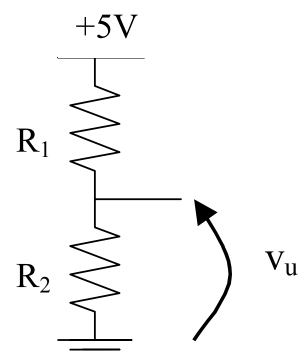
$$S_I(f) = \frac{4kT}{1/g_m}\frac{2}{3}$$

RUMORE IN UN CIRCUITO - Calcolo del rumore in uscita

E' naturale in un circuito semplice o complesso che sia, chiedersi quale sia l'entità del rumore complessivo generato dai singoli componenti del circuito e presente, ad esempio, al morsetto di uscita del circuito stesso.
L'importanza di questo calcolo risiede nella considerazione che quando applichiamo un segnale al circuito, affinché esso sia rilevabile all'uscita, è necessario che esso sia riconoscibile rispetto alle fluttuazioni statistiche presenti nello stesso punto e dovute al rumore. Questa affermazione può essere tradotta in termini quantitativi facendo riferimento al rapporto (S/N) tra l'ampiezza del segnale, S, ed il valore RMS (Root Mean Square, cioè la radice quadrata del valore quadratico medio) della fascia di rumore ad esso sovrapposto, N.
Il minimo segnale misurabile può essere definito come il segnale la cui ampiezza eguaglia il valore efficace delle fluttuazioni (S/N=1).
Vediamo pertanto innanzitutto come calcolare il valore RMS delle fluttuazioni di rumore in un circuito.

Prendiamo il semplice circuito qui accanto e poniamoci l'obiettivo di calcolare l'entità del rumore in uscita [$v_u(t)$] in termini sia di densità spettrale, $S_u(f)$, che di valore quadratico medio, $\overline{v_u^2}$, delle fluttuazioni della tensione $v_u(t)$.

Si supponga inizialmente, per semplicità, che solo la resistenza R_2 generi rumore.

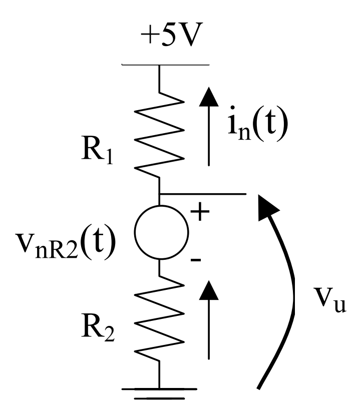


Ci sono 2 possibili modalità di calcolo, alternative tra di loro, che conducono allo stesso risultato:

MODALITA' 1.

- *Associo al componente il suo generatore di rumore (tensione o corrente a seconda della causa fisica o della comodità di calcolo), identificandolo come generatore che produce* *__un segnale nel tempo__*.

- Calcolo il trasferimento del generatore sull'uscita, in modo del tutto analogo a quello che farei se fosse un semplice generatore di segnale.



Nel nostro esempio avrei che la corrente nella maglia è $i_n(t) = \dfrac{v_{n_{R2}}}{R_1 + R_2}$

__Nota__: *Il segno di* $v_{n_{R2}}(t)$ *è arbitrario, ma il verso della corrente gli deve essere congruente.*

La tensione in uscita è

$$v_u(t) = i_n(t) \cdot R_1 = v_{n_{R2}}(t) \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

oppure, indifferentemente,

$$v_u(t) = v_{n_{R2}}(t) - i_n(t)\cdot R_2 = v_{n_{R2}}(t) - v_{n_{R2}}(t)\frac{R_2}{R_1+R_2} = v_{n_{R2}}(t)\frac{R_1}{R_1+R_2}.$$

- *Converto il "segnale" in densità spettrale, facendo il valore quadratico medio dell'espressione*. In pratica, noi non conosciamo l'andamento nel tempo del rumore ma solo le sue caratteristiche medie. In particolare, l'informazione normalmente disponibile è la sua potenza media al variare della frequenza espressa mediante la densità spettrale di potenza. Siccome la potenza media è legata al valore quadratico medio del segnale, il legame tra la d.s.p. della resistenza R_2 ($S_{n_{R2}}(f)$) e la d.s.p. della tensione di uscita (S_u) è data dal quadrato dell'espressione precedentemente calcolata:

$$S_u(f) = S_{n_{R2}}(f)\frac{R_1^2}{(R_1+R_2)^2} = 4kTR_2\cdot\frac{R_1^2}{(R_1+R_2)^2}$$

- C*alcolo il valore quadratico medio, $\overline{v_u^2}$, delle fluttuazioni nel tempo dell'uscita.* Conoscendo la distribuzione in frequenza della potenza in uscita, S_u, per ottenere la potenza complessiva basta sommare (cioè integrare) i singoli contributi alle diverse frequenze*:*

$$\overline{v_u^2} = \int_0^{\text{Banda}} S_u(f)df$$

dove si è integrato sulla banda del circuito, o dello strumento che mi permette di visualizzare l'andamento nel tempo della tensione di uscita (tipicamente l'oscilloscopio).

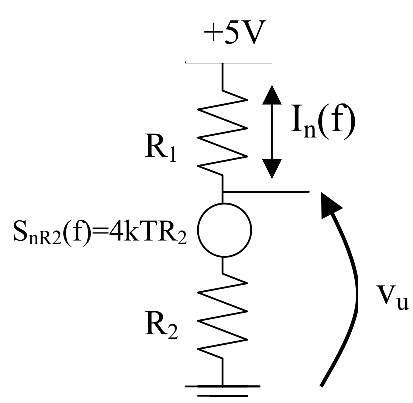
- *Faccio la radice quadrata del valore trovato* (RMS significa Root Mean Square, cioè radice del valore quadratico medio), così da avere l'ampiezza della fascia di rumore da confrontarsi con il possibile segnale sovrapposto:

$$RMS_{rumore} = \sqrt{\overline{v_u^2}}$$

MODALITA' 2.

- *Associo al componente il suo generatore di rumore (tensione o corrente a seconda della causa fisica o della comodità di calcolo), identificandolo come generatore che produce una <u>densità spettrale di potenza</u>.*

- *Calcolo il trasferimento del generatore sull'uscita, ricordando che devo considerare il quadrato della funzione di trasferimento.*



$$S_u(f) = S_{n_{R2}}(f)\frac{R_1^2}{(R_1+R_2)^2} = 4kTR_2\cdot\frac{R_1^2}{(R_1+R_2)^2}$$

- *Come prima, se voglio calcolare il valore quadratico medio, $\overline{v_u^2}$, delle fluttuazioni nel tempo dell'uscita, faccio:*

$$\overline{v_u^2} = \int_0^{\text{Banda}} S_u(f)df$$

dove si è integrato sulla banda del circuito, o dello strumento che mi permette di visualizzare l'andamento nel tempo della tensione di uscita (tipicamente l'oscilloscopio).

La strada proposta con questa seconda modalità sembra più semplice ed immediata, ma va seguita con cautela perché ha i seguenti "svantaggi":

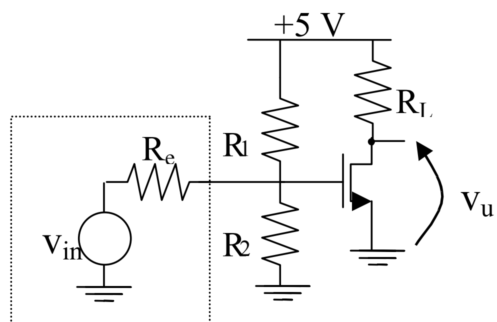
- Non permette di considerare le correlazioni tra i segnali. Per esempio, nel caso in esame si perde la correlazione tra il generatore di tensione $S_{n_{R2}}(f)$ e la corrente di rumore attivata nella maglia. Per cui, risulta impossibile calcolare $S_u(f)$ come "somma" di $S_{n_{R2}}(f)$ e della caduta di tensione ai capi di R_2. Infatti
- Se nel circuito sono presenti degli elementi conservativi (capacità ed induttanze), il calcolo può essere più complicato e generare dubbi.

<u>Esercizio:</u>

Calcolare il rumore in uscita all'amplificatore della figura accanto, dovuto a tutti i componenti che lo costituiscono.

Confrontare i vari contributi ed evidenziare la sorgente di rumore più importante.

Indicare le precauzioni da prendere in fase di progetto dell'amplificatore in modo da avere il rumore più piccolo possibile.



- *Innanzitutto si associa ad ogni componente un proprio generatore equivalente di rumore*. I generatori rappresentano fluttuazioni aventi cause fisiche differenti e <u>indipendenti</u>.

- *Si valuta il trasferimento di ciascun generatore verso il morsetto di uscita*, utilizzando una delle modalità introdotte prime.

Si ottiene così :

$$S_u(f) = 4kTR_1 \cdot \frac{\left(R_{eq} \| R_2\right)^2}{(R_1 + R_{eq} \| R_2)^2} \cdot g_m^2 \cdot R_L^2 + 4kTR_2 \cdot \frac{\left(R_{eq} \| R_1\right)^2}{(R_1 + R_{eq} \| R_1)^2} \cdot g_m^2 \cdot R_L^2 +$$

$$+ 4kTR_{eq} \cdot \frac{\left(R_1 \| R_2\right)^2}{(R_{eq} + R_1 \| R_2)^2} \cdot g_m^2 \cdot R_L^2 + \frac{4kT}{1/g_m}\left(\frac{2}{3}\right) \cdot R_L^2 + 4kTR_L$$

- Confrontiamo i primi 3 addendi, che si riferiscono alle resistenze in ingresso R_1, R_2 e R_{eq}. Come ben sappiamo (in base a motivi di ottimizzazione del trasferimento di segnale da v_{in} a v_{gs}, di minimizzazione della potenza dissipata stazionaria e altro), siamo portati a volere R_{eq} piccola e R_1 ed R_2 grandi. Così facendo effettivamente anche il rumore viene ridotto al minimo !
Infatti, i primi 3 termini, quando $R_{eq} \ll R_1$ e R_2, diventano:

$$\cong 4kT \cdot \left(\frac{R_{eq}^2}{R_1} + \frac{R_{eq}^2}{R_2} + R_{eq}\right) \cdot g_m^2 \cdot R_L^2 \approx 4kT \cdot R_{eq} \cdot g_m^2 \cdot R_L^2$$

dove si vede chiaramente che se le resistenze di polarizzazione sono di valore elevato, il loro rumore si scarica sulla bassa impedenza R_{eq} dello stadio di pilotaggio e non danno contributi significativi all'uscita: più piccola è la resistenza di uscita dello stadio di pilotaggio meglio è !

Quindi il rumore totale in uscita è sostanzialmente pari a :

$$S_u(f) \cong 4kT \cdot R_{eq} \cdot g_m^2 \cdot R_L^2 + \frac{4kT}{1/g_m}\left(\frac{2}{3}\right) \cdot R_L^2 + 4kT \cdot R_L$$

- Confrontando di nuovo gli addendi, ed in particolare i primi due, si vede che è prevalente il primo od il secondo termine a seconda che sia più grande R_{eq} o $\frac{2}{3}\frac{1}{g_m}$. Come più volte visto in varie altre occasioni e per altri motivi, polarizzare il transistore con transconduttanze elevate (quindi alte correnti) è vantaggioso anche dal punto di vista del rumore !

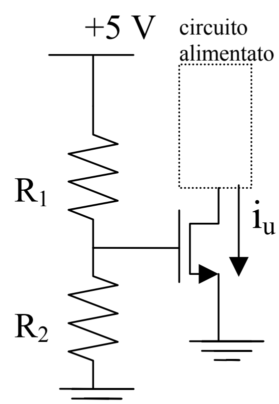
- L'ultimo termine difficilmente introduce un contributo di rumore prevalente; basta infatti che il guadagno sia maggiore di 1 (R_L>1/g_m) perché esso sia una frazione del secondo addendo.

Esercizio

Si consideri il generatore di corrente qui accanto.

Valutare l'entità del rumore presente nella corrente prodotta al drain, identificando i singoli contributi dati da ogni componente.

Indicare un intervento circuitale che permetta di minimizzare il valore RMS del rumore di corrente di uscita.

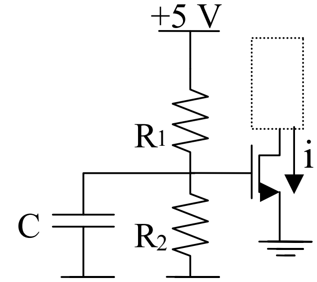


Il circuito è molto simile a quello dell'esercizio precedente e l'espressione della densità spettrale della corrente di uscita è ricavata in maniera analoga, ottenendo

$$S_u(f) = 4kTR_1 \cdot \frac{R_2^2}{(R_1+R_2)^2} \cdot g_m^2 + 4kTR_2 \cdot \frac{R_1^2}{(R_1+R_2)^2} \cdot g_m^2 + \frac{4kT}{1/g_m}\left(\frac{2}{3}\right)$$

Le conseguenze della mancanza di R_{eq} sono pero' enormi. Ora le due resistenze R_1 ed R_2 producono un gran rumore che non trova più modo di scaricarsi in R_{eq} e viene pertanto riproposto in uscita, diventando la fonte di rumore prevalente !

Una soluzione a questo problema potrebbe essere quella di scegliere R_1 ed R_2 molto piccole ed avere così una bassa densità spettrale di rumore; questa scelta è brutta perché fa consumare molta potenza elettrica statica al circuito. Meglio è mettere tra Gate e massa una capacità. Questa seconda soluzione permette di ridurre il valore RMS del rumore in uscita limitando la banda (da 0Hz fino a $1/(2\pi C R_1||R_2)$ Hz) su cui la densità spettrale di rumore deve



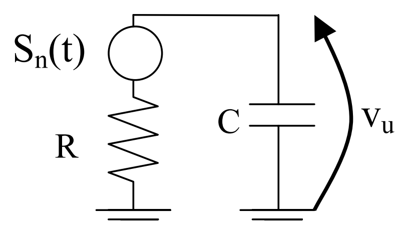
venire integrata ! In pratica è ora la capacità C che scarica il rumore verso massa come prima faceva R_{eq}.

<u>Esercizio</u>

Come cambia il rumore quando si aggiunge al generatore di corrente appena visto una resistenza di degenerazione tra il Source e massa ? Aumenta o diminuisce e perché ?

Esempio di trasferimento in presenza di elementi capacitivi

Si consideri il circuito RC della figura accanto e si valuti come si riflette il rumore di tensione del resistore ai morsetti del condensatore.
La funzione di trasferimento tra la tensione ai capi del condensatore ed il segnale di tensione erogato dal generatore di rumore é:

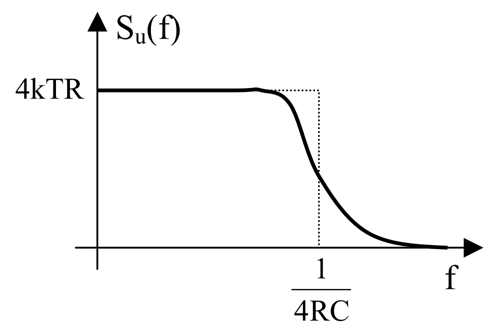


$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Quindi, facendo il modulo al quadrato di $T(j\omega)$, posso ottenere la densità spettrale in uscita come

$$S_u(f) = S_v(f) \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Posto $S_v(f)$=4kTR lo spettro di potenza del resistore (costante nell'intervallo di frequenze di nostro interesse), l'andamento dello spettro di potenza di rumore che si rileverebbe ai morsetti del condensatore è quello riportato schematicamente a lato. Il valore in continua é ancora pari a 4kTR, mentre per il filtraggio passa-basso determinato dal condensatore, le componenti armoniche del rumore a più alta frequenza sono attenuate.



Il valore quadratico medio del rumore di tensione ai capi del condensatore è:

$$\overline{V_u^2} = \int_0^\infty S_u(f)df = 4kTR \cdot \int_0^\infty \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \frac{d\omega}{2\pi} = 4kTR \cdot \frac{1}{4RC}$$

Per un resistere da 1 kΩ, il valore 4kTR é $(2nV)^2/Hz$ e, se la costante di tempo del polo fosse 100μs, il valore quadratico sarebbe $(10\mu V)^2$. Ciò significa che anche in assenza di qualunque generatore di segnale forzante, il rumore del resistore fa fluttuare la tensione ai morsetti del condensatore attorno al valore nullo di equilibrio e con una ampiezza che, se campionata ad istanti diversi, nel 63% delle volte si troverebbe compresa tra ±10μV.

Se si applicasse alla rete un segnale, per esempio a gradino, esso causerebbe ai morsetti del condensatore il solito transitorio esponenziale. Tuttavia andando a valutare con cura l'andamento

del segnale si troverebbe ancora che al suo andamento deterministico é sovrapposta la fluttuazione statistica di $\pm 10\mu V$.
Da ultimo si noti che il fattore 1/4RC ha le dimensioni di una banda. Essa è detta **banda equivalente** ai fini del rumore della rete a singolo polo. L'espressione precedente può essere interpretata dicendo che il valore quadratico medio del rumore di tensione è pari al valore in continua (4kTR) per la banda equivalente 1/4RC della rete del primo ordine. Si noti come questa banda equivalente differisca dalla banda $1/2\pi RC$ per il segnale. Ciò è dovuto alla differente definizione della banda. La banda per il segnale è letta in corrispondenza del punto a -3dB del trasferimento rispetto al valore in continua. Invece, quando si ha a che fare con il rumore, ciò che importa è il suo valore quadratico medio. Il valore 1/4RC è la banda su cui si deve considerare lo spettro costante e pari al valore in continua per avere il valore quadratico medio esatto del rumore. Il valore 1/4RC è la banda equivalente ai fini del rumore per un sistema a singolo polo forzato da generatori di rumore a spettro costante. Se i generatori non sono bianchi o se la funzione di trasferimento non è a singolo polo, il risultato precedente non si applica. Il valore quadratico medio deve essere ottenuto procedendo all'integrazione dei diversi contributi allo spettro di potenza.