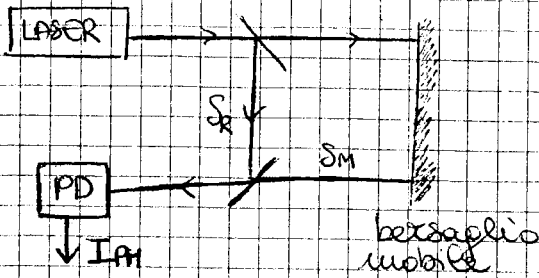


INTERFEROMETRIA: (I)

(20)



$S_M \rightarrow$ braccio di misura (m)

$S_R \rightarrow$ braccio di riferim. (m)

$$I_{PH} = \sigma |E_M + E_R|^2 = \sigma |E_M \exp(i\phi_M) + E_R \exp(i\phi_R)|^2$$

$$= I_M + I_R + 2\sqrt{I_M I_R} \cos(\phi_M - \phi_R)$$

$$\Delta S_M + c. \Delta \phi = 2\pi e^-:$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} (S_M - S_R) = 2\pi \Rightarrow \Delta S_M = \lambda =$$

RISOLUZIONE

$$\Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 10^{-8} \div 10^{-6} \text{ ris. molto alta}$$

HeNe laser s.c.

BATTIMENTO TRA RIF E CAMPO DA MISURARE

Contributi di rumore:

$$\begin{cases} \sigma_{I_{PH}}^2 = 2e I_{PH} B \\ \sigma_{I_B}^2 = 2e I_B B \\ \sigma_{R_L}^2 = \frac{4k_B T B}{R_L} \end{cases}$$

I_{PH} = corrente fotogenerata
 I_B = corrente buio
 rum. per carico.

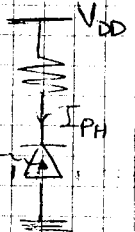
• REGIME QUANTICO

$$\sigma_{I_{PH}}^2 \gg \sigma_{I_B}^2 + \sigma_{R_L}^2$$

$$SNR^2 \approx \frac{I_{PH}^2}{2e I_{PH} B}$$

non dipende dalle prestazioni del rivelatore ma solo dal segnale.

$$\Rightarrow (SNR)^2 = \frac{I_{PH}^2}{\text{somma tutti contributi}}$$



• REGIME TERMICO

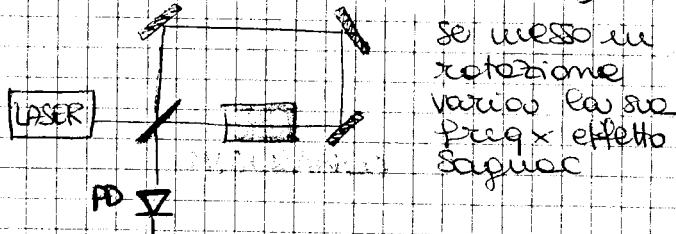
$$\sigma_{I_{PH}}^2 \ll \sigma_{I_B}^2 + \sigma_{R_L}^2$$

$$SNR^2 = \frac{I_{PH}^2}{2e I_B B + 4k_B T B / R_L}$$

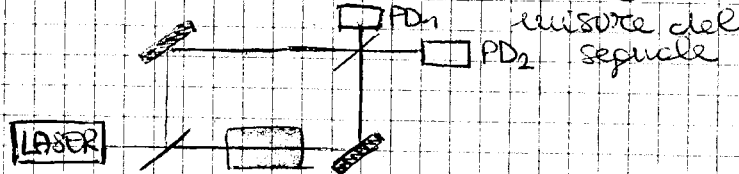
RIVELAZIONE COERENTE IN OMODINA:

Si dimostra che, giocando col valore del campo di riferimento, si può sempre garantire un rapporto in regime quantico.
 (PROPRIETA' della RIV. COER. OMODINA)

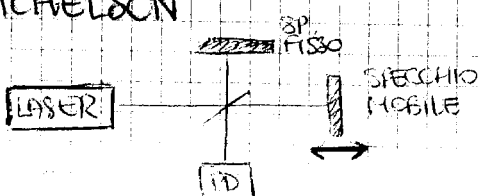
• INTERF. di SAGNAC. (GIROSCOPIO)



• INTERF. di MACH-ZEHNDER



• MICHELSON



INTERFEROMETRO di MICHELSON

LASER He-Ne
 $R_1 = R_2 = 100\%$
 $P_{PD} = 0.5 \text{ A/W}$
 $BS = 50\%$
 $P_{LASER} = 1 \text{ mW}$

$$I_{PH} = I_M + I_R + 2\sqrt{I_M I_R} \cos(2K(S_M - S_R)) =$$

$$I_{PH} = I_0(1 + \cos(2K(S_M - S_R)))$$

$$I_0 = 2I_M = 2I_R = \frac{1}{2} I_{LASER}$$

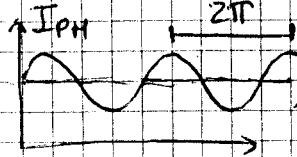
$$\rho = \eta \frac{e}{h\nu} = \eta \cdot \frac{e/\text{e}}{h\nu/\text{e}} = \frac{\text{rate cariche}}{\text{rate fotoni}}$$

$\eta = \text{eff. quantica} \approx 1$

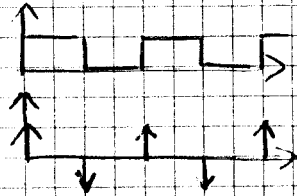
$$\rho \approx \lambda [\mu\text{m}] \cdot \frac{1}{1.24} = \rho [\text{A/W}]$$

→ lo spostamento del bersaglio che corrisponde a una FRANGIA INTERFEROMETRICA

$$2K(S_M - S_R) = 2\pi \Rightarrow \Delta S_M = \lambda/2$$



per contare le frange RANDIZZO e poi derivo



se conto solo le S positive ottengo il n° delle frange.
 RISOLVZ. $\Delta S = \lambda/2$
 se riesco a contare anche le delle negative (conto le MEZZE FRANGE):
 RISOLVZ. $\Delta S = \lambda/4$.

PROBLEMI:

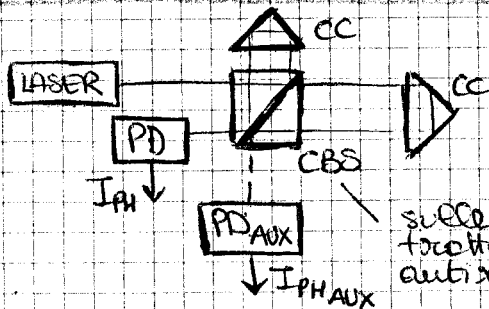
- retroreflessioni in cavità
- divisore di fascio deve essere solido (difficile posizionamento)
- forte sensibilità degli specchi al disallineamento angolare

⇒ luce: la riga si allarga in cavità → perdita proprietà ottiche luce laser

⇒ più la luce laser è monocromatica più $\Delta S_M = S_M - S_R$ più estesa l'area.

INTERFEROMETRO TWYMAN-GREEN

→ CORNER cube anziché specchi.



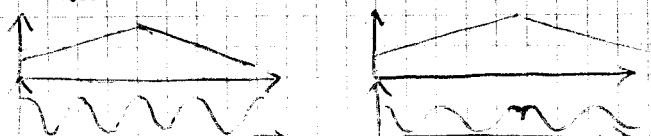
- insensibilità al disallineam. angolare
- assenza retroreflessioni
- CBS facile da posizionare e meno sensibile a vibrazioni.

sulle forze torcenti anti-reflessi

⇒ AMBIGUITÀ alla misura del VERSO di $S_M - S_R$ (c.c. di miscela)

se ΔS_M contiene un n° intero di mezza frange posso avere ambiguità.

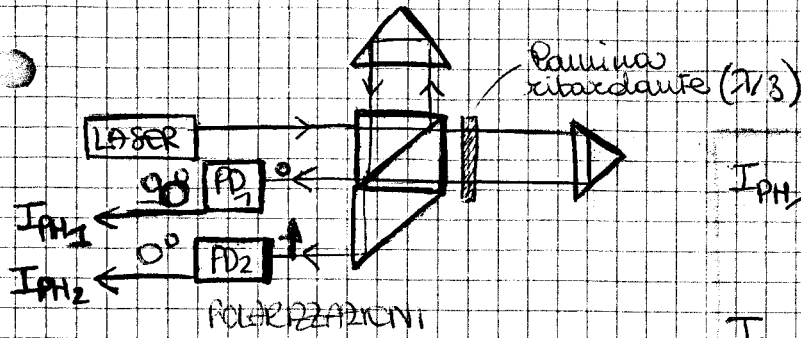
$$2K\Delta S_M = M\pi \Leftrightarrow \Delta S_M = M\lambda/2$$



⇒ SOLUZIONI:

- interferenza doppio fascio

INTERFEROMETRO A DOPPIO FASCIO → 2 CANALI EFFETTIVI: 2 SEGNALI IN QUADRATURA



$$I_{PH1} = I_m + I_r + 2\sqrt{I_m I_r} \cos(2K(S_m - S_r)) = I_0 (1 + \cos(2K(S_m - S_r)))$$

$$I_{PH2} = I_m + I_r + 2\sqrt{I_m I_r} \cos\left[2K\left(S_m - S_r + \frac{\lambda}{8}\right)\right] = I_0 (1 - \sin[2K(S_m - S_r)])$$

$$I_0 = 2I_m + 2I_r = \frac{1}{4} p R \frac{2 \cdot 2 \pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{2}$$

I_{PH1} e I_{PH2} sono $-\sin$ e \cos : inviati al discriminatore di ampiezza (SOGLIA I_0)

⇒ ottengo A_c e A_s (tipo 0 o 1)

le derivate dei segnali vengono discriminabili

⇒ ottengo S_c e S_s (tipo 0 o 1)

se li derivo ottengo della S ; raddizzo e ottengo 4 conteggi in ogni frangia

⇒ RISOLUZIONE $\lambda/8$

lo spostamento ΔS_m aumenta se $U=1$ e decresce se $U=0$

⇒ $U = A_s \oplus S_c + A_c \oplus S_s$ → contatore UP-DOWN immagazzina il valore dello spostamento in termini di $\lambda/8$.

• funziona bene in campo vicino (?)

• banda: problema → non posso lavorare in continua: facendo le derivate uso un filtro passa alto che elimina basse frequenze e eliminerebbe sicuramente anche la continua.

⇒ se l'oggetto si muove lentamente ho problemi.

• mixer in banda base: le vibrazioni esterne sporciano il segnale perché non si filtrano (basta poco per indurre una vibraz. di $\lambda/8$ → TAVOLO OTTICO)

• l'elettronica impone un LIMITE ALLA VELOCITÀ DI SPOSTAMENTO DEL BERSAGLIO:

$$B_{max} = B_{el} \Rightarrow \Delta t_{min} = \frac{1}{B_{el}} \Rightarrow v_{max} = \frac{\lambda}{8} \cdot B_{el} \quad (0,3 \text{ m/s})$$

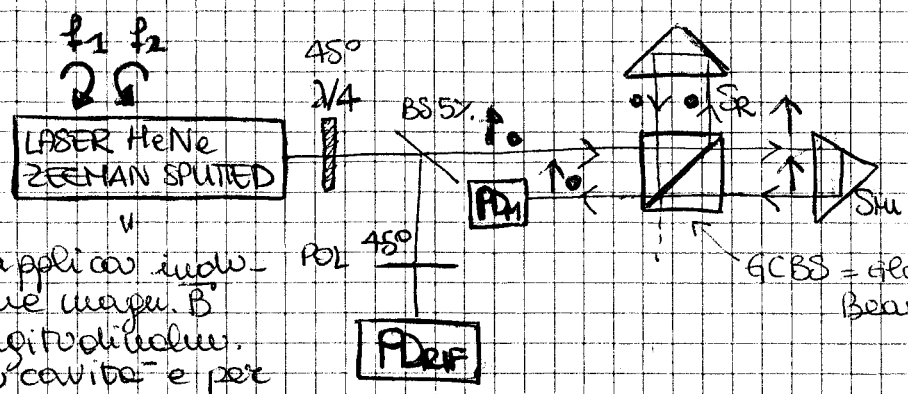
PROBLEMI:

- misura incrementale → se il fascio si interrompe perdo i conteggi e invalido l'intera misura
- sensibile a disturbi elettromagnetici
- sensibile a vibrazioni ambientali
- difficile scegliere l'ov. soglia I_0 dei comparatori.

RIMEDI:

- controllo su $I_{PH1,2}$ per dare allarme se interruzione fascio
- calibrazione iniziale per trovare un buon I_0 (si trova sperim.)

IN INTERFEROMETRO A DOPPIO FASCIO



• applico in-
duttore magn. B'
longitudinale
alla cavità e per
effetto ZEEHAN si
generano due
MODI POLARIZZATI
IRCOLARMENTE
ortogonali tra
loro f_1 e f_2

GCBS = glass Cube
Beam Splitter =
trasparente con
polarizz. e ri-
flette l'altra

→ SO PM l'informazione
compare come MODULAZIONE
DI FASE intorno alla freq.
 $f_2 - f_1 \approx 5 \text{ MHz}$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 5 \text{ MHz}$$

se S_m cresce con
freq. aumento e
ro più conteggi e
viceversa.

$$I_{PHR} = \frac{S}{100} I_0 [1 + \cos[2\pi(f_1 - f_2)t + \varphi]] \quad \text{fisso a } 5 \text{ MHz}$$

$$I_{PHM} = \frac{95}{100} I_0 [1 + \cos[2\pi(f_1 - f_2)t + 2KS_m - 2KS_R + \varphi]] =$$

$$= \frac{95}{100} I_0 [1 + \cos[2\pi(f_1 - f_2)t + 2KS_m + \varphi]]$$

$$I_0 = \frac{1}{2} \rho P_L \quad P_L = 2P_1 + 2P_2$$

Per recuperare φ_m

- mix analogico I_{PHR} e I_{PHM} → crea freq somma e diff.
→ passa basso: ottengo $\cos(2\pi(S_m - S_R))$ e $\sin()$

INTERFEROM. A DOPPIO FASCIO.

- conteggio digitale degli attraversamenti di zero di I_{PHR} e I_{PHM}
con pendenza positiva e subtrazione.

$$f'' = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad \text{CONTATORE:}$$

(fa integrazione)

$$C_R = \int_0^T (f_1 - f_2) dt = (f_1 - f_2) T$$

$$C_M = \int_0^T [(f_1 - f_2) + \left(\frac{2K}{2\pi}\right) \frac{dS_m}{dt}] dt =$$

$$= \int_0^T [(f_1 - f_2) + 2 \frac{v_m}{\lambda}] dt =$$

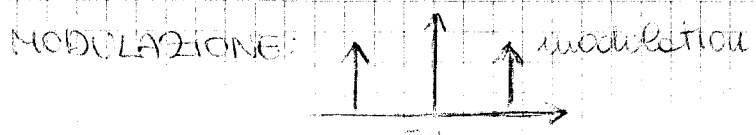
$$S = C_M - C_R = \frac{2\Delta S_m}{\lambda}$$

(ΔS_m = spostam. tot. in T)

$$\Delta S_m = N_{\text{count}} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$C_M = (f_1 - f_2) T + \frac{2\Delta S_m}{\lambda}$$

⇒ RISOLVZ: $\lambda/2$ o $\lambda/4$ se conto anche attraversamenti di zero a
pendenza negativa (peggio di int e 2 fasci)



VANTAGGI:

- soglia posta a zero: si può eliminare componente DC.
- resistenza ai disturbi elettromagnetici migliore attorno a 5 MHz
- insensibile a onde e.m.
- facile riconoscere interruzione fascio: riferimento rimane a 5 MHz e segnale di misura diventa continuo.

MIGLIORAMENTO RISOLUZIONE:

mix elettrico di f_{HP} e f_{PM} con OSCILLATORE LOCALE f_{LO} :

$$f_{LO} = (f_1 - f_2) - f_{IF} \quad \text{con} \quad \boxed{f_{IF} = 10 \div 100 \text{ KHz}}$$

- misura di fase a altas ris. sul segnale a f_{IF} .
- suddividendo l'angolo di 2π in 100 intervalli → $RIS = \frac{\lambda}{200}$

$$(f_1 - f_2) / f_{IF}$$

ESTENSIONI

- misore a 3 ASSI per posizionamento macchine utensili
- misore di PLANARITA':

Hack - Zerudor: errore di α → variaz. cammino ottico $2L \cdot \alpha$

RISOLUZIONE ANGOLARE (per 1 frangio):

$$\Delta s = \lambda/2 \Rightarrow \Delta \alpha = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{2L} = \frac{\lambda}{4L}$$

$$\Delta s = \lambda/4 \Rightarrow \Delta \alpha = \frac{\lambda}{8L}$$

se $L = 0,1 \text{ m}$
 $\Delta s = \lambda/2 \Rightarrow \Delta \alpha = 16 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$
 $\Delta s = \lambda/4 \Rightarrow \Delta \alpha = 8 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$

- misore di ANGOLI RETTI:

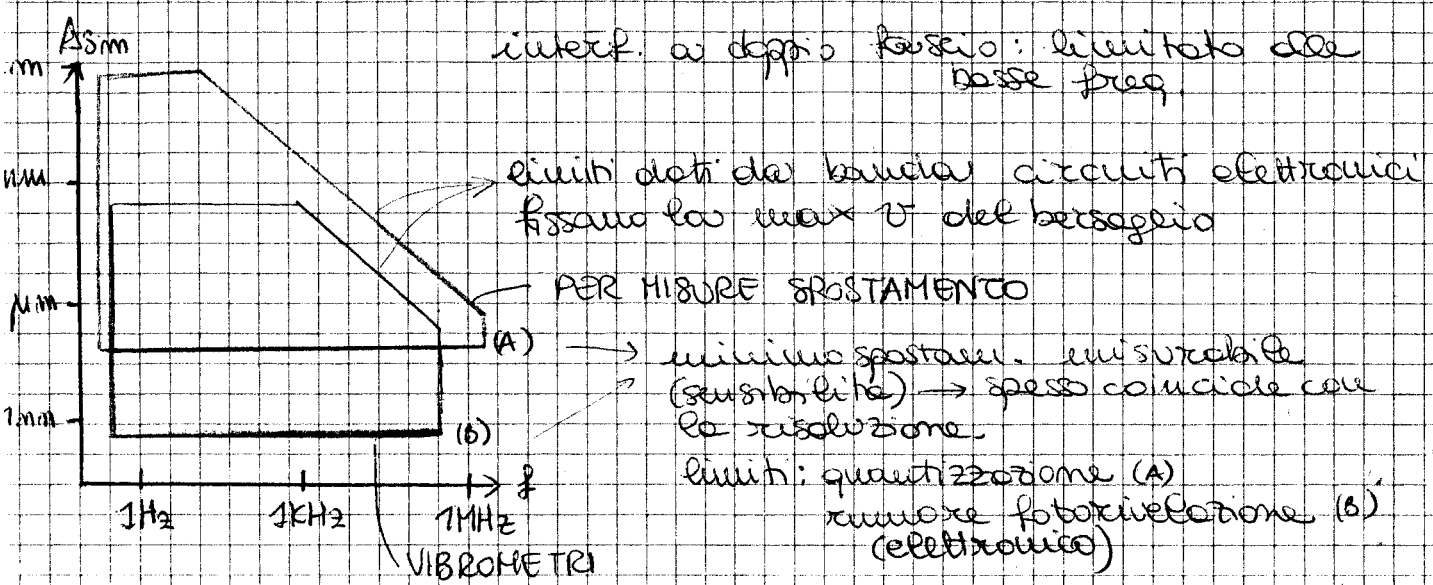
risoluz = p.ris. per misore di planarita'
errore legato all'errore del prisma.

INTERFEROMETRIA (II)

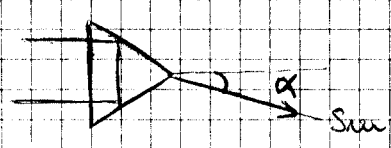
LIMITI ALLE PRESTAZIONI DI MISURA DI UN INTERFEROMETRO:

- quanto ampiezza lontanani
- quanto ampiezza veloci

LIMITAZIONI NEL PIANO SPOSTAMENTO - FREQUENZA



ERRORE DEL COSENO



$$I_{PH} = I_0 (1 + V \cos[2K \Delta s_m])$$

max: cammino misurato effettivamente.
 $2K S_m \cdot \cos \alpha$ α = errore di allineamento.
⇒ errore sistematico sulla responsività (di sottostima)

COERENZA TEMPORALE E VISIBILITA' FRANGE

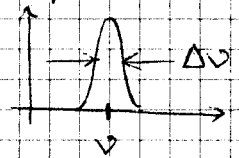
LASER: salti di fase casuali mediamente ogni T_c

T_c = TEMPO DI COERENZA e $T_c \propto \frac{1}{\Delta \nu}$ e $\Delta \nu$ = FWHM dello spettro ottico

$L_c = c \cdot T_c$ LUNGH. DI COERENZA

$$L_c \approx \lambda^2 / \Delta \lambda$$

$\Delta \nu = 1 / T_c$ LARGHEZZA RIGA DI EMISSIONE



$L_c = 300 \text{ m}$	(HeNe)	$T_c = 1 \mu s$
30 m	(SC buono)	$T_c = 0.1 \mu s$
1.5 m	(SC scarso)	$T_c = 5 \text{ ns}$

⇒ se $L_c \ll |S_m - S_x|$ ⇒ non ho segnale interferometrico ma solo rumore

⇒ se riga LORENTZIANA:

$$I_{PH} = I_0 (1 + V \cos[2K(S_m - S_x)])$$

$0 < V < 1$ = VISIBILITA' FRANGE

se SINGOLA RIGA LONG $V = \exp[-\Delta s_m / L_c]$

def. operativa $V = \frac{I_{PH \text{ MAX}} - I_{PH \text{ MIN}}}{I_{PH \text{ MAX}} + I_{PH \text{ MIN}}}$

se $V = 0$ ho solo segnale continuo quindi non ho interferometrico

⇒ NED: noise equivalent displacement: (NED di FASE)

min. distanza misurabile tenendo conto che LASER cambia.

- $\Delta v \neq 0$: $v(t)_{\text{LASER}}$ fluttua $\Rightarrow v(t) = v_0 + \Delta v$

- anche la FASE INTERFEROMETRICA fluttua nel tempo:

$$\phi(t) = 2K(S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) = \frac{4\pi}{\lambda}(S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) = \frac{4\pi}{c} v (S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) = \frac{4\pi}{c} (S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) (v_0 + \Delta v(t)) =$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \Delta\phi(t) = \frac{4\pi}{c} (S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) (v_0 + \Delta v(t))$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{4\pi}{c} (S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) \Delta v \cdot \frac{v_0}{v_0} = \frac{4\pi}{\lambda_0} (S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) \frac{\Delta v}{v_0} \quad \text{RUMORE DI FASE}$$

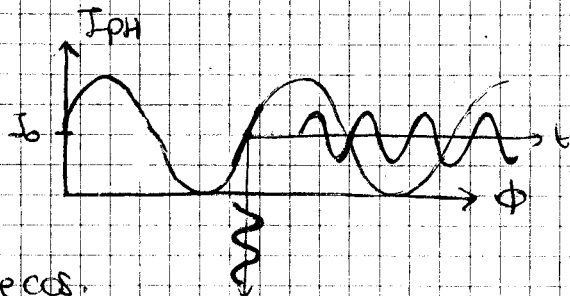
$$\Rightarrow \Delta s = \frac{\Delta\phi}{2K} = (S_{\text{M}} - S_{\text{R}}) \frac{\Delta v}{v_0} = \frac{\lambda_0}{\pi} \cdot \frac{(S_{\text{M}} - S_{\text{R}})}{L_c} \quad \text{NED DI FASE}$$

(NED = 0 se $S_{\text{M}} = S_{\text{R}}$)

• RUMORE QUANTICO

se aggiungo il segnale a mezzo fotopila e interferometro permette di misurare $\Delta s \ll \lambda$ → segnale interferometrico $\propto \sin$

sfrutto parte lineare di \sin e \cos .



Più piccolo spostam. misurabile dipende dall'entità del rumore sovrapposto al segnale di fotocorrente.
NED QUANTICO (fatta eccezione per il NED DI FASE)

Schemi interferometrico → lavoro sempre in REGIME QUANTICO: $\Rightarrow \text{SNR}^2 \approx \frac{I_0^2}{I_m^2}$ e $I_m^2 = 2eB(I_{\text{PH}} + I_B) + \frac{4kTB}{R_L} \approx$

$$\approx 2eBI_{\text{PH}} = \text{RUMORE}$$

scelgo cammino di riferimento in modo t.c.

$$I_s = I_0 (1 + V \cos(2Ks_{\text{M}} - \frac{2Ks_{\text{R}}}{\pi/2})) \Rightarrow I_s = I_0 (1 + V \sin(2Ks_{\text{M}}))$$

$$I_s \approx I_0 V 2Ks_{\text{M}} \quad \text{se } s_{\text{M}} \ll \lambda/2$$

$$\Rightarrow \text{SNR}^2 = \frac{(I_0 2V K s_{\text{M}})^2}{2e I_0 B}$$

CORRENTE DI SEGNALE IN CONDIZIONE DI MAX SENSIBILITÀ DELL'INTERFEROMETRO

NED QUANTICO: impiego $\text{SNR} = 1$

$$\Rightarrow \frac{2e I_0 B}{4 I_0^2 V^2 K^2} = s_{\text{M}}^2 \Rightarrow s_{\text{M}} = \sqrt{\frac{B R V}{2 \pi \eta}} \cdot \frac{\lambda}{2 \pi V} \Rightarrow \phi_u = 2K \cdot \text{NED} = \frac{1}{V} \cdot \sqrt{\frac{B h \nu \cdot 2}{P_m}}$$

NED QUANTICO

RUMORE QUANTICO DI FASE EQUIVALENTE

se $S_{\text{R}} \neq S_{\text{M}} \Rightarrow$ la sensibilità è sempre limitata da NED DI FASE

se $S_{\text{R}} = S_{\text{M}} \Rightarrow$ INTERFEROMETRO si dice BILANCIATO

$P = 1 \text{ mW}$
$B = 1 \text{ Hz}$
$\phi_u = 10^{-5} \text{ rad}$
$S_{\text{M}} = 1 \text{ km}$

COERENZA SPAZIALE E EFFETTI DI POLARIZZAZIONE

- richiede $E_H(x,y) = E_R(x,y)$ = uguale distribuz. trasversale

$$\mu_{sp} = \frac{\int_A E_H(x,y) E_R^*(x,y) dx dy}{\left(\int_A |E_H(x,y)|^2 dx dy \cdot \int_A |E_R(x,y)|^2 dx dy \right)^{1/2}}$$

FATTORE DI COER. SPAZIALE

$\mu_{sp} \approx 1$
se distribuz. o singolo modo e uguali.

se multimodali (N) $\Rightarrow \mu_{sp}$ contribuisce con solo modi omologhi e $\mu_{sp} \leq 1/N$

- richiede E_H e E_R con = stato di polarizzazione (lin, circ, elliptico)

$$\mu_{pol} = \frac{\vec{E}_H \cdot \vec{E}_R}{|\vec{E}_H| |\vec{E}_R|}$$

FATTORE DI POLARIZZAZIONE

$\Rightarrow V = \mu_{sp} \mu_{pol} \cdot \exp(-\Delta L / L_c)$ **VISIBILITA'** $\Delta L = \Delta S_m$

DISPERSIONE DEL MESSO

dovuto a variaz. di n \rightarrow interferometro fa conteggi con λ_{MARIA}
 $\rightarrow \lambda$ molto ben noto (8 cifre dec.)

condiz. std.
T = 15°C
P = 760 mbar

$(n_{MARIA} - 1)_{ST} = 0,000280$

($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) \leftarrow He-Ne

$(n_{MARIA} - 1) \propto \frac{n^2 - 1}{\text{volume}} \quad \leftarrow \quad PV = nRT \Rightarrow \frac{n}{V} = \frac{P}{RT}$

$1 \text{ mbar} = 10^2 \text{ N/m}^2$

$\frac{d(n_{MARIA} - 1)}{dT} = -(n_{MARIA} - 1) \left(\frac{283}{T^2} \right) \approx -1 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

10°C \rightarrow 5°deviande
10 mbar \rightarrow 6°deviande

$\frac{d(n_{MARIA} - 1)}{dP} = -(n_{MARIA} - 1) (1/760) \approx +0,36 \text{ ppm/mbar}$

\Rightarrow per avere precisione migliore di 10^{-6} servono sensori di T e P per correzioni alla p dell'interferometro.

SPECKLE PATTERN

→ non è sempre possibile avere bersaglio cooperativo.

(24)

fenomeno riguardante superfici diffusanti colpite da luce coerente: IMMAGINE GRANULOSA DELLA LUCE RETRODIFFUSA.

→ è un CAMPO STATISTICO: lavoro con densità di probabilità.

SPECKLE PATTERN: campo irradiato in un semi-spazio da un diffusore illuminato con luce coerente.

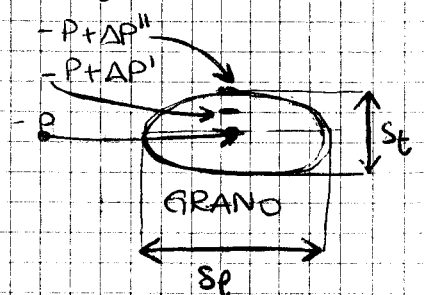
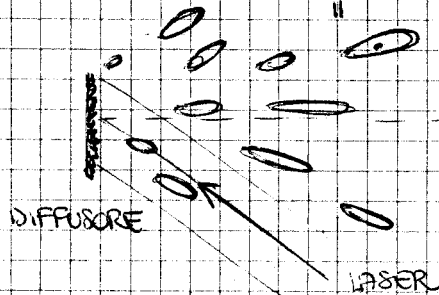
SPECKLE = punto o piccola macchia scolorita

specchio: rugosità $\ll \lambda$ (variazioni casuali di quota)

murro: rugosità $> \lambda$ → ogni punto del murro diventa sorgente di radiazione: in ogni punto ho somma di contributi di fase e controfase

→ SUPERFICIE DIFFONDENTE ridistribuisce i modi e aumenta i gdl

DEF. speckle: include tutta la regione di spazio in cui la correlazione del campo rispetto a P è superiore a 0,5.



spostandosi da P a P+ΔP' o P+ΔP'' il campo perde gradualmente correlazione

f.m.e DENSITA' DI PROBABILITA' che descrive l'INTENSITA' delle SPECKLE e' una f.m.e continua che va come un exp negativa.

$$p(I) = \frac{1}{I_M} \exp\left(-\frac{I}{I_M}\right) \quad I_M = \text{intensità media}$$

$$P(I < I_M) = P(I \leq I_M) = \int_0^{I_M} \frac{1}{I_M} \exp\left(-\frac{I}{I_M}\right) dI = \frac{1}{I_M} \left(-I_M \exp\left(-\frac{I}{I_M}\right)\right)_0^{I_M} = 1 - \exp(-1)$$

$$P(I \leq I_M) = 1 - \exp(-1) = 63,2\%$$

→ presenza di speckle poco intensi più probabile di presenza speckle brillanti.

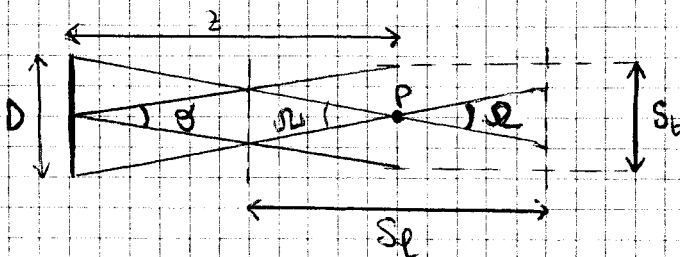
dimensioni speckle long e trasv → sono var. statistiche:

D = diam. diffusore

$$S_t = \lambda z / D$$

$$S_l = \lambda (2z/D)^2 \quad S_l \gg S_t$$

proiezione della dimeus. degli speckle fuori asse = speckle in asse.



$$\omega = A \Omega = \lambda^2$$

ACCETTAZZA

$$\omega = A \cdot \Omega$$

$$\Omega = \frac{(D/2)^2 \pi}{z^2}$$

$$A = \frac{\pi S_t^2}{4}$$

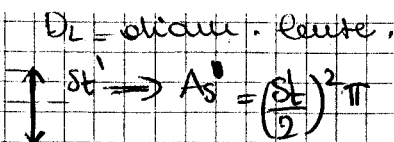
qui S_t come raggio

$$\omega = \frac{\pi^2 S_t^2}{4} \cdot \frac{D^2}{4z^2} = \lambda^2$$

$$\Rightarrow S_t = \frac{4z\lambda}{\pi D} \approx \frac{2\lambda}{D}$$

il fascio di raggi che sottende Ω si mantiene trasversalmente più piccolo di S_t per una tratta di

$$S_l = \frac{S_t}{\Omega} = \frac{S_t}{D/2z} = \frac{2\lambda z^2}{\pi D^2} \sim \frac{4\lambda z^2}{D^2}$$



se $l \ll L$ com l a altura
construído uma superfície de
tubo cujas arestas AS' e ângulo
sólido $\Omega_{S'}$

$$\Rightarrow \frac{As'}{As} = \frac{I^2}{L^2}$$

$$Q_s = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{1}{L^2}$$

$$\omega_B^1 = \frac{\pi D L^2}{4} \cdot \frac{1}{f^2}$$

$$\chi^2_{\pi} \sigma^2_{\pi} \approx \frac{D^2}{4} \cdot \pi^2 N_A^2 - 2$$

$$\Rightarrow D/2 = \lambda / \pi N A_{eff}$$

(doppio
lung.
adattato per
superficie
profondante)

piano diffondente nel piano focale della lente.

$$\frac{D}{2} = \frac{\lambda}{\pi NA}$$

$$N_{Aeff} = \frac{D}{2} / F$$

$W_L = \text{length} \cdot \text{maxtria} \cdot \text{loser}$

$D, f = \text{diam. e fockle Antik}$

$$NED_{\substack{SFE \\ CUE}} \cong \lambda \cdot \frac{\Delta S}{S_F}$$

tra uno spreco e l'altro ho
errori casuali di fase più un
sposto più sono grandi gli errori

→ per un'analisi puntuale avere molti spettri non va bene.

$$D_{1/2} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{F}{W_L} \Rightarrow D = \frac{2\lambda F}{\pi W_L}$$

$$S_E = \frac{\lambda F}{D} = \frac{\pi W_L}{2}$$

$$Sp = \frac{\lambda 4F^2}{D} = \frac{\lambda 2F}{NA}$$

ERRORS:

- EFFETTI INTENSITA': speckle poco intenso \rightarrow fading del segnale interferometrico

• \Rightarrow D piccolo per avere meno speckle
più grandi

- in duplicato sensori per ridurre probab. di perdita segnale

- traslare trasversalm. p.to di misura sul bersaglio per modificare distrib. speckle per inviare un intenso sul fotorec.

(BRIGHT SPECKLE TRACKING)

- **EFFETTO DI FASE** \rightarrow errore di fase dentro ogni spettro

⇒ mosi si misurano con accuratezza spostamenti ampi del bersaglio → Δs piccoli **VIBROMETRIA**

INTERFEROMETRIA (II)

(25)

ESPI: ELECTRONIC SPECKLE PATTERN INTERFEROMETRY

misura interferometrica A SINGOLO PUNTO:

dinamica limitata alla DIMENSIONE LONGITUDINALE DELLO SPECKLE:

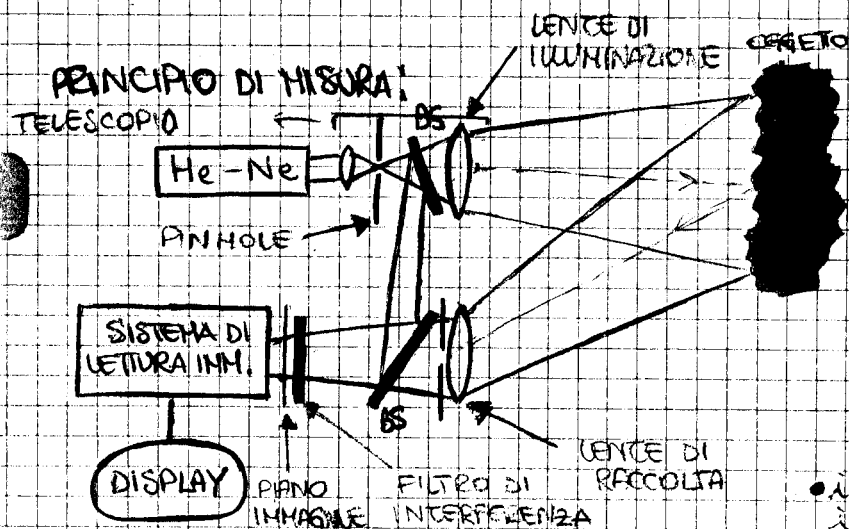
$$\Delta s_u < S_p$$

SINGOLO SPECKLE può essere un canale di misura INTERFEROMETRICO

misura interferometrica ad IMMAGINE. speckle come pixel in un sistema.

PROBLEMA: passando da uno speckle all'altro si PERDE COERENZA SPAZIALE: i vari speckle hanno FASI SCORRELATE TRA DI LORO

IMMAGINE INTERFEROMETRICA MOLTO RUMOROSA



oggetto illuminato da luce laser e osservato da un SISTEMA DI VISIONE A IMMAGINE

oggetto riflette parte della luce incidente in forma di speckle, questa interferisce con il fascio di riferimento ottenuto grazie al BS.

• immagine singola: non contiene info.

• molteplicità di speckle: ciascuno può essere usato come canale di misura interferometrico.

⇒ MISURE DI SPOSTAMENTI DEL BERSAGLIO < $\lambda/2$ (dimens. long. speckle)

misura di VIBRAZIONI e DEFORMAZIONI mediante CONFRONTO DI IMMAGINI IN SEQUENZA.

in corrispondenza a uno sp. stante in cui speckle si verificano INTERFERENZE

⇒ si vedono le frange interferometriche (analogo di interf. a frange) (tante più frange quanto maggiore è l'entità del movimento)

TECNICA TIME AVERAGING (SEMPLICE IMPLEMENTAZIONE)

BERSAGLIO VIBRANTE ⇒ anche stazionarie di deformazione

SEGNALE RIVELATO viene FILTRATO (media su ogni pixel)

• NODI (punti fermi) SPECKLE INVARIATI → regioni intense

• ANTINODI (punti di max escursione) SPECKLE VARIANO PERIODICAMENTE → regioni scure

⇒ EVIDENZA NODI DI OSCILLAZIONE DI UN CORPO ma non da info quantitativa: non so di preciso quanto l'oggetto si muove. Si misura la posizione dei nodi ma non quella precisa degli antinodi (sono regioni scure!)

⇒ si ricavano il PROFILO 3D DIMENSIONALE DEI NODI - 3D per analisi

• TECNICA FRANGE-SUBTRACTION

confronto: - immagine di riferimento (oggetto inalterato)
- immagine di misura (deformazione statica dell'oggetto)

⇒ sottraendo pixel a pixel si vedono variazioni di intensità interferometriche di ogni speckle (limitazione dinamica $\Delta s_m < s_e$)

⇒ PROFILI DI INTERFERENZA A FRANGE (γ Spazio = $\lambda/2$)



SCHEMA DI MISURA → serve memorizzare l'immagine + algoritmo di sottrazione:

- video recorder + sottrazione elettronica (1970)
- frame grabber + computer + algoritmo sottraz. (OGGI)

⇒ per misure di deformazioni statiche

⇒ per misure di vibrazioni dinamiche (sottraz. in tempo reale o a posteriori)

- foto → corrisponde a un istante temporale

- distanza tra frange da cui si può ricavare l'ampiezza della vibrazione
→ quindi VAUTO L'AMPIEZZA DELLA VIBRAZIONE

- $\Delta s_m < s_e$

così è difficile capire il verso dello spostamento (dato dal seno/coseno della fase $\cos \phi$)

UNWRAP della fase → si ricava un profilo di AMPIEZZA UNIVOCO.

- software: si risolve un problema di Cauchy con le condizioni al contorno opportune.

- hardware: una seconda acquisizione si fa con BS shiftato di $\lambda/16$ → i profili di frange è spostato di $\lambda/8 \Leftrightarrow \pi/2$ (segno $\sin \phi$)

⇒ dispongo di segnali $\cos \phi$ e $\sin \phi$:
posso ricavare ϕ univocamente.

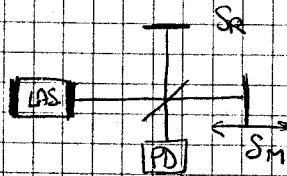
APPLICAZIONI: - evidenzia difetti strutturali o rottura materiale
- misura profilo di fase dell'onda propagata dal fascio in un mezzo trasparente con densità non uniforme
(es. profilo distribuzione temperatura).

INTERFEROMETRIA (IV)

(26)

SCHEMI DI LETTURA

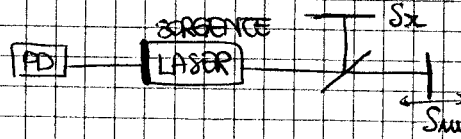
• CONFIG. ESTERNA:



- più usato
- interf. esterno al cavity laser
- lettura della fase mediante l'intensità

• CONFIG. INTERNA:

GIROSCOPIO RING LASER
GYRO (RLG)



- interf. interno alla cavity laser.

- Laser BIMODALE: uno sostenuto da S_x e l'altro da S_m (spostando S_m cambia la freq. del modo 2).

- PD: vede battimento fra i due modi:

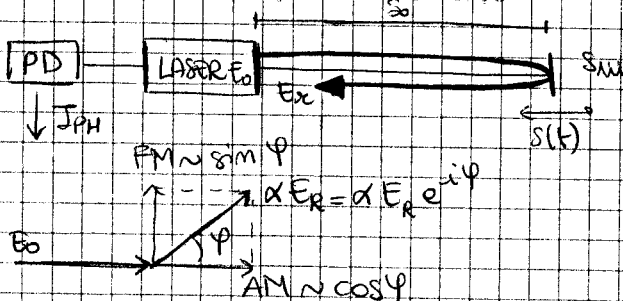
$$\Delta f \approx \frac{c}{2L} \cdot \frac{\Delta S}{\lambda/2}$$

- lettura del cammino ottico $\phi = 2Ks$ avviene attraverso la FREQUENZA

- $S_{max} = \lambda/2$ limite su spostam. per non avere ambiguità

$$K = \frac{\Delta f}{\Delta S} = \frac{c}{\lambda L} \Rightarrow \text{ELEVATA SENSIBILITÀ}$$

• CONFIG. A RETRO INIEZIONE MODULAZ. INDOTTA o SELF MIXING



E_r reiniettato in cavity e interferisce coerentemente con E_0 imperturbato presente in cavity.

⇒ Schema di RIV. COERENTE
ELEVATA SENSIBILITÀ
REGIME QUANTICO

⇒ E_r emesso dalla sorg. e MODULATO in AMPIEZZA e FREQUENZA

$$I_{PH} = I_0 (1 + m_{AM}) \cos [(1 + m_{FM}) \omega t]$$

$$\phi = 2Ks = 2K(s_0 + s(t))$$

$$m_{AM} = A \cos(2Ks)$$

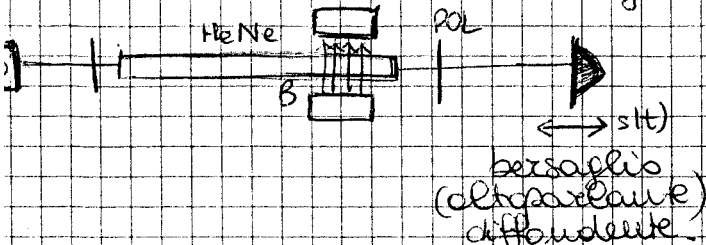
$$m_{FM} = B \sin(2Ks)$$

⇒ 2 canali di misura in quadratura sovrapposti alla stessa portante:

si ricavano il verso dello spostamento
SENZA AMBIGUITÀ

NICOT. A RETRO-INITIATION ME-ING. ATOMAN

B + trasversale all'asse della sorgente.



su PD: potimento tra i uccelli

$$I_{PK} = I_0 (1 + M_{AM}) \cos [2\pi (V_1 - V_2)t + (M_{EM})]$$

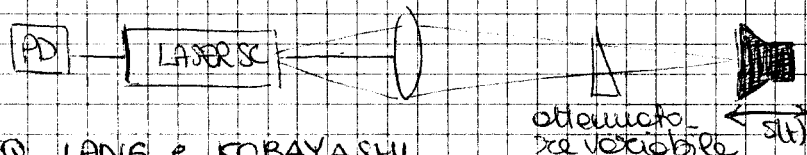
$$V_1 - V_2 = \text{PORTANTE}$$

VII: RIFERIMENTO (sostituisce braccio SR)

⇒ 2 canali intrinsecamente in quadratura ⇒ NO AMBIGUITÀ

INTERF. A RETRO-INIEZIONE LASER SC

compatto, efficiente,
poco costoso.



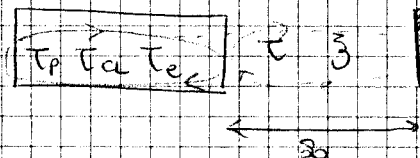
EQ. LANG e KOBAYASHI

$$\beta = \text{parametro retroim.}$$

$$T = \frac{2L_0}{c} = \text{round trip cavity lifetime}$$

$$WT = 2K\phi$$

$$I_{M1} = I_0 (-1 + m \beta (2K_S))$$



funzione periodica
(2π) che varia tra
 -1 e 1 .

⇒ $f(z_k)$ dipende da S attraverso il parametro C ;

α = fattore di allargamento di riga

R_L = rifle. laser

$$C = 3 \frac{\epsilon_0 \sqrt{1+\alpha^2}}{l_m} = \epsilon \sqrt{R_{ext}} \cdot \frac{\epsilon_0 \sqrt{1+\alpha^2}}{l_m} \frac{1-R_L}{R_L}$$

→ f dipende da

- parametri laser
- distanza bersaglio
- riflettività bersaglio

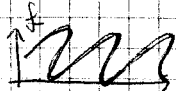
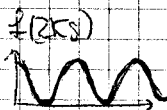
REGIMI RETROINIEZIONE

$0 < C < 0,1$	MOLTO DEBOLE
---------------	--------------

$0,1 \leq c < 1$ DEBOLE

 $1 \leq C < 4,6$ MODERATA

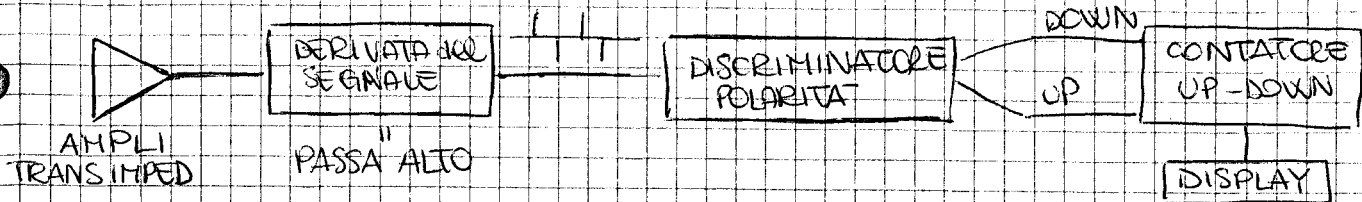
$C > 4,6$			FORTE
-----------	--	--	-------



si ottiene facilmente su borse
glio coop. ma anche non
coop.

Schema Elettronico:

29



RISOLUZIONE: $\lambda/2 = 335 \text{ nm}$
 $\lambda_{LAS} = 670 \text{ nm}$
 $v_{MAX \text{ bersaglio}} = 0,335 \text{ m/s}$
 $B = 10^6 \text{ frange/s}$
 PRECISIONE: 10^{-4} FP
 $10^{-5} - 10^{-6} \text{ DFB}$

VANTAGGI (RETROIN. SC)

- semplice, compatto, poco costoso
- sempre presente ovunque nel fascio \rightarrow posso rivelare anche dalla parte del bersaglio
- schema valido anche per bersagli diffondenti.
- allineam. non critico
- buona banda (MHz)
- prestazioni come comuni interf.ometri: anche come vibro-metro o misuratori di spostam.

SVANTAGGI:

- LEMESA meno stabile
- controllo temperat. necessario
- alimentatori laser con limitata modulaz. della corrente di pol.

BERSAGLIO FERMO: \rightarrow misura distanza assoluta!

$$2k s = 2k(\lambda_0 + s(t)) = 2k\lambda_0 = \text{cost}$$

$\lambda_{LEMESSA} (\lambda_{LASER})$ dipende dalla corrente di pompa

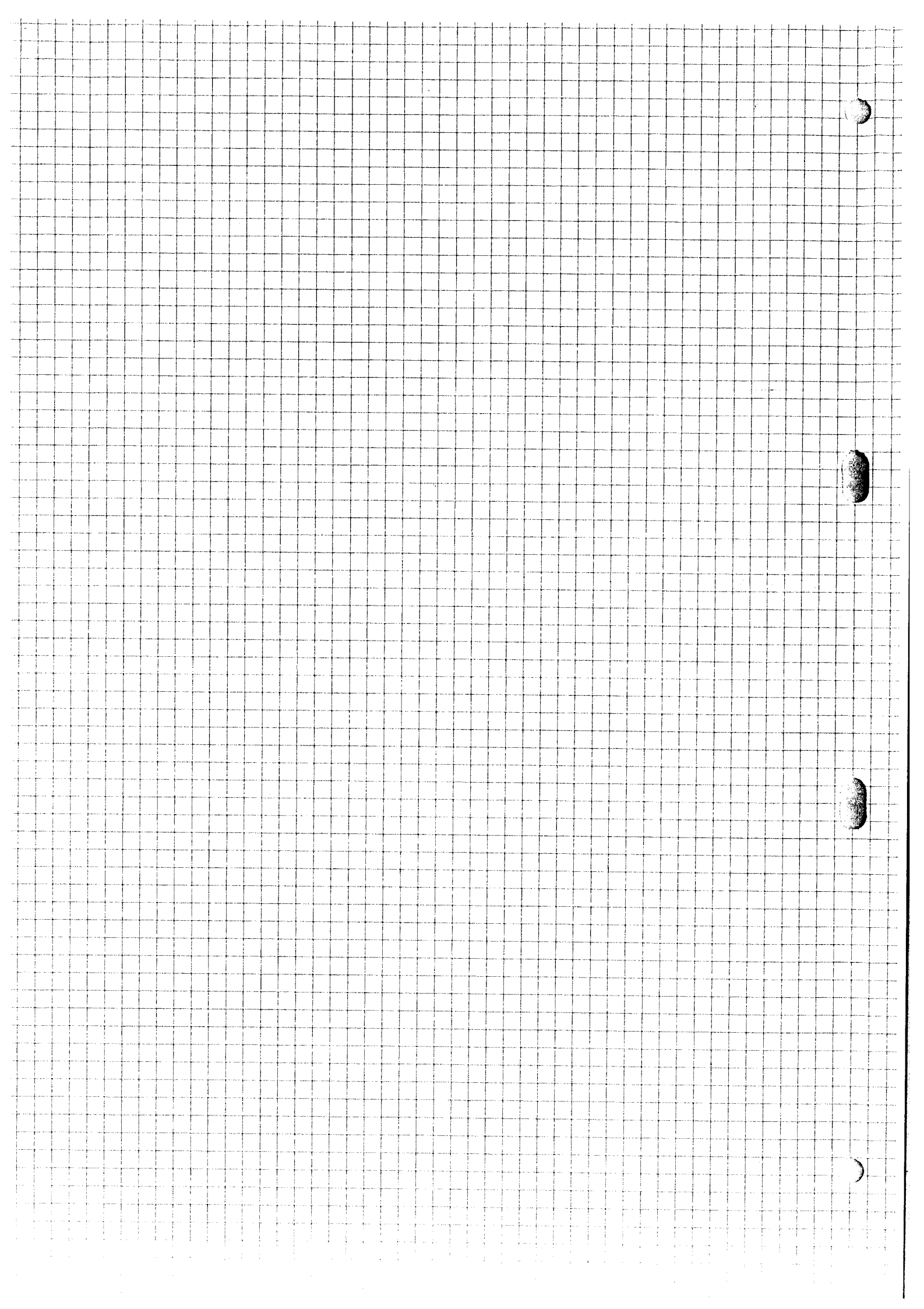
se modulo pump modulo low pot. laser emesso \Rightarrow posso ottenere modulaz. λ_{LASER}

$$L_{\lambda} \lambda(I_{BIAS}) = \lambda_0 + \frac{\partial \lambda}{\partial I} \cdot \Delta I_{BIAS}(t) \quad \text{dipend. di } \lambda \text{ su } I_{BIAS} \text{ (cioè } I_{PUMP}) \text{ e LINEARE A TRATTI.}$$

$$\text{se modulo } \Delta I_{BIAS} \Rightarrow \phi = 2k s_0 = \frac{4\pi}{\lambda_0} s_0 \Rightarrow \Delta \phi = -\frac{4\pi}{\lambda_0^2} \Delta \lambda(t) \cdot s_0$$

se $\Delta \lambda$ è abbastanza grande e la modulaz. è periodica, in I_{PH} si vedono frange ad ogni $\Delta \phi = 2\pi$.

\Rightarrow HO MISURATO s_0
(Distanza Assoluta)



INTERFEROMETRIA (V)

28

RIVELAZIONE DI ONDE GRAVITAZIONALI

PREMESSA

- ci sono 4 tipi di interazione in natura:

- FORTE $\alpha = 1$
- ELETTROMAGNETICA $\alpha = 10^{-2}$
- ELETTRODEBOLE $\alpha = 10^{-5}$
- GRAVITAZIONALE $\alpha = 10^{-39}$

- **TEORIA DELLA GRAVITAZIONE (Newton)** → interazione tra corpi anche nel vuoto, senza mediazione di altro materiale.

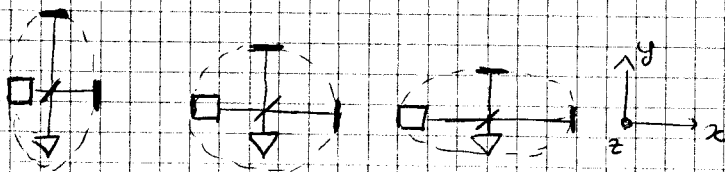
- **TEORIA RELATIVITA' GENERALE (Einstein)**

- interaz. gravitazionale non è più veloce della luce
- OG = onde gravitazionali: sono perturbazioni dello spazio-tempo con velocità c .
- una massa accelerata emette OG quantizzata in GRAVITONI (analogo di emissione di fotoni da una carica accelerata)

→ **ESISTENZA delle OG DIMOSTRATA** grazie al **NEUTRON BINARY SYSTEM** (stelle di neutroni confermano le previsioni della teoria della relatività generale)

MA OG difficili da osservare. → al passaggio di un'onda gravitaz. lo spazio-tempo si contrae ed espande ritmicamente: increspatura dello spazio difficile da misurare perché i rilevatori si contraggono ed espandono solidi con lo spazio.

$$h = \frac{R_x - R_y}{L} \quad \text{AMPIEZZA OG}$$



$R_x - R_y$ = SPOSTAMENTO da MISURARE

$$\Delta L(\%) = \frac{\Delta L}{L} \cdot 100 \quad \text{DEFORMAZIONE}$$

$$\Delta \phi(\%) = 2\pi \cdot \Delta L = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot h(\%) \cdot L \quad \text{SFASAMENTO}$$

$$h = \frac{\Delta L}{L} = 10^{-23} \div 10^{-21}$$

ampiezza (adimensionale) di un impulso misurato duratura $1 \div 3$ ms.

→ occorrono L grandi!

$$L = 3 \text{ km} \Rightarrow \Delta L = 10^{-20} \div 10^{-18} \text{ m}$$

$$\Delta \phi = 10^{-13} \div 10^{-11} \text{ rad}$$

⇒ **REQUISITI DI MISURA**

- elevata sensibilità (P elevate)
- elevata stabilità (insensibile a fluttuazioni ambientali)

RIVELATORI:

- LIGO (Hanford e Livingston)
- TAMA 300 (Giappone)
- AIGO (Australia)
- VIRGO

VIRGO

- Nd:Yag 20 W a raggio stretto
- interferometro bilanciato \rightarrow NED = 0
- aumento della potenza con cavità di ricircolo (\pm kW)
- bracci a cavità Fabry-Pérot: i bracci dell'interferometro vengono percorsi molte volte avanti e indietro per aumentare $\Delta\phi$ a parità di ΔL ($M=50$) \rightarrow 50 giri in cavità
- specchi sospesi a superattenuatori (per vibrazioni sismiche)
- ultra alto vuoto ($p=10^{-12}$ bar) (per fluttuazioni di pressione e/o indici di rifrazione)
riduce rumore di fase.

La cavità F-P vengono deformate dalle OG;

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = 50 \text{ KHz} \quad \Delta\nu_c = 1 \text{ KHz}$$

Lavoro sui minimi di trasmissione del F-P \Rightarrow F-P fa da SPECCHIO

$$\phi = \phi_0 + M \Delta\phi (\pm) = \phi_0 + M \cdot 2\pi \cdot \Delta L$$

$$R = 99.9999\%$$

suggerito $< 10 \text{ mm}$

$$\Rightarrow \text{revela } \left\{ \begin{array}{l} \Delta L \approx \frac{1}{1000} \text{ del diametro di un protone} \\ \Delta\phi \approx 10^{-13} \text{ rad} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1,6 \div 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ m} \end{array} \right\}$$

controllo: L con precisione 10^{-13} m RMS

allineamento specchi con precisione di 10^{-8} rad

+ struttura per controllare rimbombi di vibraz. ottiche negli specchi.

NED vs frequenza = parametro fondamentale.

SENSORI IN FIBRA OTTICA →

PARAMETRI CHE CARATTERIZZANO LA PROPAGAZIONE IN FIBRA POSSONO ESSERE MODIFICATI DA PERTURBAZIONI ESTERNE

(29)

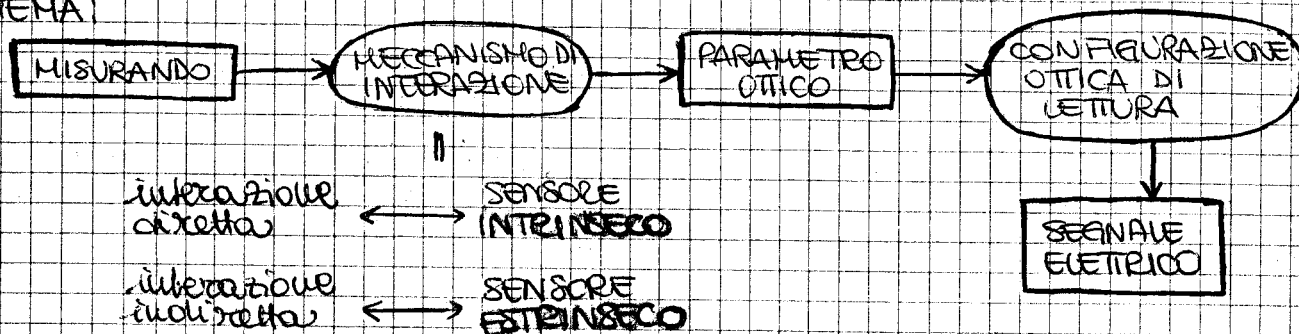
perturbazione = misurando

solo applicazioni di nicchia;

- ambienti aggressivi per i sensori elettronici
- elevate interferenze e.m.
- misure non invasive

no applicaz. su larga scala

SCHEMA:



- SCHEMA DI LETTURA DI INTENSITA' → misurando = pot. ottica
→ fibre MULTIMODO
→ sorgente LED
- SCHEMA DI LETTURA POLARIMETRICO → misurando = stato di polarizzazione
→ fibre MONOMODO
→ sorgente LASER
- SCHEMA DI LETTURA INTERFEROMETRICO → misurando = fase ottica
→ fibre MONOMODO
→ sorgente LASER, DIODO SUPERLUMINESCENTE

- MISURANDO MECCANICO:

- ESCENSIMETRO → effetto elastico-ottico (I)
- VIBROMETRO → accoppiamento evanescente (I)
- IDROFONO → attenuazione accoppiamento (E)

- MISURANDO TERMICO:

- TERMOMETRO → coeff. di temperatura dell'indice di rifr. (I)
→ coeff. di temperatura della birifrangenza (E)

- MISURANDO GRANDEZZA INERZIALE:

- GIROSCOPIO → effetto Sagnac (I)
- ACCELEROMETRO → forza generata da una massa (E)

- MISURANDO ELETTROMAGNETICO:

- SENSORI DI CAMPO EL. → effetto Faraday (I) / effetto Pockels (E) / elettrostrizione (E)
- SENSORI DI CAMPO MAG. → magnetostrizione (E)

MISURANDO CHIMICO!

• SENSORI DI PH, INQUINANTI, GAS \rightarrow fluorescenza (E) / reazione cromatica (E)

SENSORI IN FIBRA

VANTAGGI

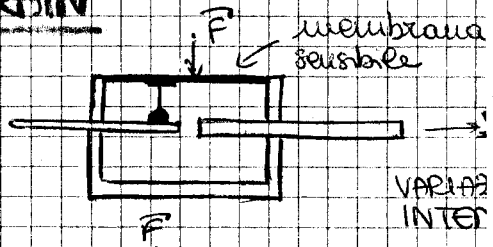
- struttura passiva: immunità a interferenze e.m. e agenti chimici
- tolleranza a radiazioni
- robustezza: immunità a disturbi meccanici
- non invasivo: funzionano senza contatto fisico
- sensibilità elevata

SVANTAGGI

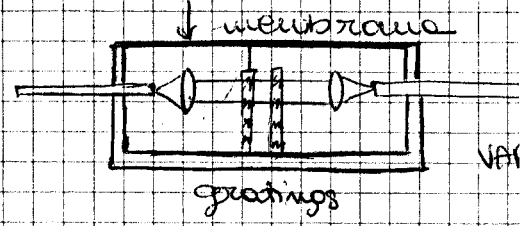
- complessità elevata (\times dove buona sensibilità)
- modesta flessibilità e ricupero
- limitazioni in dinamica, sensibilità, posizionamento
- applicazione di microchip (meccanismo di risonanza ridotta)

SENSORI DI STRAIN

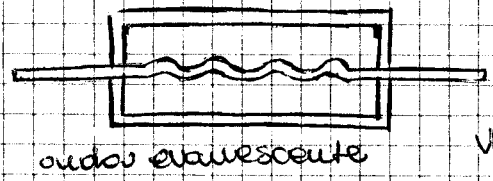
• LED + fibra MULTIM.



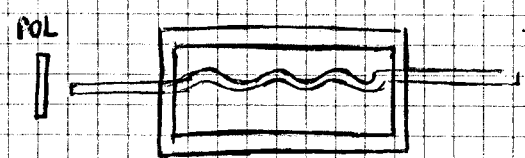
• LED + fibra MULTIM.



• LED + fibra MULTIM.



• LASER A DIODO + fibra MONOM.



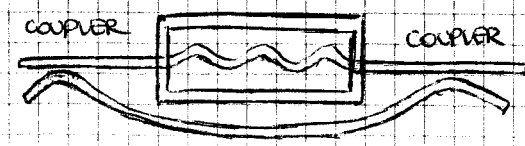
GLAN
ANALISI DI POLARIZZAZIONE

• LASER A DIODO + fibra MONOM.



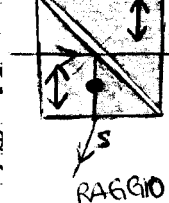
ANALISI DI FASE
(INTERFEROMETRIA)

• LASER A DIODO + fibra MONOM.



ANALISI INTERFEROMETRICA

PRISMA di GLAN-TAYLOR, POLARIZZATORE o BS POLARIZZANTE



ASSI OTTICI DEI CRISTALLI // PIANO DI RIFLESSIONE
IL PRISMA RIFLETTE LA LUCE POLARIZZATA S E RIFLETTE LA LUCE POLARIZZATA P

VARIAZIONE DI INTENSITA' ≈ 50

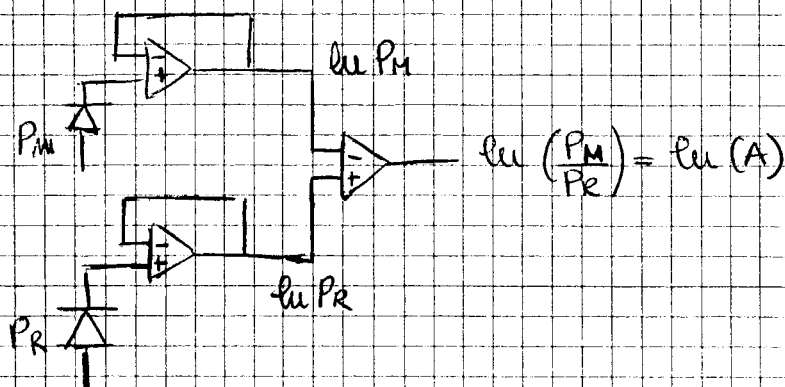
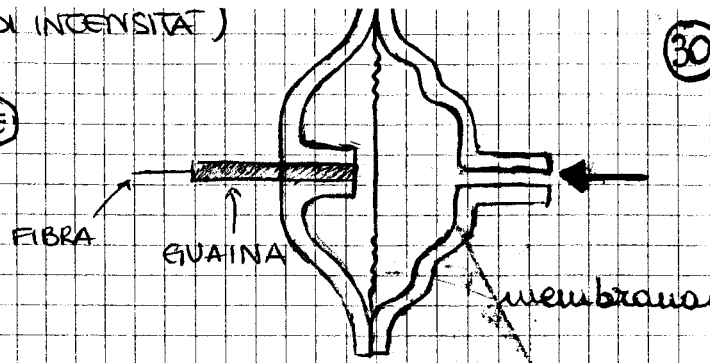
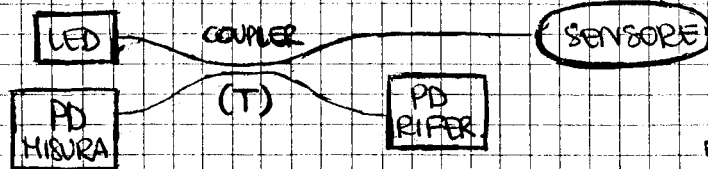
ANALISI DI POLARIZZAZIONE ≈ 100

ANALISI DI FASE (INTERFEROMETRIA) ≈ 500

ANALISI INTERFEROMETRICA ≈ 1000

* SENSORE DI PRESSIONE (LETTURA DI INTENSITA')

30



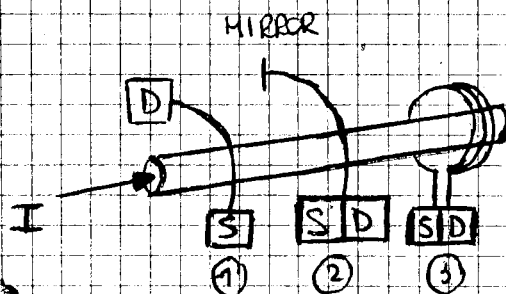
$$P_R = P_{LED} (1 - T)$$

$$P_M = P_{LED} AT^2$$

* SENSORE DI TEMPERATURA AD ASSORBIMENTO (LETTURA DI INTENSITA')

* SENSORE DI CORRENTE

→ EFFETTO FARADAY (rotazione angolo di polarizzazione in presenza di un campo magnetico).



$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \quad \psi = V \int H \cdot dl$$

$$\textcircled{3} \quad \psi = V \cdot N_f I$$

ANGOLO ROTAZ. POLARIZZAZ.

V = cost. di Verdet
 I = corrente
 N_f = n° spire fibra

→ BIRIFRANGENZA CIRCOLARE



$$\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) =$$

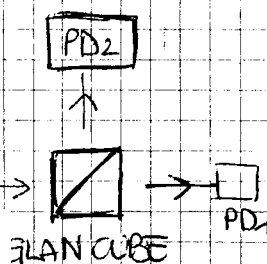
$$= \left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \right)^2 - \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \right)^2 =$$

$$\text{OT RDT} = \frac{e^{2i\theta}}{4} + \frac{e^{-2i\theta}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{e^{2i\theta}}{4} + \frac{e^{-2i\theta}}{4} +$$

$$-\frac{1}{2} =$$

$$= \frac{e^{2i\theta} + e^{-2i\theta}}{2} = \cos(2\theta) =$$

$$= \cos(90^\circ + 2\psi) = \sin(2\psi)$$



$$E_1 = E_0 \cos(45 + \psi)$$

$$E_2 = E_0 \sin(45 + \psi)$$

$$I_1 \approx E_0^2 \cos^2(45 + \psi)$$

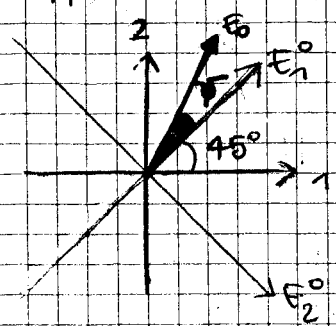
$$I_2 \approx E_0^2 \sin^2(45 + \psi)$$

$$S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \propto \sin(2\psi)$$

→ BIRIFRANGENZA CIRCOLARE

analizzatore a 45°

oppure ridimensiono assi di riferimento e analizzatore a 0°



$$E_1 = E_0 \cos \psi$$

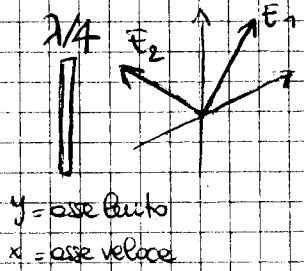
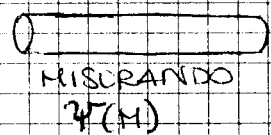
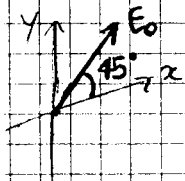
$$E_2 = -E_0 \sin \psi$$

$$\Rightarrow I_1 \approx E_0^2 \cos^2 \psi$$

$$I_2 \approx E_0^2 \sin^2 \psi$$

$$\Rightarrow S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \cos(2\psi)$$

→ BIRIFRANGENZA LINEARE



+ analizzatore GLAN $(45^\circ - 135^\circ)$ $\rightarrow I_1, I_2$

$$E_y = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 e^{i(45 + \psi)}$$

$$E_x = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 e^{-i(45 + \psi)}$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} E_0 (e^{i(45 + \psi)} + e^{-i(45 + \psi)}) = E_0 \cos(45 + \psi)$$

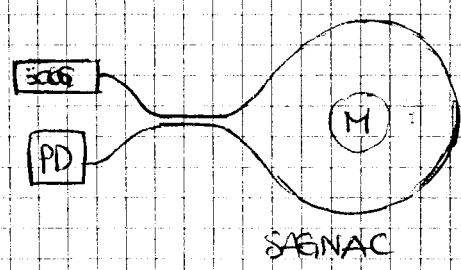
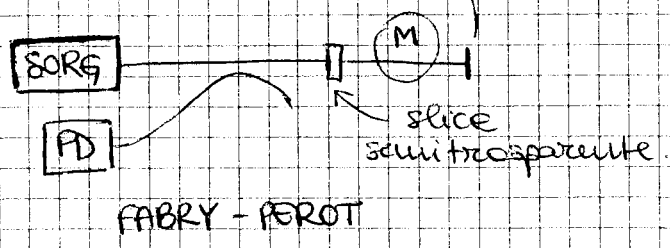
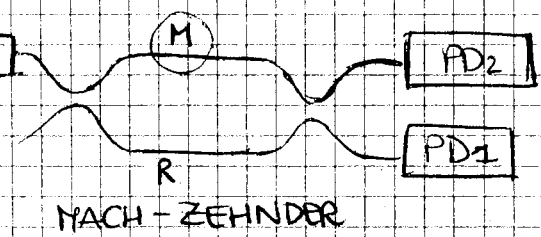
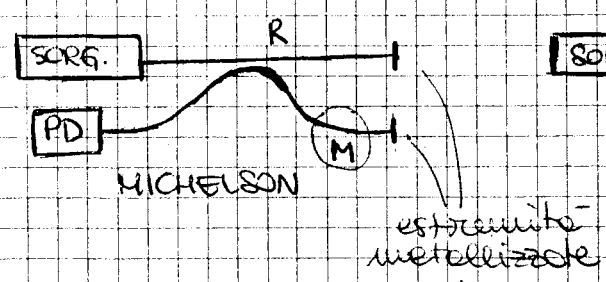
$$E_2 = \frac{1}{2} E_0 (e^{i(45 + \psi)} - e^{-i(45 + \psi)}) = i E_0 \sin(45 + \psi)$$

$$\Rightarrow I_1 \approx E_0^2 \cos^2(45 + \psi)$$

$$I_2 \approx E_0^2 \sin^2(45 + \psi)$$

$$\Rightarrow S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = -\sin(2\psi)$$

SCHEMI DI LETTURA INTERFEROMETRICA



+ configurazioni multiplexed.