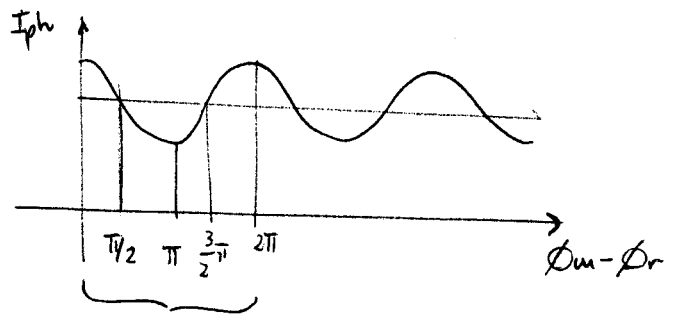
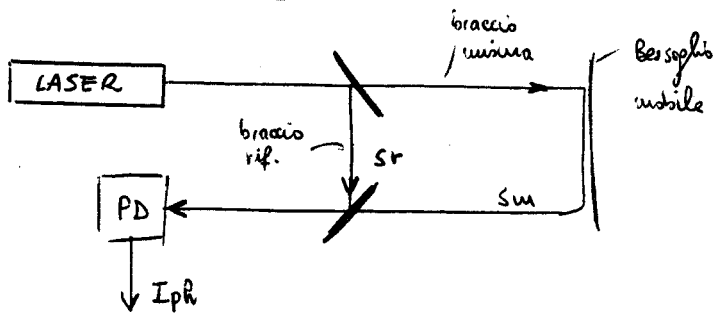


# INTERFEROMETRIA



$\Delta S_m = \lambda$  (è una frangia interferometrica)

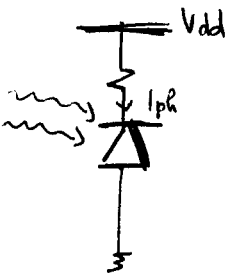
$$I_{ph} = \sigma |E_m + E_r|^2 = \sigma |E_m e^{i\phi_m} + E_r e^{i\phi_r}|^2 = \sigma (E_m^2 + E_r^2 + 2E_m E_r \cos(\phi_m - \phi_r)) = I_m + I_r + 2\sqrt{I_m I_r} \cos(\phi_m - \phi_r)$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_r = k s_r \\ \phi_m = k s_m \end{array} \right\} \phi_m - \phi_r = \frac{2\pi}{\lambda} (s_m - s_r) \rightarrow \text{se } s_r \text{ cost.} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s_m = 2\pi \Rightarrow \Delta s_m = \lambda$$

(risoluzione)

(He-Ne:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-8}$ ; per sc:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 10^{-6}$ )

## Regime quantico / termico di rivelazione



rumore:

$$\begin{cases} \sigma_{I_{ph}}^2 = 2q I_{ph} \cdot B \\ \sigma_{I_{buio}}^2 = 2q I_{buio} \cdot B \\ \sigma_R^2 = \frac{4KT B}{R_L} \end{cases}$$

•  $\sigma_{I_{ph}}^2 \gg \sigma_{I_{buio}}^2 + \sigma_R^2$ : REGIME QUANTICO

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{I_{ph}^2}{2q I_{ph} \cdot B}$$

prestanza dipende da  $I_{ph}$ , non da circuito

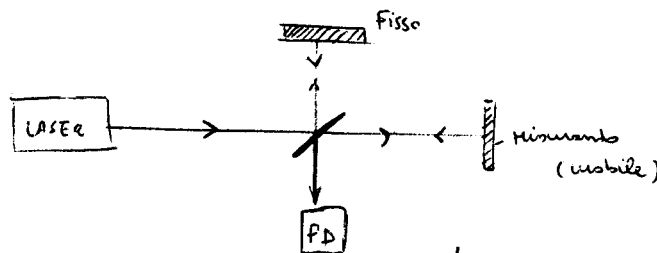
Proprietà OTODINA: posso sempre riportarmi al regime quantico, variando il campo di rifer.

•  $\sigma_{I_{ph}}^2 \ll \sigma_{I_{buio}}^2 + \sigma_R^2$ : REGIME TERMICO

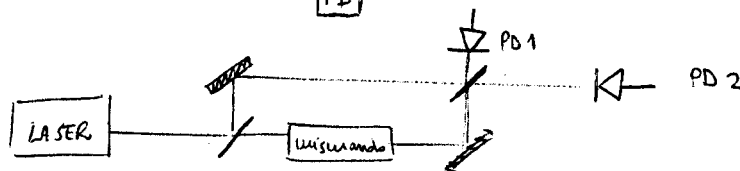
$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{I_{ph}^2}{(2q I_{buio} + \frac{4KT}{R_L}) B}$$

## Esempi di interferometri

Michelson

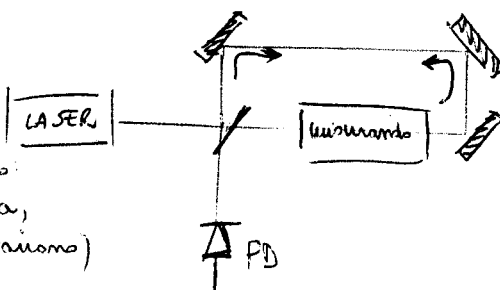


Koch Zehnder



Sagnac

(usato nel giroscopio: se giroscopio ruota, le 2 freq. variano)

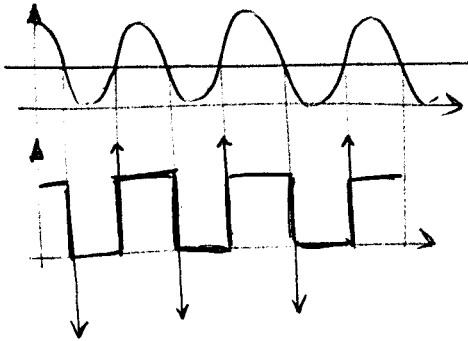


✓ Michelson (Responsivity =  $\sigma = \frac{q e}{h \nu} = \frac{\lambda [\mu m]}{1,24} \approx 0,5 A/W$ )

$$I_{ph} = I_m + I_r + 2(I_m I_r)^{1/2} \cos(2K(s_m - s_r)) = I_0 [1 + \cos(2K(s_m - s_r))]$$

$$(I_0 = 2I_m = 2I_r = \frac{1}{2} \sigma P_L)$$

frangie interferometrica:  $2K(s_m - s_r) = 2\pi \Rightarrow \Delta s_m = \frac{\lambda}{2}$

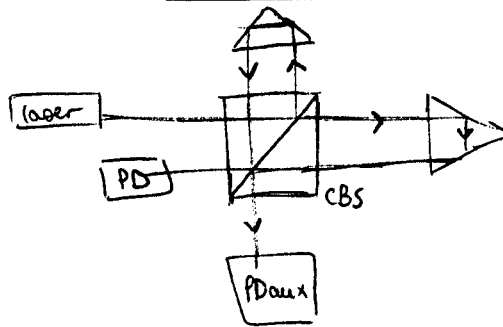


contare frange: conto le  $\delta \uparrow \Rightarrow (\lambda/2)$   
 se conto le mezza frange  $\rightarrow (\lambda/4)$   
 (raddizzatore: conto anche le  $\delta \downarrow$ ) } riduzione

Problemi: - allineamento specchi

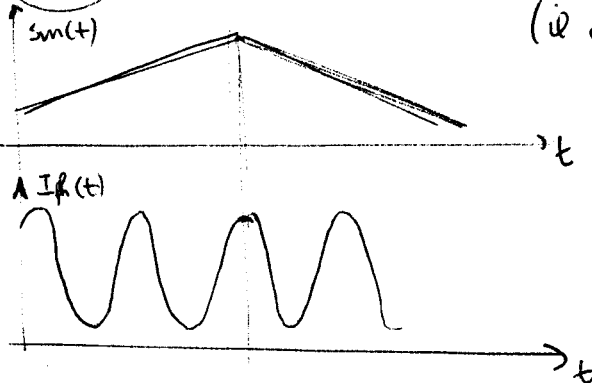
- beam splitter sottile! (difficile posizionamento)
- retro-riflessioni di luce nella cavità laser  $\rightarrow$  lo rende - monomodale !!

↓ soluzione: Twyman Green: (utilizza corner cube)  $\rightarrow$  insensibilità al disallineamento



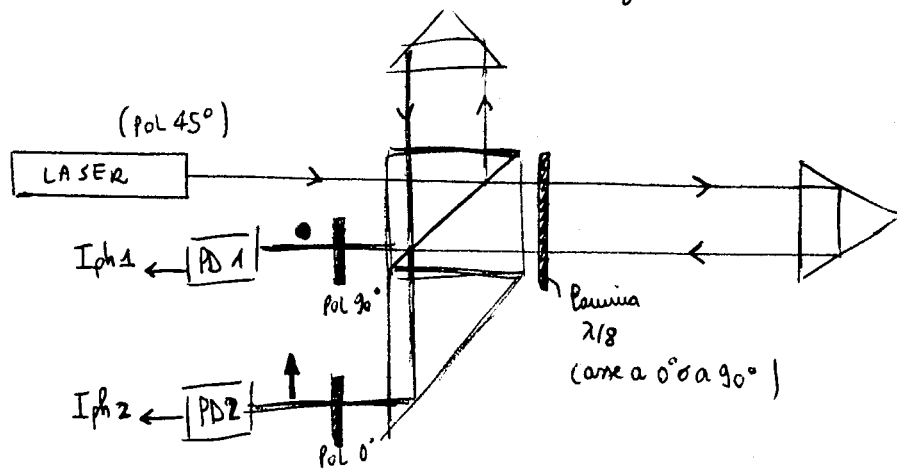
- no retro-riflessioni
- CBS + semplice da posizionare e - sensibile a vibraz.

• Problema: ambiguità nella misura del verso di spostamento del bersaglio (solo quando  $\Delta s_m = K\pi$ )  
 (il coseno è pari!)



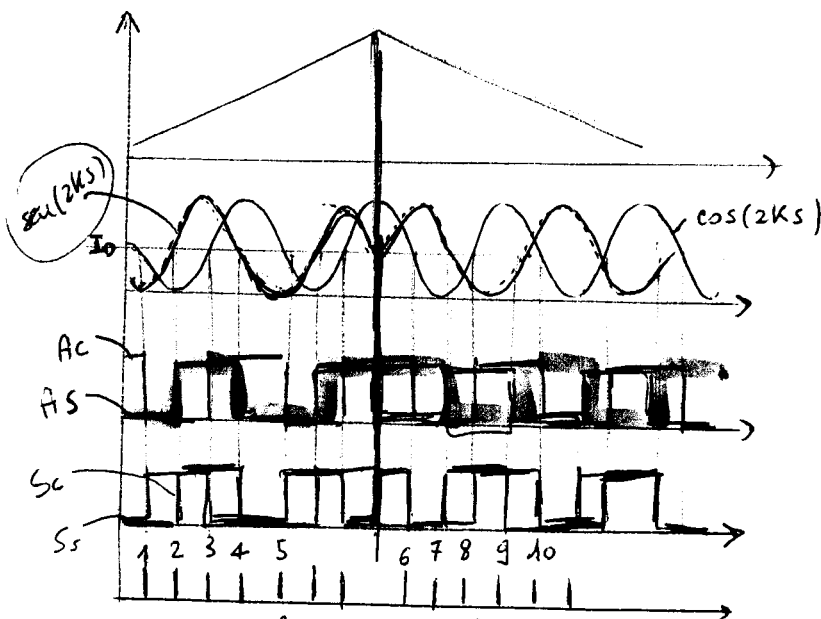
Per risolverlo: • DOPIO FASCIO  
 • DUE FREQUENZE

# INTERFEROMETRO a DOPPIO FASCIO (2 segnali interferometrici in quadratura)



$$\begin{cases} I_{ph1} = I_m + I_r + 2\sqrt{I_m I_r} \cos(2K(s_m - s_r)) = I_0 \left[ 1 + \cos(2K(s_m - s_r)) \right] \\ I_{ph2} = I_m + I_r + 2\sqrt{I_m I_r} \cos\left(2K\left(s_m + \frac{\lambda}{8} - s_r\right)\right) = I_0 \left[ 1 - \sin(2K(s_m - s_r)) \right] \end{cases}$$

Elaborazione del segnale: i due segnali vengono inviati a discriminatore di ampiezza, con soglia  $I_0$  e si ottengono  $A_c$  e  $A_s$ . Derivo entrambi ( $\sin$  e  $\cos$ ) e ottengo  $S_c$  e  $S_s$



	$A_c$	$S_s$	$A_s$	$S_c$
1	0	1	0	0
2	0	1	1	1
3	1	0	1	1
4	1	0	0	0
5	0	1	0	0

	$A_c$	$S_s$	$A_s$	$S_c$
6	0	0	1	0
7	0	0	0	1
8	1	1	0	1
9	1	1	1	0
10	0	0	1	0

⇒ riesco a distinguere il verso del moto!

impulsi di conteggio: ora in una prompia ci sono 4 conteggi: riduzione:  $\lambda/8$

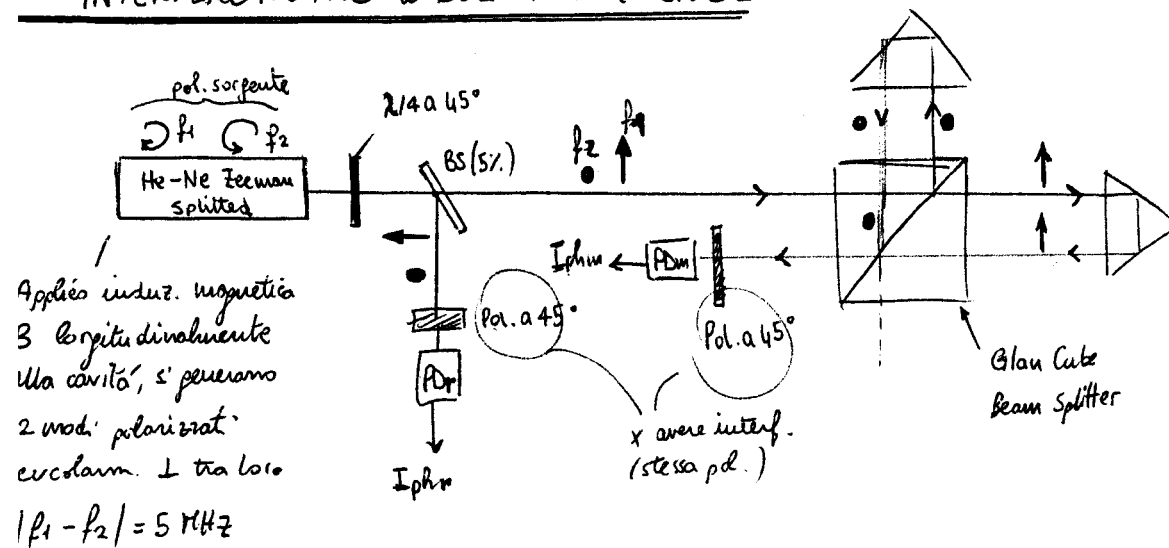
$$(U = \overline{A_s} \oplus S_c + A_c \oplus \overline{S_s} = 1: "UP" \\ 0: "DOWN")$$

- Funziona piuttosto bene in campo vicino (distanze fino a 1m, con risoluzione  $\approx 80$  nm)
- Non posso lavorare in continua  $\Rightarrow$  quando derivo analiticamente uso un passo alto.
- Lo strumento fa una misura in banda base. Quindi ci può essere rumore dato da vibraz. opus, dist. (disturbi E.M.)
- Limite alle freq: elettronica  $\Rightarrow$  limite su velocità spostamento bersaglio:

$$B_{MAX} = B_{EL} \Rightarrow \Delta t_{min} = \frac{1}{B_{EL}} \Rightarrow v_{MAX} = \frac{\lambda}{8} B_{EL} \quad (\text{se } B_{EL} = 10 \text{ MHz} \rightarrow v_{MAX} = 9,8 \text{ m/s})$$

• Misura micrometrica  $\rightarrow$  dev'essere attento a non interrompere i fasci!

# INTERFEROMETRO a DUE FREQUENZE



↓ (FDM)  
 [segnale non + in banda base, ma intorno a 5 MHz] [su FDr ho oscillazione a 5 MHz]  
 $\Rightarrow$  non ho + il problema del doppio fascio e non ho + il problema di calcolare  $I_0$

$$I_{phR} = \frac{5}{100} I_0 \left\{ 1 + \cos[2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi] \right\} \quad ; \quad \left( I_0 = \frac{1}{2} \sigma P_L, (P_L = 2P_1 = 2P_2) \right)$$

$$I_{phM} = \frac{95}{100} I_0 \left\{ 1 + \cos[2\pi(f_1 - f_2)t + 2Ks_m - 2Ks_r + \varphi] \right\}$$

Tecniche per recuperare fase  $\varphi$ :

→ Mixing analogico tra  $I_{phR}$  e  $I_{phM}$  (somma e diff) + filtraggio passa basso per ottenere  $\cos(2K(s_m - s_r))$  e  
 $\Rightarrow$  INTERF. a doppio fascio  
 (dopo avere riflettato  $I_{phR}$  da  $\pi/2$ )  $\leftarrow \sin(2K(s_m - s_r))$

→ Heplio: conteggio DIGITALE degli attraversamenti di 0 dei segnali  
 $I_{phR}$  e  $I_{phM}$  e loro sottrazione.

al contatore integra, cioè conta i periodi (risoluz:  $\frac{\lambda}{2}$ ) che sono  $\neq$  tra  $R_{if}$  e  $M_{if}$ .

T: tempo di misura.  $\begin{cases} C_R = \int_{(0,T)} (f_1 - f_2) dt = (f_1 - f_2) T \end{cases}$

$\begin{cases} C_M = \int_{(0,T)} \left[ (f_1 - f_2) + \frac{2K}{2\pi} \frac{ds_m}{dt} \right] dt = (f_1 - f_2) T + \frac{2\Delta s_m}{\lambda} \end{cases}$

$S = C_M - C_R = \frac{2\Delta s_m}{\lambda}$  (spostamento complessivo nell'intervallo T)

$\Delta s_m = N_{conteggi} \cdot \frac{\lambda}{2}$

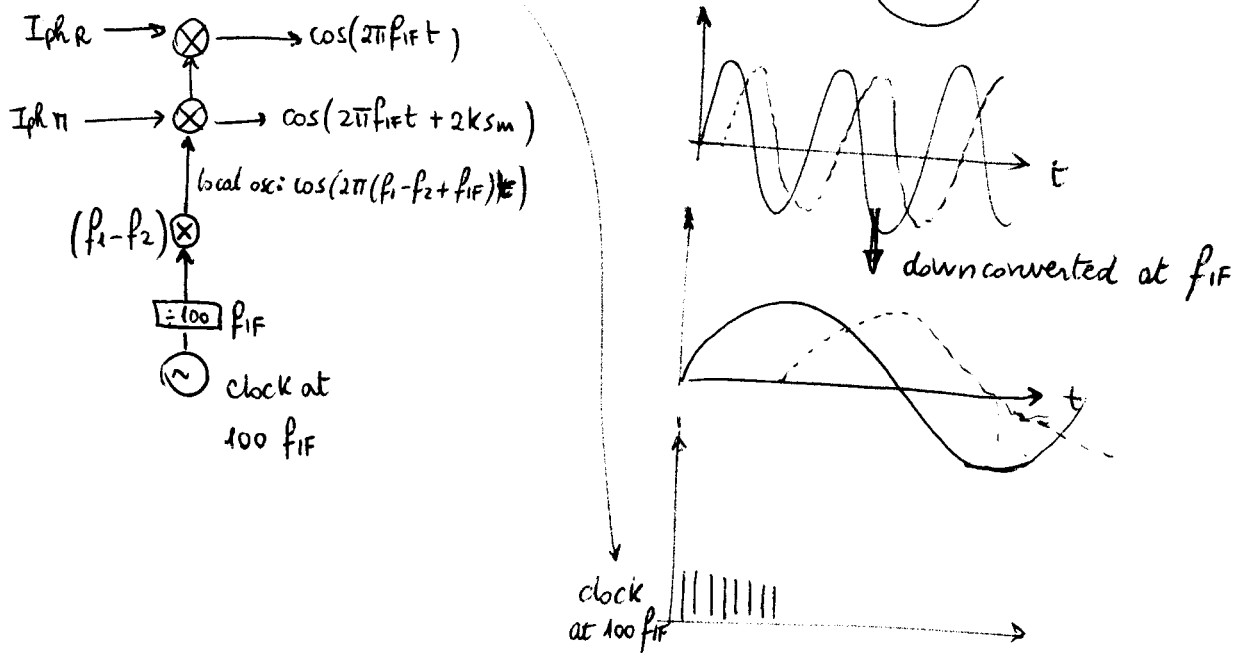
$\Delta s_m = N_{conteggi} \cdot \frac{\lambda}{4} \rightarrow$  risoluz. & conta anche i semiperiodi (il doppio fascio arrivano a  $\lambda/8$ )

$\Rightarrow$  Anche se elettronica è la stessa di prima, non posso sfruttarla appieno qui! Perché devo stare intorno a 5 MHz.  $v_{max} = \frac{\lambda}{4} \cdot B = 0,3 \text{ m/s}$  (con  $B = 1 \text{ MHz}$ )

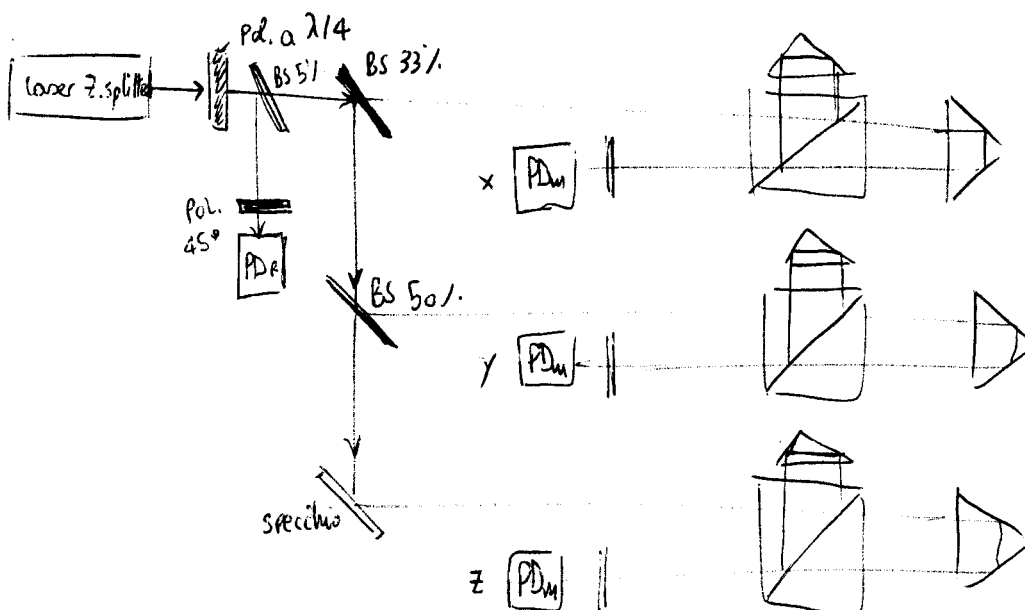
• Vantaggi dell' interf. a 2 FREQ:

- Soglia di discriminazione può essere posta a zero (posso eliminare DC di  $I_{phR}$  e  $I_{phN}$ )
- Reiezione ai disturbi E.M. e migliore a 5 MHz.
- Facilità di conoscere interruzione perché misura  $R_{if}$  a 5 MHz sempre,  $R_{in}$  diventa continua
- Aumento risoluzione se faccio mixing elettrico dei segnali  $I_{phR}$  e  $I_{phN}$  con osc. locale  $f_{LO} = (f_1 - f_2) - f$  con  $f_F = 10-100$  KHz.

Posso effettuare una fase ad alta risoluzione uguale a  $P_{IF}$ .  
Suddividendo angolo  $2\pi$  in 100 intervalli  $\Rightarrow$  risoluzione  $(\lambda/200)$ .



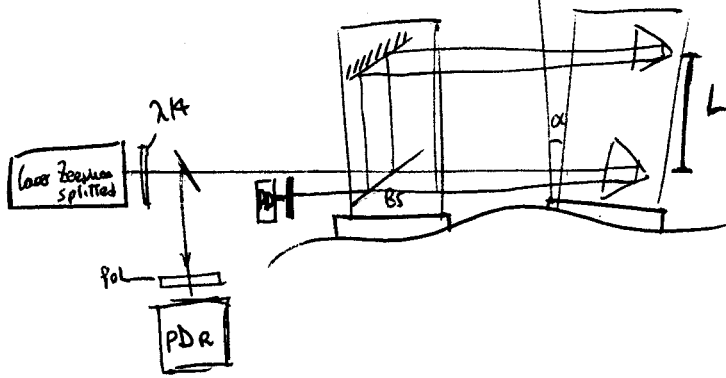
### Estensione x misure su 3 assi' riferimento



Misure di planarità  $\Rightarrow$  (Nach Zehnder)

errore di angolo  $\alpha \rightarrow$  variaz. cammino ottico  $2\alpha L$ .

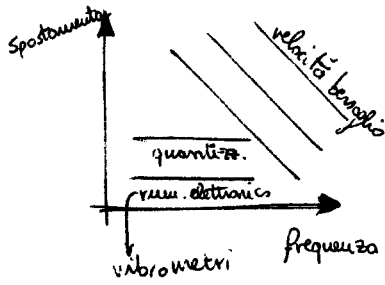
$$\Delta s = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta \alpha = \frac{\lambda}{4L}$$



Misura di angolo retto (vedi schema su slide)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{risoluzione} = \text{a quella di planarità} \\ \text{precisione influenzata dall'errore dell'angolo diedro del pentaprisma} \end{array} \right.$

# LIMITAZIONI PRESTAZIONI INTERFEROMETRO

## Limitazioni nel piano spostamento-frequenza



(vedi slide)

limitazione a basse frequenze è più rilevante per lo schema a doppio fascio.

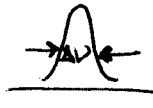
Errore del coseno: 
$$I_{ph} = I_0 \left\{ 1 + V \cos[2K(sm - sr)] \right\}$$

- il cammino effettivamente misurato è  $K \cdot sm \cdot \cos \alpha$ ;  $\alpha$ : angolo dovuto a errore allineamento
- errore sistematico su responsività interferometro

## Coerenza temporale e visibilità frange

$\tau_c$ : tempo coerenza: valor medio dell'intervallo temporale tra 2 salti di fase consecutivi (ho salti di fase xke spettro  $\neq \delta$ )

$$\begin{cases} \rightarrow L_c \approx c \cdot \tau_c \approx \lambda^2 / \Delta\lambda \\ \rightarrow \Delta\nu = \frac{1}{\pi \tau_c} \end{cases}$$



HeNe  $L_c = 300 \text{ m}$   
SC (buono)  $L_c = 30 \text{ m}$   
SC (semplice)  $L_c = 1,5 \text{ m}$

$\Rightarrow$  se  $|sm - sr| \gg L_c$ : non ho segnale interferometrico ma solo rumore.

$V$ : VISIBILITÀ FRANGE ( $0 < V < 1$ ): se laser a singolo modo long., con largh. riga Lorentziana,

- $V = \exp[-(\Delta L / L_c)]$ ,  $\Delta L = |sm - sr|$
- definizione operativa:  $V = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}}$

$\Rightarrow$  se  $|sm - sr| < L_c$ : unione interf. possibili; ma con rumore di fase e una conseguente limitazione sul minimo spostamento rilevabile.

NED (noise equivalent displacement)

$\rightarrow \Delta\nu$  non nulla  $\Rightarrow \nu(t) = \nu_0 + \Delta\nu(t)$

$\rightarrow \phi(t) = 2K(sm - sr) = \frac{4\pi\nu}{c}(sm - sr) = \frac{4\pi}{c}(sm - sr)(\nu_0 + \Delta\nu(t)) = \phi_0 + \Delta\phi(t)$

forza  
interferometrica

$\rightarrow$  rumore fase:  $\Delta\phi = \frac{4\pi}{c}(sm - sr) \cdot \Delta\nu = \frac{4\pi}{\lambda_0}(sm - sr) \frac{\Delta\nu}{\nu_0}$

$L_c \approx \lambda_0^2 / \Delta\lambda = c / \Delta\nu$

# Rumore quantico

- Un interferometro riesce a misurare varia. di cammino ottico  $\ll \lambda$  se riesce a apprezzare il segnale a HERA FRANGIA (pto lavoro MAX sensibilità) - In queste condiz., il segnale  $\propto \sin$ .
- Il + piccolo spostamento misurabile dipende da rumore sovrapposto a fotocorrente (NED quantico), se non considero NED di fase.
- Ogni interf. laser è equivalente a sistema rivelaz. coerente OTODINA → Ottima proprietà di lavorare al LIMITE QUANTICO DI RIVELAZIONE

• Chiedo fotodiode su resistenza R, rumore vale:

$$i_n^2 = 2q(I_{ph} + I_b)B + \frac{4kTB}{R} \approx 2qI_{ph}B, \quad I_{ph} = I_0 \left\{ 1 + V \cos[2k(s_m - s_r)] \right\}$$

$$\left( \frac{S}{N} \right)^2 = \frac{I_s^2}{I_n^2} = \frac{(I_0 V 2k s_m)^2}{2qI_0 B}$$

$$I_s = I_0 V \cdot 2k s_m \text{ (in condiz. max sensibilità)}$$

•  $NED_{quantic} \Rightarrow \left( \frac{S}{N} \right)^2 = 1 \Rightarrow NED = \frac{\lambda}{2\pi V} \sqrt{\frac{qB}{2I_0}} = \frac{\lambda}{2\pi V} \sqrt{\frac{h\nu \cdot B}{2\eta P}}$

• rumore fase quantico equivalente:  $\phi_n = 2k NED = V \sqrt{\frac{2h\nu B}{\eta P}}$

[ Confronto NED di fase / NED quantico ⇒ è sempre il rumore di fase a limitare la sensibilità dell'interferometro, a meno di operare con  $s_m = s_r$    
 ↳ interf. bilanciato

## Coerenza spaziale ed effetti di polarizzazione

\* è necessario che distribuz. trasversale di  $E_m$  e  $E_r$  sia la stessa.

$\mu_{sp}$ : fattore coerenza spaziale =  $\frac{\int_A E_m(x,y) E_r^*(x,y) dx dy}{\sqrt{\int_A |E_m(x,y)|^2 dx dy} \sqrt{\int_A |E_r(x,y)|^2 dx dy}} \approx 1$  idealmente

(se fasci multimodali (N mod))  $\mu_{sp} \leq 1/N$

\* necessario che  $E_m$  e  $E_r$  abbiano la stessa polarizzazione

$\mu_{pol} = \frac{\vec{E}_m \cdot \vec{E}_r}{|\vec{E}_m| \cdot |\vec{E}_r|}$

$V = (\mu_{sp} \cdot \mu_{pol}) \exp(-\Delta L / L_c)$



# DISPERSIONE DEL MEZZO

Interferometro laser effettua conteggi in udum:  $\lambda/n_{air}$ .

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-8} \text{ (con He-Ne stabilizzate)}$$

$n_{air} = 1,000280$  (@  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ )  $\rightarrow$  poi varia con  $T, P$ .   
 $\Delta T = 10^\circ \text{C} \rightarrow$  influenza su 5° cifra decimale della misura di  $n_{air}$    
 $\Delta P = 10 \text{ mbar} \rightarrow 6^\circ$

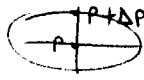
$\Rightarrow$  Per avere precisione migliore di  $10^{-6}$  occorrono sensori di  $T$  e  $P$  per effettuare dovute correzioni al fattore di scala dell'interferometro.

## Errori dovuti a speckle-pattern (caso in cui bersaglio non cooperativo)

Luce sorgente ad elevata coerenza temporale su superficie diffondente  $\Rightarrow$  luce retrodiffusa ha una struttura granulare: caratteristica che prende il nome di speckle-pattern.

SPECKLE-PATTERN: campo irraggiato in un semispazio da diffusore illuminato con luce coerente

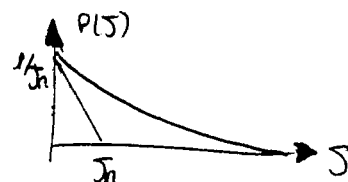
- superficie diffondente:  $\Delta z \gg \lambda$

-  da  $P$  a  $P+\Delta P$  il campo perde correlazione

- il contorno spaziale di 1 speckle si definisce includendo tutta la regione di spazio in cui la correlazione del campo rispetto a quella del punto  $P$  è  $> 0,5$ .

$$P(I) = \frac{1}{I\pi} \exp(-I/I\pi), \text{ con } I\pi \text{ valor medio intensità speckles}$$

$$P(I < I\pi) = \int_0^{I\pi} P(I) dI = 1 - e^{-1} = 63,2\% \Rightarrow \text{la presenza di speckle poco intensa è ben più probabile della presenza di speckle brillanti.} \Rightarrow \text{problema:}$$

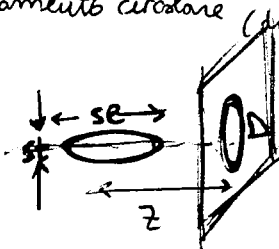


FADING

Dimensioni:  $\times$  diffusore con macchia illuminamento circolare (diametro  $D$ )

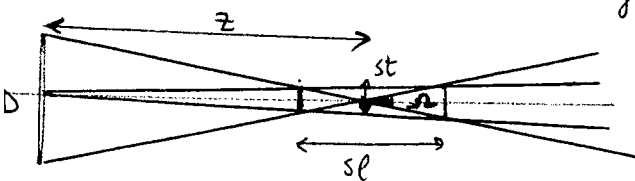
$$s_\ell = \frac{\lambda z}{D}$$

$$s_\ell = \lambda \left( \frac{2z}{D} \right)^2 \quad (s_\ell \gg s_t)$$



## Dimostrazione

Ciascuno speckle corrisponde a una regione spaziale a singolo modo, con accettanza  $a = A\Omega = \lambda^2$ .



$$a = \text{Area} \cdot \text{Angolo Solido} = A\Omega$$

$$\Omega = \pi \left( \frac{D}{2z} \right)^2$$

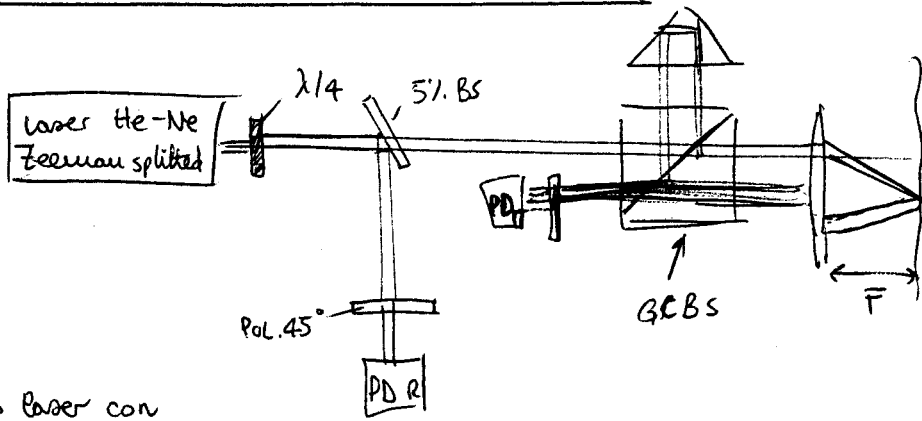
$$A = \pi \left( \frac{s_\ell}{2} \right)^2$$

$$\lambda^2 = \pi^2 \frac{D^2}{4} \cdot \frac{s_\ell^2}{4} \Rightarrow s_\ell^2 = \frac{16 \lambda^2 z^2}{\pi^2 D^2} \Rightarrow s_\ell = \frac{4}{\pi} \left( \frac{\lambda z}{D} \right)$$

il fascio di raggi che sottende  $\Omega$  si mantiene + piccolo di  $s_t$  per dimsn log. =  $s_\ell/\theta$ , con  $\theta = \frac{D}{2z} \Rightarrow s_\ell = \frac{2}{\pi} \lambda \left( \frac{2z}{D} \right)^2$

[Dimsn speckle e potenza medie, esempio]

# INTERFEROMETRIA a SPECKLE-PATTERN



- Fascio laser con  
semplicità XL

lente di misura: focale  $F$  e diametro  $D$

sup. diffondente posta nel piano focale

$$NED_{sp} \approx \lambda \frac{DS}{s}$$

⇒ Effetto di intensità: il segnale di misura potrebbe corrispondere a speckle poco intenso:  
Fading del segnale interferometrico

Rimedi:

- migliore focalizzazione ( $D$  piccolo) per avere speckle di dimensioni maggiori  
 $st \propto 1/D$  ed in numero minore

- duplicazione sensore (sensor diversity)

- traslare trasversalmente il punto di misura sul bersaglio & cambiare distribuzione speckles ("bright speckle tracking")

⇒ Effetto di fase: all'interno di ciascuno speckle si ha errore fase ( $\leq 2\pi$ ...)

⇒ Conseguenza generale:

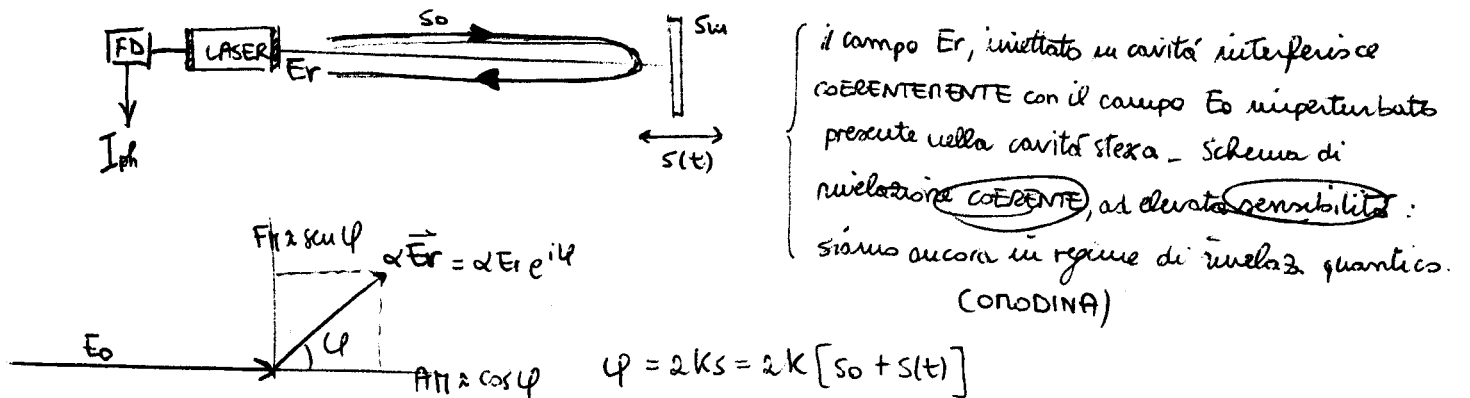
- Non è possibile misurare con accuratezza spostamenti  
ampi del bersaglio.
- ci si deve limitare a piccole escursioni di  $S_m$  (→ vibrometrie)

# INTERFEROMETRIA 4

## SCHEMI DI LETTURA DEL SEGNALE INTERFEROMETRICO

- Config. esterna:
  - e' la + usata;
  - interferometro esterno a cavit  laser
  - lettura del cammino ottico attraverso l'intensit   $I = I_0 \cos(2ks)$
- Config. esterna:
  - interferometro all'interno della cavit  laser
  - oscillazione binomale:
    - Modo 1 sostenuto dalla cavit  di riferimento ( $S_1$ )
    - Modo 2 sostenuto dalla cavit  di misura ( $S_2$ ): lo spostamento dello specchio  $S_2$  cambia la freq. del modo 2.
  - sui fotodiodi si ha battimento tra modo 1 e 2  $\Rightarrow$  segnale a freq:  $\Delta f = \frac{c}{2L} \frac{\Delta s}{\lambda/2}$
  - $I = I_0 \cos(2\pi \Delta f t)$ : la lettura del cammino ottico  $\phi = 2ks$  avviene attraverso la frequenza
  - Ho limite max su spostamento ( $s_{max} = \lambda/2$ ) evitare ambiguit , una buona elevata responsivit /sensibilit :  $R_f = \frac{\Delta f}{\Delta s} = \frac{c}{\lambda L} = 2,4 \text{ MHz/nm}$  ( $L=20 \text{ cm}$ )

## SCHEMA A RETROINIEZIONE (o modulazione indotta o self mixing)



il campo Elettrico emesso dalla sorgente risulta modulato sia in freq. ( $F_M$ ) che in ampiezza ( $A_M$ ).

$$I_{ph} = I_0 (1 + M_A \cos[(1 + M_F) \omega t]) , M_A = A \cos(2ks)$$

$$M_F = B \sin(2ks)$$

- con 2 canal' di misura in quadratura
- Sovrapposti alla stessa portante ottica,
- posso riconoscere verso spostamento
- senza ambiguit  (che avevo anche nel doppio fascio)

## RETROINIEZIONE CON He-Ne, Zeeman (campo $\vec{B}$ TRASVERSALE, $\rho \neq 0$ che nel 2 freq)

- sul fotoinvelatore si ottiene battimento tra 2 modi (con Pol. @  $45^\circ$ )

$$I_{ph} = I_0 (1 + u \cos[2\tilde{\omega}(V_1 - V_2)t + u F \sin]) , \text{ portante @ } f_1 - f_2 (100 \text{ KHz})$$

- (altoparlante e diffusore  $\rightarrow$  speckle pattern  $\rightarrow$  max escursione legata a  $5\epsilon$ )  
 antichi usano rivelazione digitale ( $\lambda/8$  risolu), meglio analisi analogica & armonia alla NES

(NB)  $V_2$  che viene rimandato indietro, viene modulata la sua ampiezza e ~~fase~~ frequenza dal cammino ottico  $2Ks$  (x effetto retroiniezione)

$V_1$ , bloccato dal polarizzatore, costituisce il braccio di riferimento

$$\begin{aligned} \sin(2Ks) &\xrightarrow{\text{derivata}} 2K \cos(2Ks) \cdot \cos(2Ks) \\ \cos(2Ks) &\xrightarrow{\text{derivata}} -2K \sin(2Ks) \cdot \sin(2Ks) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad 2K \cdot \frac{S(t)}{V(t)} \Rightarrow \text{Integro} \rightarrow S(t)$$

## RETROINIEZIONE CON LASER a SC $\rightarrow$ sorgente compatta, poco costosa, efficiente.

- Devo usare ottica x trasformare da ellittico a circolare
- Uso attenuatore x non re-iniettare troppa luce
- Non e' possibile forzarlo su 2 modi come He-Ne Zeeman.
- Non ha sufficiente stabilita' in freq. x effettuare rivelaz. ~~stazionaria~~  $\Rightarrow$  il termine  $F(t)$  di  $I_{ph}$  non puo' essere estratto.  $\Rightarrow$  possibile ambiguita' sul segno della fase  $2K[s_0 + S(t)]$

$\Rightarrow$  EQUAZIONI di LANG & KOBAYASHI: aggiungo dei termini alle rate eq. dovuti a retroiniezione

$$\begin{cases} \xi = \text{parametro retroiniezione} & (\omega_0 \tau = 2Ks_0) \\ \tau = \frac{2s_0}{c} & \text{round trip esterno} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_{ph} = I_0 [1 + u F(2Ks)] \quad \text{• (la modulaz. di frequenza e' recuperabile)}$$

$F(2Ks)$  dipende

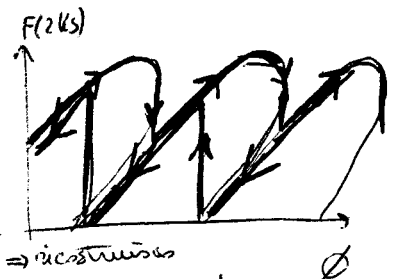
da  $\xi$  attraverso parametro  $C = \xi \frac{50\sqrt{1+\alpha^2}}{f \cdot h \cdot 1}$   
 e quindi dai parametri laser

- distanza bersaglio
- riflettivita' bersaglio

$[C > 1 \text{ si ottiene facilmente con bersaglio cooperativo}]$

- $u$ : profondita' modulaz. ampiezza
- $F = F(2Ks)$ : funzione di periodicita'  $2\tilde{\omega}$  e assume valori  $-1$  e  $1$  (per He-Ne Zeeman  $F = \cos(2Ks)$ ).  
 (per SC: dipende da quanto luce entra in cavitaa')

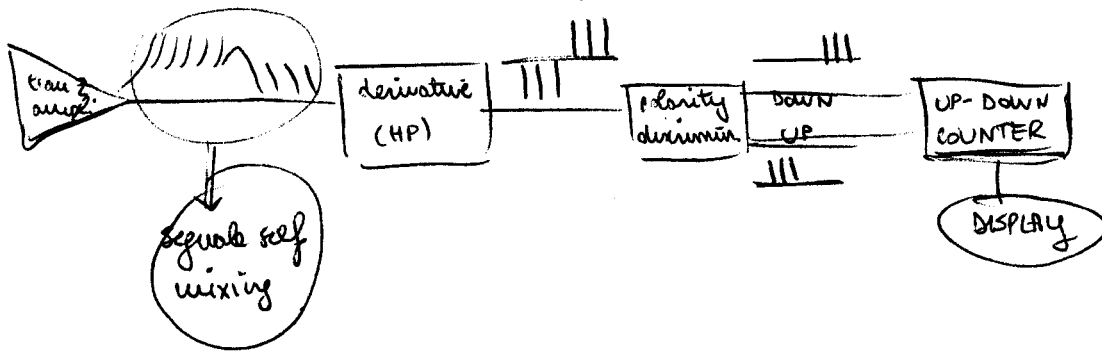
$0 < C \leq 0,1$  RETROINIEZ. MOLTO DEBOLE  
 $0,1 < C \leq 1$  DEBOLE  
 $1 < C \leq 4,6$  MODERATA  $\rightarrow$   
 $C > 4,6$  FORTE



-  $\xi$  più piccola corrisponde a spostamento di  $\lambda/2$

riesco a rinviare all'assenza di un secondo segnale interf.  $\Rightarrow$  ricostruisco

## Schema realizzativo elettronica di conteggio (digitale)



Prestazioni : • risoluz.  $\frac{\lambda}{2} = 335 \text{ nm}$  (con laser F-P @ 670 nm)

- velocità max bersaglio: 0,335 m/s (ipotizzando di voler individuare  $10^6$  frange  $\Rightarrow B$ )
- precisione  $\begin{cases} 10^{-4} \text{ (laser F-P)} \\ 10^{-5} \div 10^{-6} \text{ (laser DFB stabilizzato)} \end{cases}$

### ■ VANTAGGI RETROINIEZ SC.

semplice, compatto, poco costoso  
 segnale presente ovunque nel fascio  
 ok anche x bersagli diffondenti  
 allineamento non critico  
 banda di misura accettabile (MHz)  
 prestazioni simili ai comuni interferom.

### ■ SVANTAGGI

- minor stabilità a emissione  $\Rightarrow$  precisione
- necessita controllo laser in T
- alimentatori laser con limitata modulaz. corrente per

$\Rightarrow$  SE BERSAGLIO È FERRO?  $S = S_0 + \delta S(t) \Rightarrow$  riesco a misurare la dist. assoluta  $S_0$ ?

(NB) se modulo laser mi fornisce (corrente pompa) posso controllare potenza ottica emessa e posso anche modulare la  $\lambda$  emissione!

$$\lambda(I_{\text{bias}}) = \lambda_0 + \frac{\partial \lambda}{\partial I} \Delta I_{\text{bias}}(t) \quad (\text{lineare a tratti} \Rightarrow \Delta I_b \Rightarrow \Delta \lambda)$$

$$\phi = 2k S_0 = \frac{4\pi}{\lambda} S_0 \Rightarrow \Delta \phi = - \frac{4\pi}{\lambda^2} \Delta \lambda(t) S_0$$

se  $\Delta \lambda(t)$  è sufficientemente elevato e modulaz.  $\varphi$  periodica  $\Rightarrow$  vedo frange interferometriche ogni  $2\pi \Rightarrow$  posso risalire a  $S_0$ !

$$\left| \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right| = N_{\text{FRANGE}} = \frac{4\pi}{2\pi} \frac{\Delta \lambda(t)}{\lambda^2} S_0 \Rightarrow S_0 = N_{\text{FRANGE}} \frac{\lambda_0^2}{2 \Delta \lambda(t)}$$

$\downarrow$   
 $\Delta S_0$ : RISOLUZIONE

