

SORGENTI LASER: PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO

LASER: LIGHT AMPLIFICATION BY STIMULATED EMISSION OF RADIATION



inventato da T. Maiman (1960)

MASER: MICROWAVE AMPLIFICATION BY STIMULATED EMISSION OF RADIATION

oscillatori nel range delle microonde (1954) cui si ispirò Maiman.

LASER: si passa alle freq. ottiche (qui sono più evidenti fenomeni quantistici)



CARATTERISTICHE della SORGENTE DI LUCE LASER:

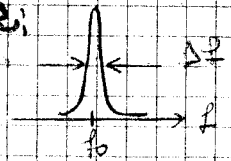
• MONOCROMATICITÀ

→ spettro strettissimo

$$f_0 \approx 300 \text{ THz} \div 500 \text{ THz}$$

$$\Delta f \approx 1 \text{ MHz (al meglio!)}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta f}{f_0} \approx 3 \cdot 10^{-18}$$



• **COERENZA SPAZIALE E TEMPORALE** → proprietà di un'onda e.m. di mantenere una certa relazione di fase con se stessa durante la sua propagazione.

• **DIREZIONALITÀ** (fascio collimato) → l'angolo solido sotto il quale si estende un fascio laser è molto piccolo.

• **BRIANZA** → la densità di energia emessa per unità di angolo solido è molto elevata.

• **POLARIZZAZIONE** → vettore campo el. su una direzione fissa.

• **DURATA TEMPORALE** → densità di energia in Δt . (pot. alt. e laser impulsati, 10^{-12} a 10^{-10} s)

• **SPETTRO E.M.** (oscillatori alle freq. ottiche → $f \approx 500 \text{ THz}$)

$$\lambda = c/v$$



v fisso e
variabile del
mezzo.

$$\begin{aligned} \lambda &= 10 \text{ mm} - 1 \text{ mm} \\ \lambda &= 1000 \div 2,5 \mu\text{m} \\ \lambda &= 2,5 \div 0,75 \mu\text{m} \\ \lambda &= 750 \div 400 \text{ nm} \\ \lambda &= 380 \div 40 \text{ nm} \\ \lambda &= 40 \div 1 \text{ nm} \\ \lambda &= 1 \div 0,01 \text{ nm} \\ \lambda &= 10 \div 0,01 \text{ pm} \end{aligned}$$

ONDE MILLIMETRICHE
MEDIO e LONTANO IR
VICINO IR
VISIBILE
UV
RAGGI X SOFFICI
RAGGI X DURI
RAGGI γ

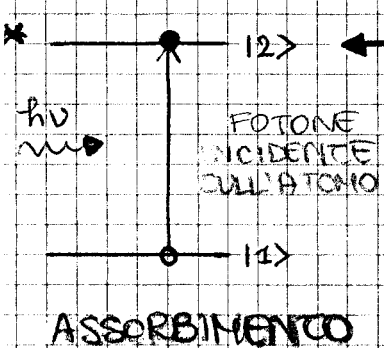
LUCE

SORGENTE OTTICA: stazionaria o oscillatore → LASER IN REGIME CONTINUO o IMPULSATO

RAPPRESENTAZIONE DELLA LUCE:

- **TEORIA ONDULATORIA** → luce come onda e.m.
 - fenomeni di interferenza
 - effetti di diffrazione.
- **TEORIA CORPUSCOLARE** → luce come insieme di fotoni
 - quantizzazione dell'energia $E = \hbar \omega$
 - interazione radiazione-materia spiegata mediante assorbim. e emissione di fotoni
- **OTTICA GEOMETRICA** → luce come raggi
 - analisi di sistemi ottici in cui si hanno fenomeni di riflessione e rifrazione
 - più finemente OTTICA GAUSSIANA

ASSORBIMENTO e EMISSIONE



ATTENUATORE

$$h\nu = E_2 - E_1 = \Delta E$$

$$\lambda = hc / \Delta E$$

$$f = c / \lambda$$

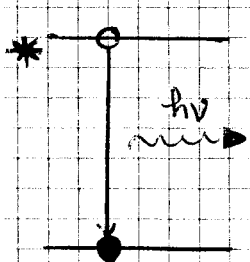
$$\nu = \Delta E / \hbar = c / \lambda$$

$$\lambda = c \hbar / \Delta E$$

energia del fotone = salto energetico (altrimenti il fotone attraversa l'atomo lasciandolo inalterato) ⇒ ho assorbimento se il fotone ha la giusta λ .

un elettrone al livello energetico inferiore assorbe tutta l'energia del fotone e viene promosso al livello superiore

livelli atomici quantizzati



EMETTITORE

$$h\nu = \Delta E$$

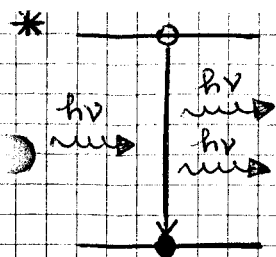
T_{sp} = tempo di decadimento spontaneo

⇒ cerco materiali con $E_2 - E_1$ che dia $\nu = \Delta E / \hbar = 400 \text{ THz}$

EMISSIONE SPONTANEA

un elettrone al livello energetico eccitato tende a decadere su un livello più basso per sua natura in un tempo caratteristico T_{sp} . Decadendo l'elettrone emette un fotone di energia $h\nu = \Delta E$.

⇒ l'EMISSIONE è INCOERENTE! energia emessa con freq. non esattamente determinata e fase e direzione casuali.



AMPLIFICATORE

$$h\nu = E_2 - E_1$$

se ho tanti atomi può essere che vengano assorbite tutte a tutte entro un range.

(2)

EMISSIONE STIMOLATA

un elettrone allo stato eccitato interagisce con un fotone incidente di energia $h\nu = E_2 - E_1$. L'elettrone in seguito all'interazione decade, così in uscita abbiamo due fotoni di pari energia.

il fotone incidente viene **AMPLIFICATO** producendo due fotoni.

L'emissione è **COERENTE**: i due fotoni hanno uguali fase, freq. e direzione. (LUCE LASER)

livelli energetici quantizzati si hanno in:

- atomi
- ioni in vetri o cristalli
- molecole → ANCHE UTILI OPERAZIONALI

nei semiconduttori si hanno bande.

AMPLIFICAZIONE:

→ per avere amplificazione netta mediante emissione stimolata è necessario avere **INVERSIONE DI POPOLAZIONE**

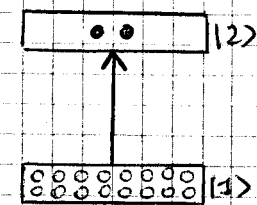
$$E_2 > E_1 \Rightarrow \text{all'equilibrio termodinamico } N_2 < N_1$$

→ IRRADIO il materiale che fa da assorbitore/attenuatore ha assorbimento di molta energia tradotta in promozione di elettroni ai livelli energetici eccitati.

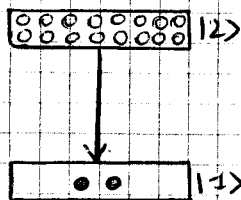
Per avere amplificazione devo ottenere una situazione di **DISEQUILIBRIO**: $N_2 > N_1$

$$\Rightarrow \Delta N = N_2 - N_1 \text{ e' detta INVERSIONE DI POPOLAZIONE}$$

se $N_1 = N_2$ cioè $\Delta N = 0 \Rightarrow$ materiale trasparente alla λ considerata.



ATTENUAZIONE
 $N_1 > N_2$



AMPLIFICAZIONE
 $N_2 > N_1$

OSCILLATIVE LASER

- **MATERIALE ATTIVO**
(con opportuni livelli energetici)
- **MECCANISMO di POMPA**
(trasferimento di energia che permette di ottenere l'**INVERSIONE DI POPOLAZIONE** eccitando il materiale attivo e ottenere **GUADAGNO OTICO**)
- **RISONATORE OTTICO**
(con binario di radiazione e.m.)

AMPLIFICATORE
(dispositivo con guadagno)
" "
AZIONE LASER

SISTEMA DI RETROAZIONE
(POSITIVA)

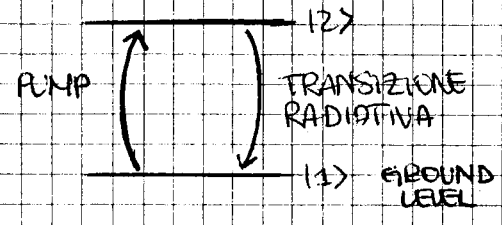
OSCILLAZIONE LASER

in potenza non ho guadagno ($P_{in} > P_{out}$)
ma il segnale in uscita è di altissima qualità.
banda più stretta.

ALL' EQUILIBRIO con laser acceso ho perfetto **BILANCIO** tra **GUADAGNO** e **PERDITE**.

AMPLIFICAZIONE OTTICA

• SISTEMA A DUE LIVELLI

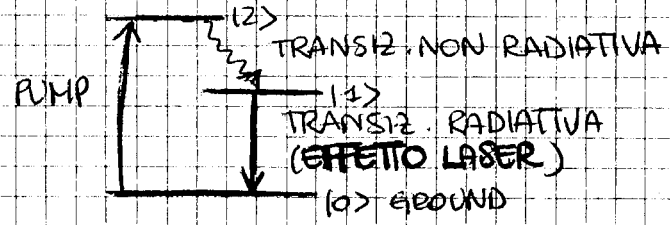


IMPOSSIBILE OTTENERE AMPLIFICAZIONE OTTICA (NETTA)

quando occorrono a $N_1 = N_2 = N_{tot}/2$ una ulteriore energia di pompaggio darebbe la stessa probabilità per le transizioni $1 \rightarrow 2$ e $2 \rightarrow 1$

è impossibile ottenere la condizione di amplificazione netta $N_2 > N_1$ cioè non si possono avere più di $N/2$ atomi \Rightarrow servono più di 2 livelli

• SISTEMA A TRE LIVELLI



INVERSIONE DI POPOLAZIONE:

$N_1 - N_0 > 0$ (il livello 2 è quasi sempre vuoto!)

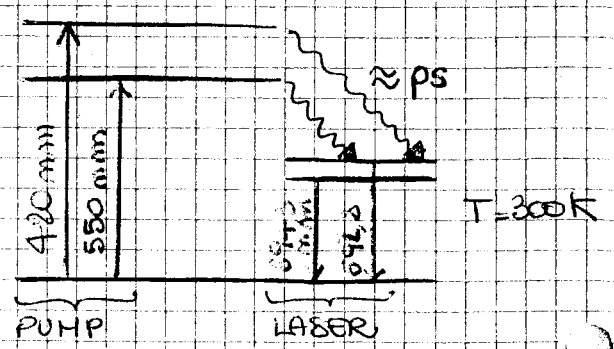
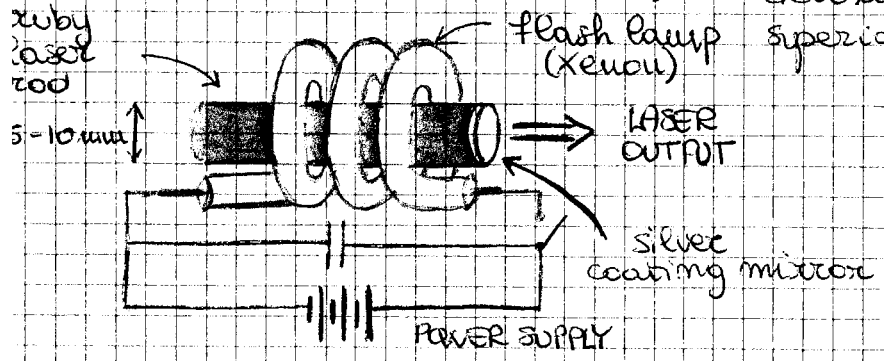
CONDIZIONE PER IL FUNZIONAMENTO:

$T_{21} \ll T_{10}$ (TEMPI DI DECADIM.)

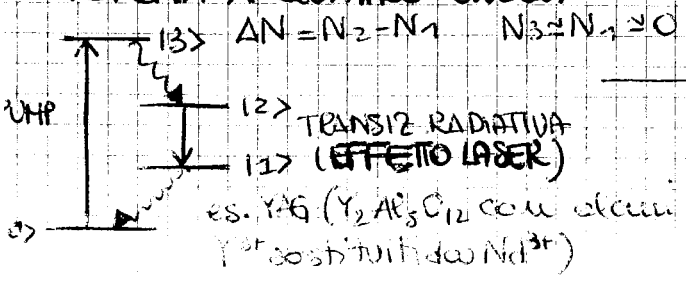
(non è facile da ottenere; il livello 0 va svuotato per ottenere ΔN)

devono essere promossi al livello superiore $N_2 + m$ atomi.

es. LASER A RUBINO (Al_2O_3 con alcuni Al^{3+} sostituiti da Cr^{3+})



• SISTEMA A QUATTRO LIVELLI



È IL SISTEMA PIÙ EFFICIENTE (perché il livello 12 viene svuotato dalla trans. non radiativa)

CONDIZIONE PER IL FUNZIONAMENTO:

$T_{10}, T_{32} \ll T_{21}$ (è sufficiente promuovere atomi al livello superiore)

POMPAGGIO

(3)

- SCARICA ELETTRICA (gas) \rightarrow l'energia della scarica eccita mediante urti gli atomi/ioni (es. cinetico)
- POMPAGGIO OTTICO (cristalli, vetri, liquidi) \rightarrow i fotoni di pompa eccitano gli atomi/ioni.
- POMPAGGIO ELETTRICO (semiconduttore) \rightarrow l'energia della corrente elettrica compatta irraggiamento di fotoni di luce.

GUADAGNO IN UN MATERIALE ATTIVO \Rightarrow AMPLIFICA LA RADIAZIONE LASER (λ_{LASER})

$$\frac{dI}{dz} = \sigma (N_2 - N_1) I$$

AMPLIFICAZIONE per unità di lunghezza nel mezzo attivo

$$I(z) = I_0 \exp[\sigma \Delta N \cdot l]$$

σ = cross section di emissione (cm^2)

$$\frac{I(z)}{I_0} = G = \exp(g l)$$

ΔN = inversione di popolazione

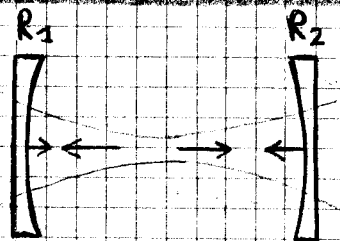
I = intensità ottica (W/cm^2)

l = lunghezza materiale attivo

$$g = \sigma \cdot \Delta N = \text{guadagno logaritmico} (\text{cm}^{-1})$$

G = GUADAGNO OTTICO PER SINGOLO PASSAGGIO

RISONATORI OTTICI TIPO FABRY-PEROT \Rightarrow meccanismo di retroazione positiva per oscillatore laser



CONDIZIONE DI RISONANZA

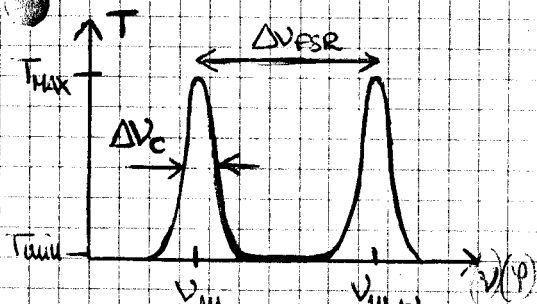
$$L = m \cdot \lambda / 2$$

$$\Rightarrow \nu = m \cdot c / 2L$$

AUTOFREQUENZE

$$\Delta \nu_{FSR} = \frac{c}{2L}$$

FREE SPECTRAL RANGE



m = ORDINE DEL MODO DI RISONANZA

(quante λ ci sono in un round-trip $2L$)
(quale ordine di FSR corrisponde alla freq. ν).

$$\mathcal{F} = \Delta \nu_{FSR} / \Delta \nu_c = \text{FINESSE}$$

$\Delta \nu_c$ = larghezza di riga

$$= \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}} \approx \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R}$$

$$(R_1 \approx R_2 = R)$$

PROFILO DI TRASMISSIONE

$$T = P_{OUT} / P_{IN}$$

$$T(\varphi) = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R\cos\varphi} \quad \text{PROFILO D'AIRY}$$

$$\Delta \nu_c = \frac{1}{2\pi T_c} = \frac{c\delta}{2\pi L}$$

T_c = tempo di ritardo nel cavo

$$T_c = L / c\delta$$

δ = perdite logaritmiche per passaggio

$$T_{MAX} \leftrightarrow \cos\varphi = 1$$

$$T_{MIN} \leftrightarrow \cos\varphi = -1$$

$$Q = \nu / \Delta \nu_c = \frac{\nu \mathcal{F}}{\Delta \nu_{FSR}} = m \mathcal{F} \quad \text{FATTORE DI MERITO}$$

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{2L}{\lambda} = K \cdot s = 2\pi \nu \frac{2L}{c} = 2\pi \nu \cdot 2T_c$$

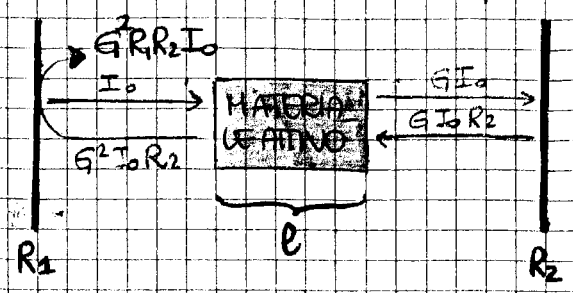
$$\Rightarrow \varphi = m(2\pi + \pi)$$

$\frac{1}{\Delta \nu_c}$ = pendenza di discriminazione

GUADAGNO CRITICO! (o inversione critica) che consente di INNESCARE L'OSCILLAZIONE LASER in un materiale attivo rinfocizzato continuamente.

GUADAGNO DI ROUND TRIP (doppio passaggio) = **PERDITE DEL RISONATORE**

$I_0 = G^2 R_1 R_2 I_0 \rightarrow G^2 = \frac{1}{R_1 R_2}$



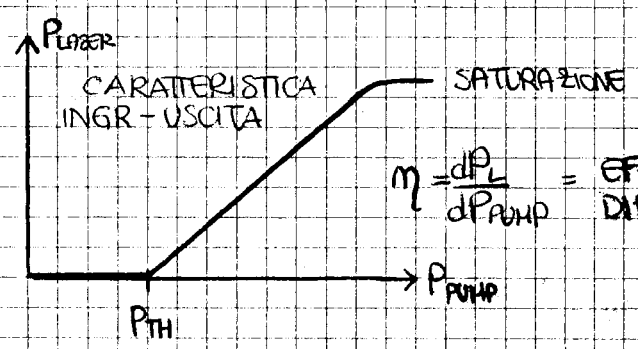
$\exp[2\sigma(N_2 - N_1)l] = \frac{1}{R_1 R_2}$

$\sigma(N_2 - N_1)l = \frac{1}{2} [-\ln(R_1) - \ln(R_2)] = \gamma \rightarrow \gamma = \text{PERDITE LOGARITMICHE}$

$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} = -\frac{\ln(R_1)}{2} - \frac{\ln(R_2)}{2}$

$\rightarrow (N_2 - N_1)_{TH} = \frac{\gamma}{\sigma l}$

(VEDERE POST-IT foglio 4)



$\eta = \frac{dP_L}{dP_{PUMP}} = \text{EFFICIENZA DIFFERENZIALE}$

$P_{TH} = P_{PUMP, min. T.C. PL > 0}$
 la pot. di pompaggio che non viene convertita in pot. laser si dissipa in calore nel materiale attivo e nei componenti.

TIPi di LASER

- STATO FISICO / PROPRIETA' MATERIALE ATTIVO:**
 laser a gas, a coloranti (liquido), a stato solido, a semiconduttore.
- LUNGHEZZA D'ONDA DI EMISSIONE**
 IR, visibile, UV, raggi X
- REGIME DI FUNZIONAMENTO**
 in continuo (single mode, multimode, single beam) o laser impulsati (free running, Q-switching, mode-locking)

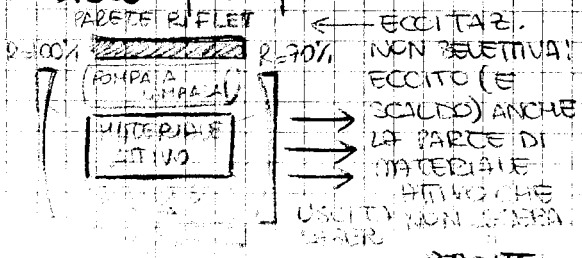
LASER A GAS: (PCMPA A SCARICA EL)

- tubo a flusso (CO2) \rightarrow IR: 10 μ m
- tubo sigillato (He-Ne) He: 10 = Ne: 1 \rightarrow Rosso 633nm

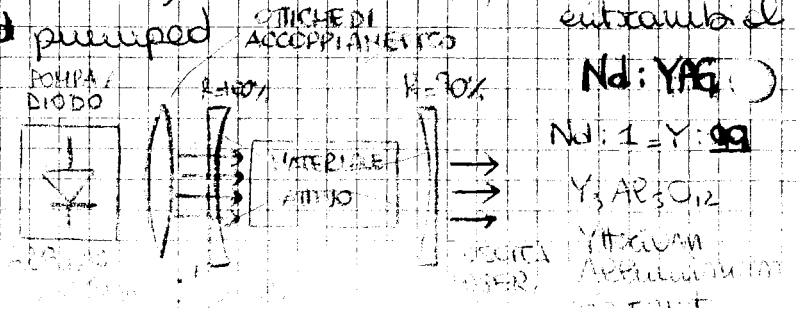
POMPA A SCARICA ELETTRICA:
 la scarica eccita per impatto el - ottano gli atomi di He che trasferiscono la loro energia di eccitazione agli atomi di Ne che effettuano l'azione laser. (**RESONANT ENERGY TRANSFER**)

LASER A STATO SOLIDO ($\lambda_{emiss} = 1064\text{nm}$)

- side pumped

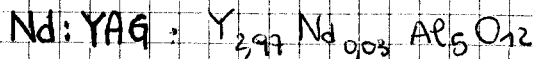


- end pumped



(4)

in VETRO $\Delta V = 5 \text{ THz}$ (40 volte)

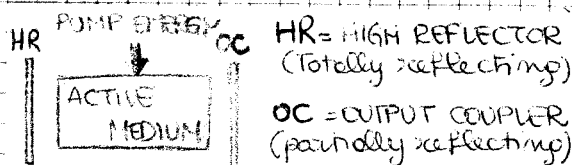


- efficienza differenziale: 3-5%, lampade
 >20%, diodi

$\bullet \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta\nu}{\nu}$

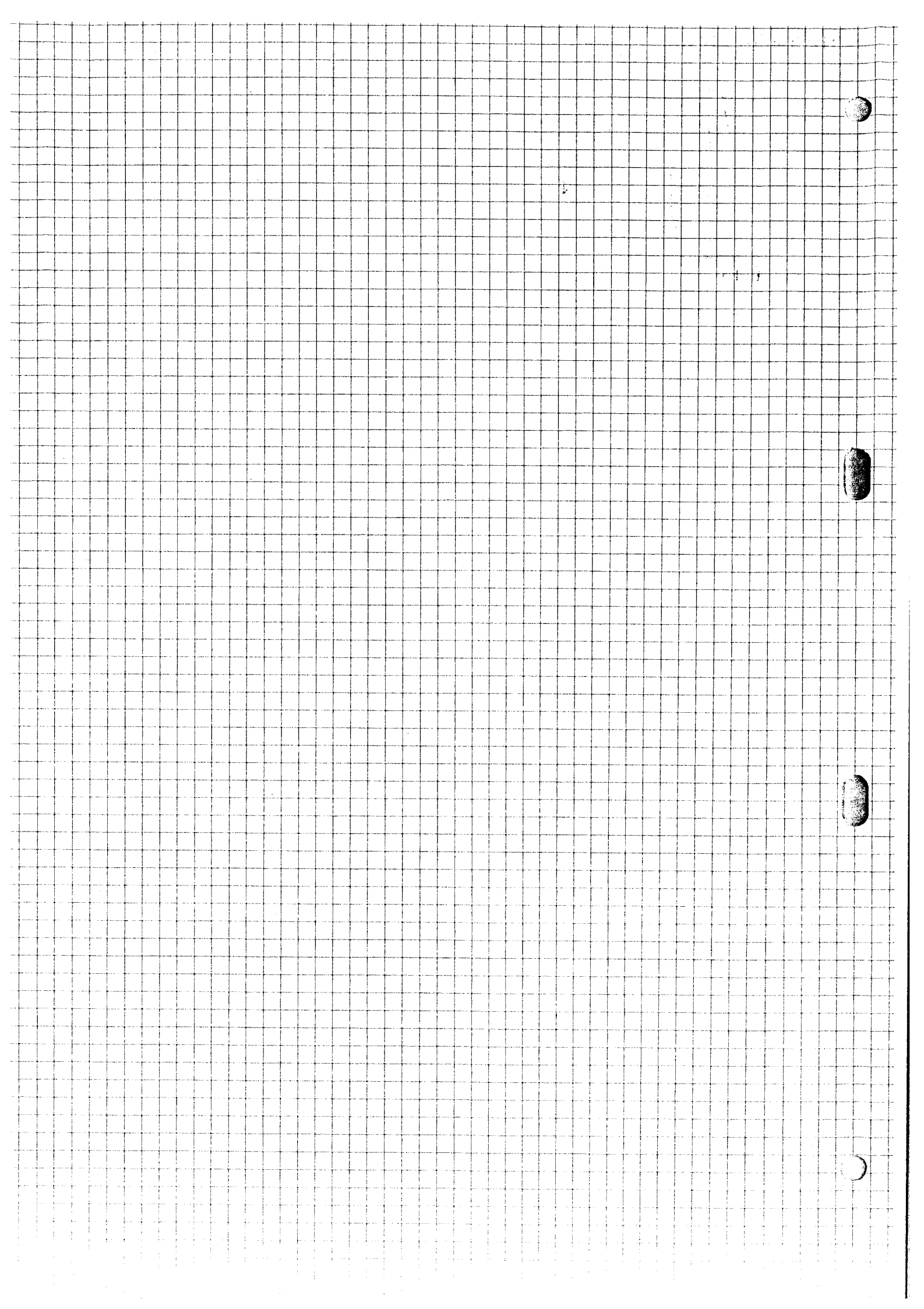
$\lambda \approx 1 \mu\text{m}$ $\nu \approx 300 \text{ THz}$	$\Delta\lambda_{\text{YAG}} = 0,4 \text{ mm} \Rightarrow \Delta\nu_{\text{YAG}} \approx 125 \text{ GHz}$ $\Delta\lambda_{\text{VETRO}} = 16 \text{ mm} \Rightarrow \Delta\nu_{\text{YAG}} \approx 5 \text{ THz}$
--	---

in regime MODE LOCKING: $\Delta\tau_p = \frac{1}{\Delta\nu} \Rightarrow \Delta\tau_{p\text{YAG}} = 8 \text{ ps}$
 $\Delta\tau_{p\text{VETRO}} = 200 \text{ fs}$

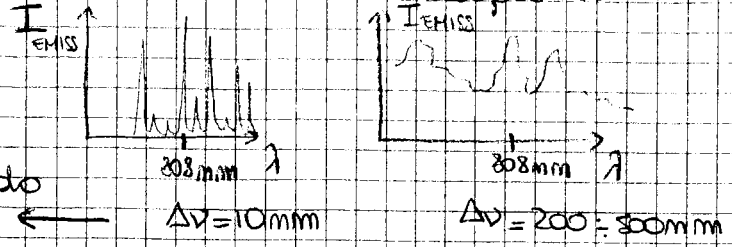


- GROUND STATE
- POPULATION INVERSION
- SPONTANEOUS EMISSION → START OF STIM. EMISSION
- STIM. EMISSION IN CRESCITA
Quantum
Pctm.
- STIM. EMISSION COMPLETA: GENERAZIONE FASCIO LASER COERENTE

OC! how basso accoppo
(piccolo buco & fossi) e
ricade tra basso guancia
e per la AN che si ottiene



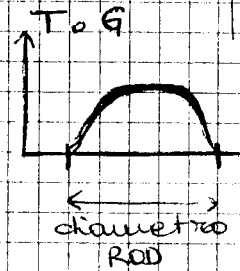
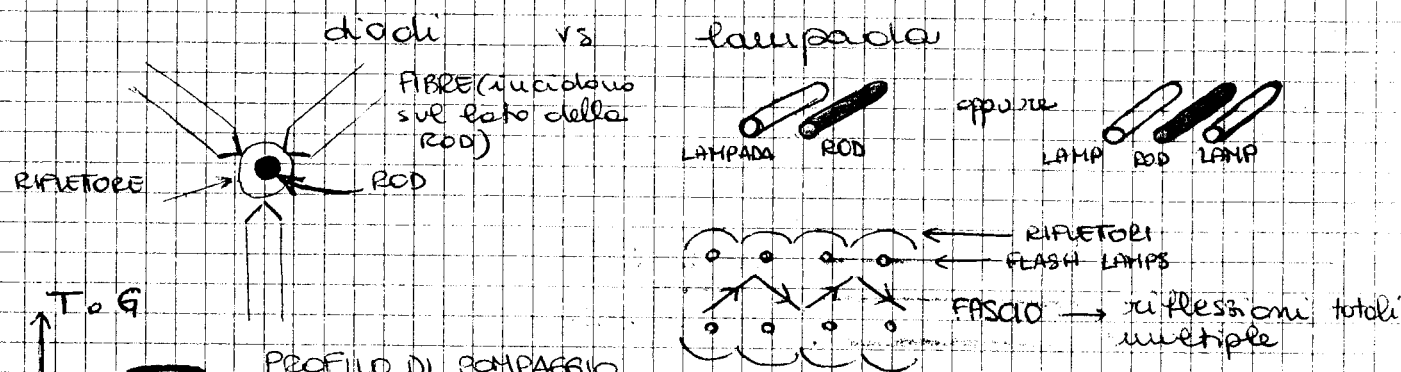
→ POMPAGGIO OTTICO: diodi vs lampada



pompa a diodo
ha una
EFFICIENZA
SPETTRALE molto
più elevata.

→ l'eu. di pompa non assorbita interamente (non convertita in pot. laser) produce calore in eccesso.
→ cambia anche rifr. e quindi la precisa λ di emissione
→ può causare danni irreversibili (lente termica).

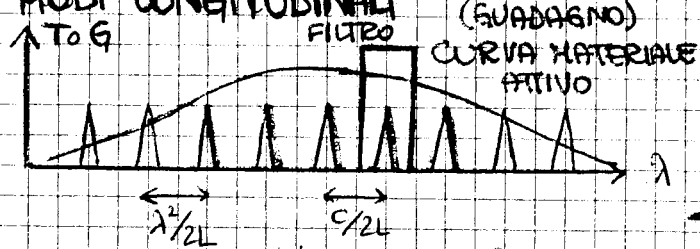
GEOMETRIE DI POMPA: trasversale in entrambi i casi



PROFILO DI POMPAGGIO
MOLTO BUONO;

$P_{PUMP} = 150 \text{ W}$
 $P_{LASER} = 62 \text{ W (CW, TEM}_{00})$
 $P_{TH} = 30 \text{ W}$
 $\Rightarrow \text{efficienza} = \frac{62 \text{ W}}{(150 - 30) \text{ W}} \approx 50\%$ molto buona!

→ MODI LONGITUDINALI



il guadagno dovrebbe essere alto solo v. della transizione: $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$ ma ciò succede solo per un atomo singolo isolato e fermo. Se ho più atomi si creano bande di energia (con profilo gaussiano) attorno ai livelli E_1 e E_2 , per questo ho una **BANDA DI GUADAGNO**.

MODI DEL RISONATORE:
distanza in lung: $c/2L$
ma non equipartiti in λ : $\lambda/2L$

→ IL LASER NON HA SINGOLO MODO DI OSCILLAZIONE! POSSONO OSCILLARE SIMULTANEAMENTE TUTTI I MODI LONGITUDINALI CON GUADAGNO SUFFICIENTE (tipicamente quelli vicini al picco di guadagno) (MLM)

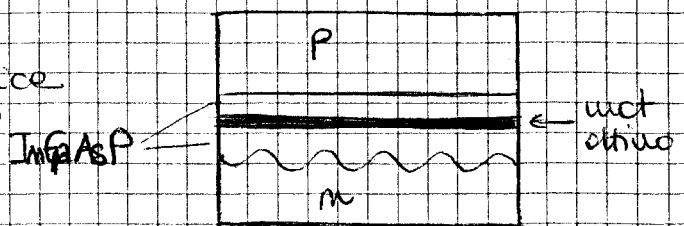
) → SELEZIONE SINGOLO MODO LONGITUDINALE

serve un filtro ottico passa banda con $\Delta\nu < c/2L$ (e trasmiss. = 1)
es. Fabry-Pérot etalon in cavità con $\Delta\nu_c < c/2L_{LASER}$ e $\Delta\nu_{FP} > \Delta\nu_{FWHM}$

LASER A SEMICONDUTTORI (necessari perché il laser è diodo, per averlo FSR grande, hanno Q basso)

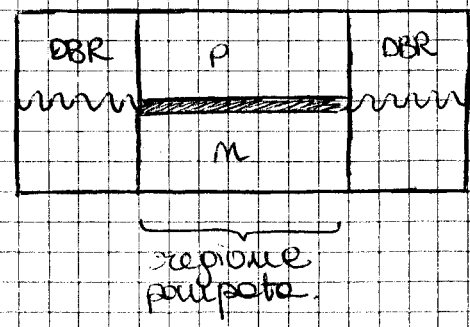
- DFB (distributed feedback laser)

- modulazione dell'indice di rifrazione secondo una sinusoidale \rightarrow grating
- singolo modo longitudinale
- instabile per variazioni di indice dovute al riscaldamento causato dal pompaggio (corrente)



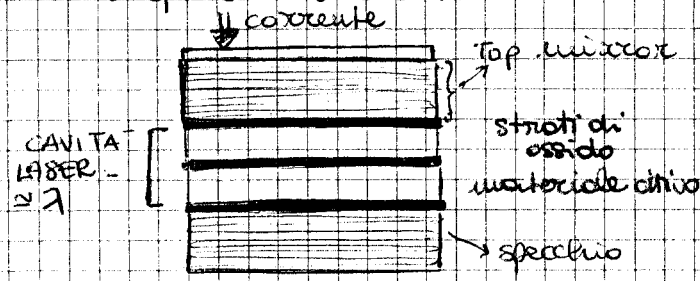
- DBR (distributed Bragg reflector)

- più stabile perché pompaggio selettivo
- singolo modo



- VCSEL (Vertical cavity Surface Emitting Laser)

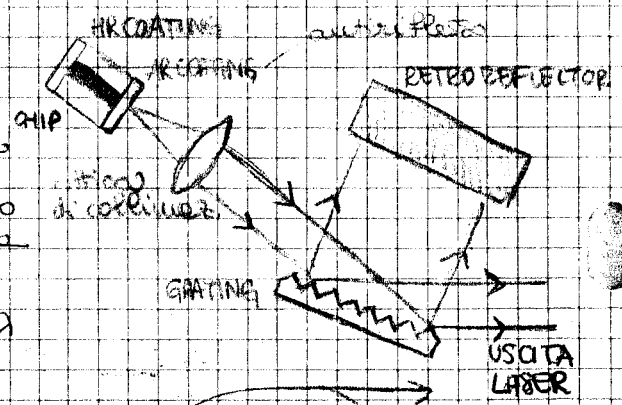
- singolo modo
- strato di materiale attivo ottico - verso spesso circa λ .



DFB
DBR
VCSEL } singolo modo long grazie a filtraggio spettrale nel risonat. ottico monocromatico.

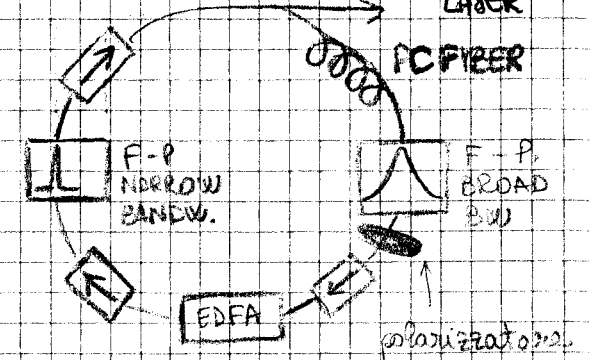
- ECLD (laser a cavità estesa)

- 1,5 μ m narrow linewidth
- luce non riflessa all'interfaccia semiconduttore - aria grazie a un coating antiriflesso. con uno specchio posto su avanti posso controllare la lunghezza della cavità.
- reticolo riflette solo λ (a lui \perp)
- ruotando il reticolo cambio λ (fa da FILTRO PASSA BANDA)

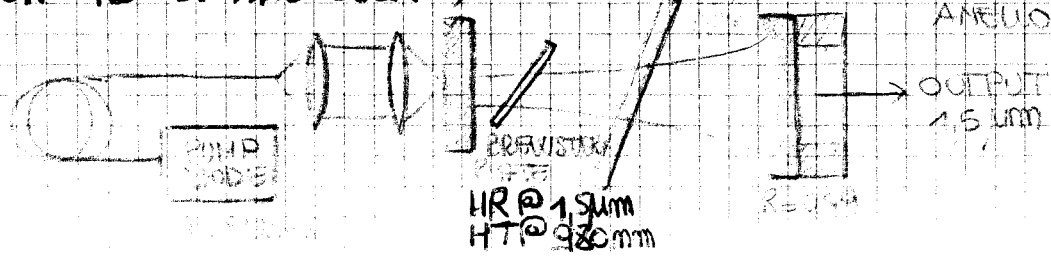


- EDFA (laser a erbio in fibra)

- 1,5 μ m narrow line - bandwidth
- retroazione realizzata con un anello ISOLATORE OTTICO: diodo ottico che consente alla luce di viaggiare in un solo verso
- fabry-perot (uno o bande larghe e uno o bande strette)
- polarizzatore \rightarrow indispensabile per avere un'unica freq.
- Pump diode $\lambda = 980$ nm



- ER-YB DI TIPO BULK



da perdite minime alla componente polarizzata p e p inclinata con Brewster.

• LASER IMPULSALI

6

- Q-SWITCHING:

- a basso Q si possono ottenere ΔN alti \gg di ΔN_{th}
- tutta l'energia di pompa accumulata nel materiale viene liberata quando il risuonatore è allineato (quando Q è alto)
- meccanico \rightarrow 1 Hz (great pulse)
- acusto ottico \rightarrow sfruttando diffrazione alla Bragg: 10-100 KHz (basso guadagno)
- elettroottico \rightarrow polarizzatore e cella di Pockels: 1 KHz (alto guad.)
 lo switch è ideale (alto guad.) ma è lento perché è difficile commutare in tensione un carico capacitivo.
- intervallo T_p tra impulsi successivi: dipende dallo switch
- durata impulso ΔT_p : dipende dal materiale attivo (10 ns)
- duty cycle è piccolo $\Rightarrow DC = \Delta T_p / T_p \rightarrow$ potenze di picco alte (MW)

- MODE LOCKING:

- più modi longitudinali appaiono in fase

$$T_p = 2L/c \quad \text{round trip}$$

$$f_{rep} = 1/T_p \quad (100 \text{ MHz} - 10 \text{ GHz})$$

$$\Delta T_p = 1/B_{laser} = 10 \text{ ps} - 100 \text{ fs}$$

Picco alto (anche > GW)

impulsi più energetici
e luminosi!

~> LASER MODE-LOCKING A FS:

Applicazioni:

- chirurgia medica
- OCT (optical coherence tom.)
- Spettroscopia
- Metrologia
- Micromachining

$$T_p = L_f / c \quad f_{rep} = 1/T_p \quad (250 \text{ MHz})$$

$$L_f = T_p \cdot c = T_p / \nu = 1,2 \text{ m}$$

$$\Delta T_p = 1/B_{laser} = 80 \text{ fs}$$

$$P_{ME} = 10 - 400 \text{ mW}$$

$$P_{ACO} = P_{ME} \cdot \frac{T_{REP}}{T_p} = 100 \text{ KW}$$

$$P_{PMP} = 100 \text{ W}$$

CONFRONTO DEI LASER A DIVERSI MODE:

He-Ne	$\lambda = 0,632 \mu\text{m}$	$P_{wif} = 10^{-3} - 10^{-2} \text{ W}$	dimens: 0,1 - 1 m	$\eta = 0,1$
Nd:YAG	$1,064 \mu\text{m}$	$= 200 \text{ W (CW)}$	1 m	
	pompa a diodo \rightarrow	$= 10^3 \text{ W (Picco)}$	0,1 m	$1 - 10$ 33
CO ₂	$10 \mu\text{m}$	$= 10^4 \text{ W (CW)}$ $= 10^3 \text{ W (Picco)}$	1 m	10 - 20
SC	$0,45 - 1,6 \mu\text{m}$	$= 10^{-3} - 1 \text{ W}$	10^{-3} m	50

- diodi laser \rightarrow efficienza alta e emissione su $\Delta \lambda$ ampio \rightarrow usato come pompa
- laser a SC \rightarrow regolazione fine (se cambio materiale cambia λ)
- Nd:YAG x2 \rightarrow duplicato in freq (emessi fotoni a freq doppia cioè nel verde)

CARATTERISTICHE E APPLICAZIONI DELLA SORGENTE LASER

- MONOCROMATICITA' $\Delta \nu_{\text{LASER}} = (10^{-6} \div 10^{-9}) \cdot \Delta \nu_{\text{LAMPADA SOTTILE}}$
- BRILLIANZA $B = P / A \Omega$ ($B_{\text{LASER}} = 10^5 \div 10^8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr}$)
- STABILITA' IN AMPIEZZA ($\Delta P / P \approx 10^{-5}$) E IN FREQUENZA ($\Delta \nu / \nu \approx 10^{-14}$)
- IMPULSI ULTRACORTI CON ELEVATA POT. DI PICCO (10^{-15} s , 10^{15} W)
- DIMENSIONI ($1 \mu\text{m} \div \text{Km}$)
- PROPAGAZIONE IN SPAZIO LIBERO O IN FIBRA
- COMMERCIALIZZAZIONE: costi e ingombri ridotti

Per l'uso:

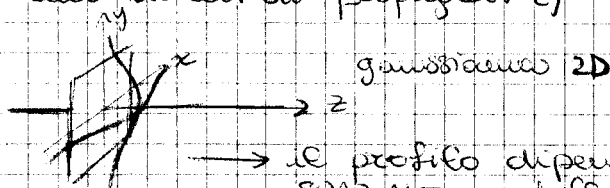
- Qualita' spaziale fascio \rightarrow COERENZA SPAZIALE
- Qualita' spettrale (monocromaticita') \rightarrow COERENZA TEMPORALE
- Lunghezza d'onda
- Pot. ottica o energia dell'impulso
- SOP (state of polarization) \rightarrow POLARIZZAZIONE
- APPLICAZIONI: (metrologia, interferometria, telemetria) \rightarrow MISURE OTICHE
comunicazioni ottiche
lavorazioni industriali, stampanti e plotter
misore e sensori OPTOELETTRONICI

PROPRIETA' DEI FASCI LASER

$$E = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right)$$

$$I = I_0 \exp\left[-2\left(\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right)\right]$$

PROFILLO TRASVERSALE (piano xy trasverso alla dir. di propag. z)

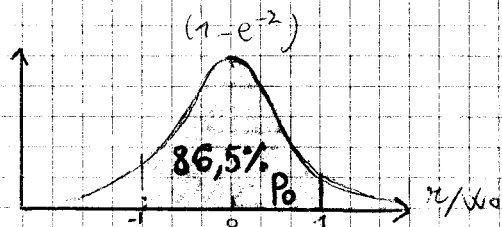


\rightarrow il profilo dipende dal modo SPAZIALE e dalla sua larghezza

MODI FONDAMENTALI TEM₀₀ e' simmetrico lungo x e y con profilo gaussiano

w_0 = BEAM WAIST (dimensione di macchia)

$$w_0: 57\% E_0 = e^{-1} \\ 13,5\% I_0 = e^{-2}$$



$$P(S) = P(r) = \int_S I dS \rightarrow \text{potenza} = \int \text{intensita' su una superficie di raccolta } S = \pi r^2 \text{ (cerchio)}$$

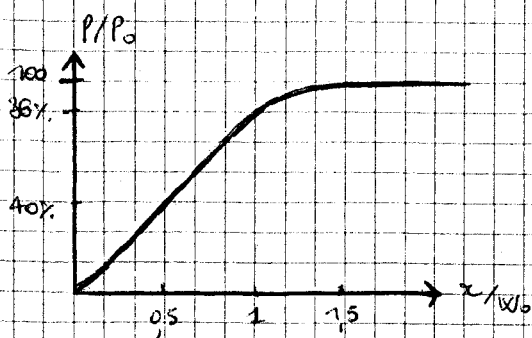
$$P(r) = I_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{r} \exp\left[-2\left(\frac{\rho^2}{w_0^2}\right)\right] \rho d\rho d\phi$$

$$S = \frac{2\pi r^2}{2} \quad dS = \pi r dr \rightarrow r dr = \dots \quad \rho = \frac{r}{2} w_0^2$$

$$P(r) = P_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{r} e^{-\xi} d\xi = P_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right)\right]$$

DENTRO UN CERCCHIO DI RAGGIO $r = w_0$ CADE $(1 - e^{-2}) = 86\%$ DI TUTTA LA POTENZA P_0 CONCENTRATA NEL FASCIO

w_0 = DIMENS. DI MACCHIA STANDARD O SPOT SIZE NEL PIANO (xy)



es. fotoaiolo come superficie di raccolta (7)
se $z < 2w_0 \rightarrow$ sto diaframmando

MODI DI ORDINE SUPERIORE \rightarrow TEM_{pq}

$$TEM_{p,q} \rightarrow E = E_0 H_p\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right) H_q\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_0}\right) \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right)$$

profilo del campo descritto dal PRODOTTO DI DUE POLINOMI DI HERMITE nelle direzioni x e y e DI UNA GAUSSIANA a simmetria radiale.

$$H_0(x) = 1$$

$$H_1(x) = 2x$$

$$H_2(x) = 4x^2 - 2$$

$$H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12$$

\rightarrow ordine pari \Rightarrow simmetria pari

" " dispari \Rightarrow " " dispari

\rightarrow l'ordine del polinomio dà l'ordine del modo
l'ordine del polinomio dà il numero di zeri che tagliano la gaussiana

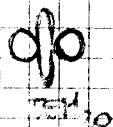
\rightarrow anche per i modi di ordine superiore;

$w_0 = \text{SPOT SIZE}$ = raggio del cerchio che contiene l'86,5% dell'intera potenza del modo

ordine elevato \Rightarrow aumento w_0

\Rightarrow peggiora la qualità del fascio.

TEM₀₀ È DIFFRACTION LIMITED



PROPAGAZIONE LIBERA

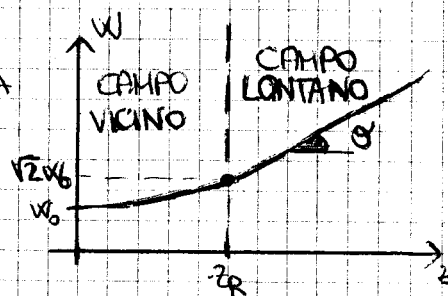
$$w^2 = w_0^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0}\right)^2$$

ALLARGAMENTO DI MACCHIA
DIVERGENZA

$$w = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

DISTANZA DI
RAYLEIGH



$$w(z_R) = \sqrt{2} w_0$$

DUE REGIONI DI LAVORO:

$z \ll z_R$: CAMPO VICINO e FASCIO COLLIMATO $w \approx w_0$

$z \gg z_R$: CAMPO LONTANO e FASCIO LINEARMENTE DIVERGENTE $w = w_0 \frac{z}{z_R} = z \theta$

$$w = w_0 \cdot \frac{z \lambda}{\pi w_0^2} = z \cdot \frac{\lambda}{\pi w_0} = z \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

ANGOLO DI DIVERGENZA

macchia grande diverge poco e viceversa.

θ è minimo per fascio GAUSSIANO e DIFFRACTION LIMITED

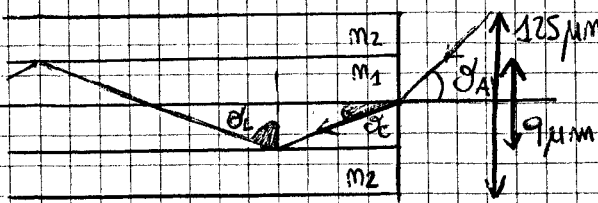
Se FASCIO MULTIMODO: $\theta_{MM} > \theta_{DL}$ e si definisce $M^2 = (\theta_{MM}/\theta_{DL})^2 > 1$

$M \rightarrow$ misura la qualità spaziale del fascio

$w^2 \propto z^2$

Intensità massima nel fascio

PROPAGAZIONE GUIDATA → FIBRA OTTICA → PROBLEMI:



dispers. cromatica (ps/nm.km)
dispers. di polarizzazione (ps)
bassa attenuazione: $\alpha < 0,2 \text{ dB/km}$ a $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$
FIBRA SINGOLO MODO → $m = 1,45$
 $\Delta m = 5 \cdot 10^{-3}$

$NA = \sin(\theta_A) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)} \approx \sqrt{2m\Delta m}$ **APERTURA NUMERICA**

PROPRIETA' DEI FASCI LASER

• **RUMORE DI AMPIEZZA** → $E(t) = E_0(1 + a(t)) \exp(-i2\pi\nu_0 t)$ $a(t) \ll 1$
+ analisi perturbativa → **OSCILLAZIONI DI RILASCIAMENTO** **RUMORE INTRINSECO CHE MODULA L'AMPIEZZA**

dato da: tempo di vita / fluo del livello laser } **pot. in uscita del laser**
tempo di vita del fotone in cavita } reagisce ad una perturbazione con un'oscillazione che si attenua fino a ristabilirsi sul suo valore: **OSC. SMORZATA**

$\rho_{\text{stim}} = \left[\frac{x-1}{T_c T_{sp}} \right]^{1/2}$

$x = P/P_{th}$ = SOTTOSOLIA
 T_c = tempo di vita del fotone in cavita
 T_{sp} = tempo di vita del livello (decadim. spontaneo).

$T_{\text{LIN}} = \frac{2T_{sp}}{x}$

FREQ. DELLE OSC. E COST. DI TEMPO

→ se sono poco sopra soglia lo bauto rumore di ampiezza
→ per fare misure servono **LASER STABILIZZATI** (attivamente o passivamente)
→ voglia T_{LIN} piccolo poche la stabilizzazione risulta in questo modo piu veloce (osc. considerata estinta dopo $5T_{\text{LIN}}$).

NECESSARI SISTEMI DI STABILIZZAZIONE
- attiva: retroazione
- passiva: elementi meno rumorosi per ridurre il rumore all'origine.

• **RUMORE DI FREQUENZA** (fluttuaz. di freq. e/o fase)

$E(t) = E_0 \exp[-i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))]$ $\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \Delta\nu \ll \nu_0$

$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_{\text{tot}}}{dt} = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \nu_0 + \Delta\nu$

$\nu = m \cdot \frac{c}{2L} \rightarrow \Delta\nu = m \cdot \frac{c}{2L^2} (-\Delta L) = \nu \left(-\frac{\Delta L}{L} \right) \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta L}{L} \Rightarrow$ **FORTE DIPENDENZA DELLA FREQ. LASER DA L**

NB: L e' una lunghezza ottica, non geometrica.

NECESSITA' SISTEMI DI STABILIZZAZIONE

POTENZA OTTICA: DEFINIZIONI E METODI DI MISURA

8

• E CAMPO ELETTRICO [V/m]

• $I = \frac{EE^*}{\eta_0}$

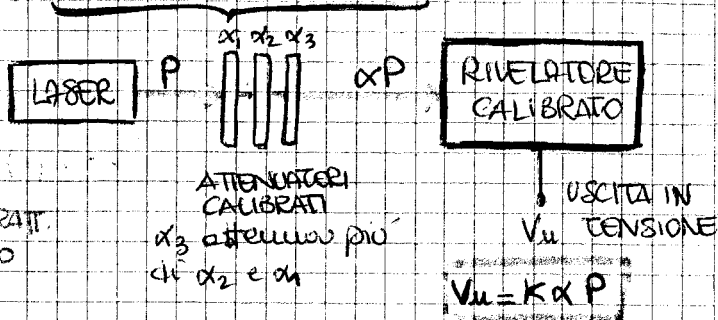
INTENSITA' [W/m²]

$\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$

• $P = \int I dS$

POTENZA [W]

IMPED. CARATT. DEL VUOTO



$K = \text{SENSIBILITA'}$

• RIVELATORI FOTO-VOLTAICI/CONDUITIVI

$0,1 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 10 \mu\text{m}$

EFFICIENZA QUANTICA:

$\eta = \frac{\Delta Ne}{\Phi \Delta t}$

$= \frac{n^\circ \text{ fotoelettroni}}{n^\circ \text{ fotoni incidenti}}$

$\Phi = \text{fot/s}$

RESPONSIVITA'

$\rho = \frac{i}{P} \text{ [A/W]}$

$i = \frac{e \cdot \Delta Ne}{\Delta t}$

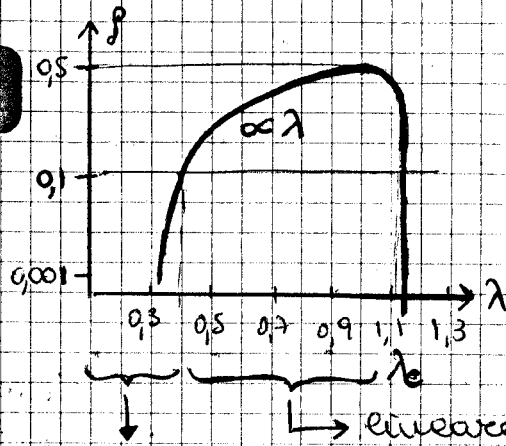
$P = \Phi \cdot h\nu$

$\rho = \frac{e \Delta Ne}{\Delta t \Phi h\nu} = \frac{e \eta}{h\nu} = \frac{e \eta \lambda}{hc}$

$\lambda_c = \lambda \text{ di CUTOFF}$

$h\nu > E_{gap}$

il fotodiode genera elettroni solo oltre una certa freq, cioè al di sotto di una certa $\lambda = \lambda_c$



quando λ è corto le impurezze pesano molto, il MATERIALE ASSORBE e la luce non riesce ad arrivare alla giunzione \rightarrow taglio a λ corte

- FOTODIODI \rightarrow danno in USCITA UN SEGNALE DI CORRENTE

$P = I \cdot \lambda \Rightarrow i = \rho P \text{ (A)}$

segnale di corrente diretto, proporzionale alla pot. ottica incidente
fattore di proporzionalità = RESPONSIVITA' / SENSIBILITA'

- FOTORIVELATORI \rightarrow USCITA IN TENSIONE (corrente amplificata a TRANSIMPEDENZA)

$v = G \cdot i = G \cdot \rho \cdot P \text{ (V)}$

segnale di tensione, proporz. alla potenza incidente, cioè a $|E|^2$

\rightarrow se il campo varia troppo velocemente il rivelatore non registra le variazioni: si vedono solo le VARIAZIONI LE CUI FREQUENZE CADONO NELLA BANDA PASSANTE DEL FOTORIVELATORE

RIVELAZIONE DIRETTA

$$E(t) = E_0 [1 + a(t)] \exp[-i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))]$$

$\sim \text{THz}$
↓

$a(t), \phi(t)$ eventuali
modulazioni di
ampiezza e fase.

$$\Rightarrow \mathcal{P}(t) \propto E E^* = E_0^2 [1 + a(t)]^2 \propto P(t) = P_0 a(t)$$

INFORMAZ. SULLA VARIAZIONE
DI ~~FASE~~ ~~FREQ.~~ VIENE PERSA.
RIMANE SENSIBILITÀ ALLE
VARIAZIONI DI POT. OTTICA

RIVELAZIONE COERENTE (ETERODINA)

2 fasci laser incidenti (+ trascuro modulaz. ampiezza)

$$E_R(t) = E_{R0} \exp[-i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))] \quad \text{SEGNALI DA RIVELARE}$$

$$E_L(t) = E_{L0} \exp[-i(2\pi\nu_L t)]$$

OSCILLATORE LOCALE (si sceglie $\phi=0$)

lineari, polarizzati nella
stessa direzione

CAMPO RISULTANTE:

$$E(t) = E_R(t) + E_L(t) \rightarrow \text{BATTIMENTO DI DUE SEGNALE OTTICI}$$

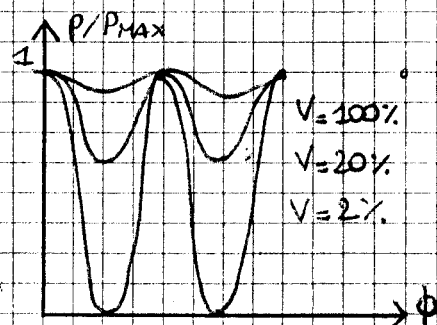
$$P(t) = \frac{EE^*}{\eta_0} \cdot S = \frac{S}{\eta_0} [E_R E_R^* + E_L E_L^* + E_R E_L^* + E_R^* E_L] =$$

$$P(t) = P_R + P_L + 2\sqrt{P_R P_L} \cos[2\pi(\nu_0 - \nu_L)t + \phi(t)]$$

costituisce se hanno
la stessa polarizzaz.

INTERFERENZA TRA I

DUE CAMPI (max & fasi coerenti; con = freq.)



• $P(t)$ dipende dalla fase del segnale da rivelare

• $\nu_0 - \nu_L = \text{freq. del battimento}$

• al variare di ϕ : $P(t)$ varia tra $[P_R^{1/2} + P_L^{1/2}]^2$ e $[abs(P_R^{1/2} - P_L^{1/2})]^2$

• se $E_{R0} = E_{L0} = E_0 \Rightarrow P(t)$ varia tra $4P_0$ e 0 .

• $V = \text{VISIBILITÀ}$: $V = \frac{P_m - P_m}{P_m + P_m}$ ($V=20\%$ se pot. interferente = 1%)

- componente variabile della pot. ottica = funzione della fase ϕ di E_R

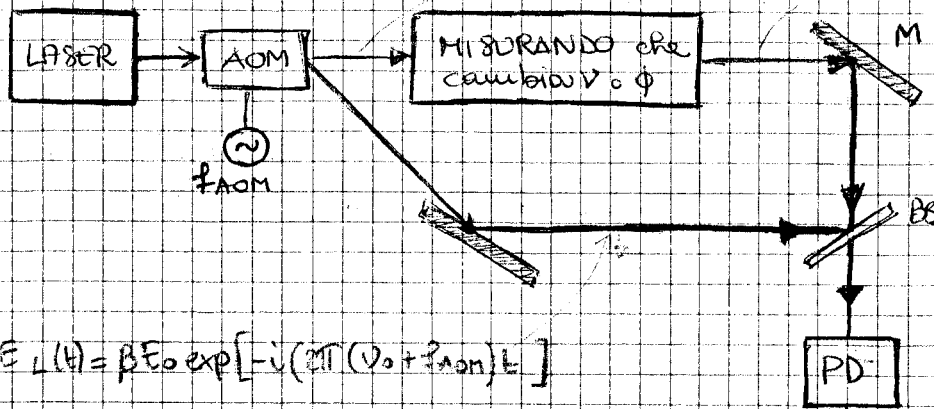
- un misurando M in grado di alterare ϕ o ν può essere rivelato in modo coerente e misurato osservando le variaz. del segnale di battimento: la freq. del battimento $\nu_R = \nu_0 - \nu_L$ può variare entro una banda spettrale a radiofreq. (10-100 MHz)

- operando una rivelat. coerente si ottiene un segnale proporzionale a $\sin[\phi(t)] \approx \phi(t)$ se $\frac{dM}{dt}$ piccolo abbastanza t.c. $\frac{d\phi}{dt} \ll 1$

\Rightarrow il segnale $\sin \phi \propto \phi \propto$ VARIAZIONI DI M

(in questo caso si dice che l'interferometro lavora in QUADRATURA)

SCHEMA di BATTIMENTO: $E_0 \exp[-i(2\pi f_0 t + \phi)]$



9

$$E_L(t) = \beta E_0 \exp[-i(2\pi(f_0 + f_{AOM})t + \phi)]$$

$$\Rightarrow V \propto |E_{TOT}|^2 = (\alpha E_0)^2 + (\beta E_0)^2 + 2\alpha\beta E_0^2 \cos[2\pi f_{AOM}t + \phi(t)]$$

il segnale di FOTODIODE
oscilla a freq.
 f_{AOM} e mantiene
la dipendenza
della fluttuaz. di
fase introdotta
dal MISURANDO

LASER SAFETY

CLASSE 1) uso senza precauzioni

CLASSE 2) (SOLO 1 VISIBLE) visione diretta prot. con. Sicurezza
- evitare visione diretta continua
- evitare di dirigere il fascio sulle persone

CLASSE 3) A visione diretta poco pericolosa

- evitare strumi, etici
- allineamento mediante strumi, meccanici/elettronici
- quota raggio laser ≠ altezza occhi
- evitare di dirigere il fascio su superfici riflettenti

3) B visione diretta pericolosa

visione luce diffusa potenzialmente pericolosa

- indossare protezioni oculari

CLASSE 4) visione diretta molto pericolosa
visione luce diffusa pericolosa

→ danni all'occhio +
pericolo bruciatura
o incendio.

- fasci protetti dal riparo
- protettori oculari e vestiti protettivi

$$Q = \log_{10} \left(\frac{1}{T} \right)$$

per evitare esposizione oltre le
EHP (esposizione max permessa)

- + personale formato e preparato
- + sorveglianza medica: esami oculistici

APPLICAZIONI INDUSTRIALI

- lavorazione materiali → taglio foratura saldatura

- misure industriali, civili, ambientali
- interferometria

- PLC

- telemetri topografici + allineamento

- applicazioni mediche

- LIDAR per rilevamento inquinanti

- applicazioni nei labora-
torio di ricerca

- ologrammi e pointer

- effetti speciali

- codice a barre, CD

ALLINEAMENTO, PUNTAMENTO E MISURE DIMENSIONALI

SORGENTI LASER \rightarrow si può mantenere il FASCIO BEN COLIMATO

POCO DIVERGENZA (DIMENS. COST durante la propag.)

LIMITE: DIFFRAZIONE (Modo TEM₀₀)

He-Ne (633nm)
luce visibile comoda
per allineamento

\rightarrow allineamento secondo
una direz. preferenziale

\rightarrow serve MINIMIZZARE LA DIMENS. DI MACCHIA su tutto
l'intervallo di lavoro

\rightarrow VALORE OTTIMO DI BEAM WAIST (w_0) al
centro della zona di interesse.

\rightarrow TELESCOPIO per allargare la dim. di
macchia fino al valore voluto.

PROPAGAZIONE FASCIO GAUSSIANO

$$z \gg z_R \Rightarrow w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \approx \frac{\lambda z}{\pi w_0} = \theta \cdot z$$

DIVERGENZA DIMENS.
DI MACCHIA

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right] \approx z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2 \right]$$

RAGGIO DI CURVATURA
DEL FRONTE D'ONDA

$\lambda \rightarrow \infty$ in $z=0$ e $z=\infty$ ONDA PIANA

$\lambda = \lambda_{min} = 2z_R$ in $z=z_R$

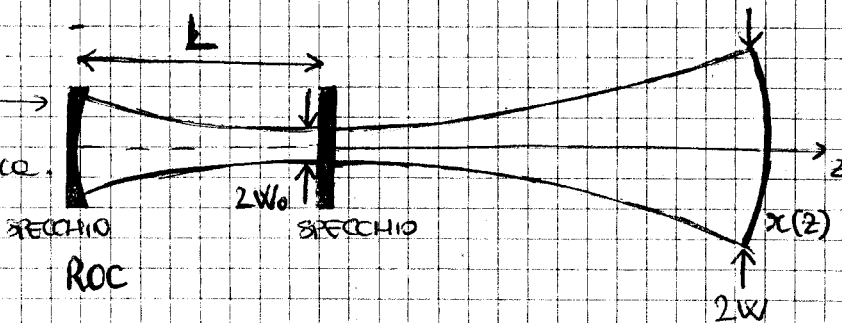
ROC = RADIUS of CURV.

$$R(L) = L \left[1 + \left(\frac{z_R}{L}\right)^2 \right]$$

$$ROC = L \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda L}\right)^2 \right] \Rightarrow w_0 = \left(\frac{ROC}{L} - 1\right)^{1/2} \left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^{1/2}$$

ho capito
fascio sferico
e WAIST è nel
mezzo.

CAVITA'
LASER
nono-sferica.

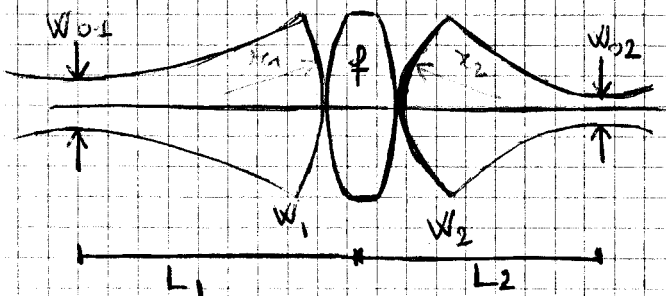


DEVE ESSERE

$$L \leq ROC$$

per evitare
instabilità
immaginaria

• PROPAGAZIONE ATTRAVERSO UNA LENTE



$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}$$

$w_1 = w_2$ (LENTE SOTTILE)

L_1, L_2 noti ; f nota

w_{01} noto o misurato $\rightarrow w_1$ e x_1 ricavati

x_2 ricavato

uso $w_1 = w_2$

w_{02} ricavato (propag. gaussiana su L_2)

LA LENTE MANTIENE $\frac{w_0}{\lambda} = \text{cost}$

$$\frac{w_2}{L} = \text{cost}$$

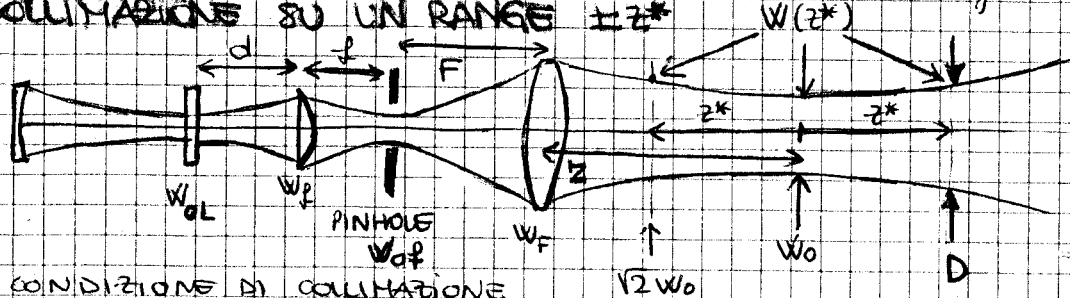
Se $z \gg z_R$: $x_1 \approx L_1$ e $L_2 \approx x_2 \Rightarrow \frac{x_1}{w_{01}} \approx \frac{x_2}{w_{02}} = \frac{L_1}{L_2} \Rightarrow \frac{w_{01}}{w_{02}} \approx \frac{x_1}{x_2} \approx \frac{L_1}{L_2} \Rightarrow \frac{w_{01}}{L_1} \approx \frac{w_{02}}{L_2}$

$m = \frac{w_{02}}{w_{01}} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{L_2}{L_1}$

MAGNIFICAZIONE

regola la posizione della lente (L_1 e L_2) a seconda di quanto voglio ottenere.

• COLLIMAZIONE SU UN RANGE $\pm z^*$



CONDIZIONE DI COLLIMAZIONE

al variare di w_0 si cerca il minimo $w(z^*)$ per z^* fisso. si calcola $\frac{\partial w}{\partial w_0} = 0$ oppure $\frac{\partial [w^2]}{\partial [w_0^2]} = 0$ per z^* fisso. $y = w^2$; $W = w_0^2$

$y = W \left[1 + \left(\frac{\lambda z^*}{\pi W} \right)^2 \right] = W + \frac{\lambda^2 z^{*2}}{\pi^2 W}$

$\frac{\partial y}{\partial W} = 1 - \frac{\lambda^2 z^{*2}}{\pi^2 W^2} = 0 \Rightarrow W = \frac{\lambda^2 z^{*2}}{\pi^2} \Rightarrow w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z^*}{\pi}} \Rightarrow z^* = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = z_R$

$w(z^*) = \sqrt{2} w_0$

$\frac{w_{0f}}{w_{0L}} = \frac{f}{d}$ $\frac{w_0}{w_{0f}} = \frac{d}{F}$

$m = \frac{w_0}{w_{0L}} = \frac{z \cdot f}{F d} = \frac{z}{d} \cdot \frac{1}{M}$

MAGNIFICAZIONE SPOT

$\Rightarrow w_0 = \frac{1}{F} \cdot \frac{f}{d} w_{0L}$

$M = \frac{F}{f} = \frac{w_F}{w_f} \approx 30$

MAGNIFICAZIONE TELESCOPIO

tipicamente $f \ll F$

$\frac{\Delta w_0}{w_0} = \frac{\Delta f}{f} \rightarrow$ e' facile "aggiustare" la dimens. di w_0 .

per minimizzare la QUOTA h o l'ANGOLO φ su una superficie di lavoro.

distribuisce in fascio a ventaglio orizzontale a quota cost. variando l'angolo di rotazione.

Il fascio va messo in ballo sfidando uno specchio orientato a 45° e qui si fa incidere un fascio laser verticale dal basso a produrre un riflesso orizzontale di riferimento.

AREA \rightarrow cerchio di $r = 20 \div 50$ m.

sperimento a far verticale e superficie

He-Ne

Potenza = 95 ÷ 2 mW

diapetro TELESC. = 50 mm = D = $w(z^*)$

M = 20 ÷ 50

$2z^* = 10 \div 100$ m o più

\Rightarrow se c'è interferenza al centro del rivelatore ottico, allora i due fasci sono collineari.

CENTRATURA DEL FASCIO SUL BERSAGLIO E FOTORILEVATORI SENSIBILI ALLA POSIZIONE

ALLINEAMENTO

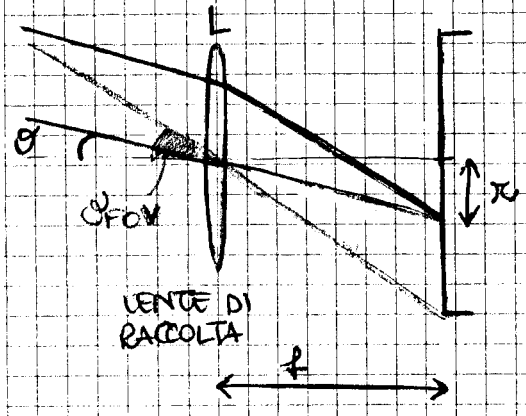
- A OCCHIO ($\Delta x \approx \Delta y \approx 1 \text{ mm}$)

- **SENSORE DI CONTROREAZIONE**: si usa fotorelevatore che genera segnale proporzionale all'errore: allineamento regolato minimizzando segnale di errore.

- FOTODIODO A 4 QUADRANTI
- SENSORE PSD
- CCD
- FOTODIODO COMUNE + FILTRO/MASCHERA

retilineo rotante che trasmette luce in funzione della posizione di ottico del fascio.

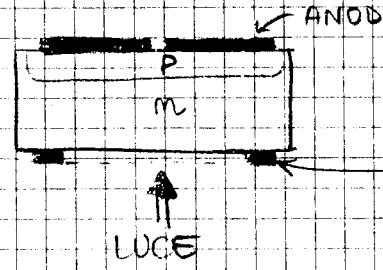
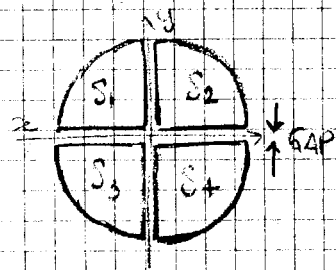
MISURA DIREZIONE DI UN FASCIO



$$x = f + \tan(\theta) \approx f \cdot \theta \quad \text{per } \theta \ll 1 \Rightarrow \begin{cases} x = f \theta_x \\ y = f \theta_y \end{cases}$$

FOV = field of view \rightarrow punti immagine
 \rightarrow un fotodiodo sensibile alla posizione può rivelare anche la direzione angolare del fascio: sensore nel piano focale e coord. angolari trasformate in DEFESIONE SPAZIALE.

FOTODIODO A 4 QUADRANTI



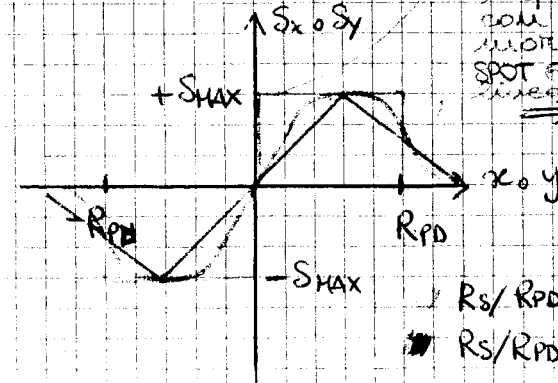
$$\begin{aligned} x_{PD} &= 0,2 \div 2 \text{ mm} \\ \text{gap} &= 5 \div 10 \mu\text{m} \end{aligned}$$

CATODO: elettrodo anulare per far passare la luce

$$\begin{aligned} S_x &= (S_2 + S_4) - (S_1 + S_3) \\ S_y &= (S_1 + S_2) - (S_3 + S_4) \end{aligned}$$

normalizzate rispetto alla pot. ottica in inpr.

$$S_u = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$



SPOT PICCOLO ($W_0 \ll R$)
 resp. quadrato di
 con piccola forma
 quadrata in $x, y = 0$
 SPOT GRANDI: forma
 irregolare ellittica

4 segnali " S_1, S_2, S_3, S_4 " (poi amplificati a transimpedenza e convertiti in tensione)
 \Rightarrow CIRCUITO OP-AMP
RISPOSTA SENSORE: dipende molto da dimensione e forma di spot incidente + fotocorrente pos o neg. a seconda del quadrante.

$$\left. \begin{aligned} R_s / R_{PD} \text{ min} \\ R_s / R_{PD} \text{ MAX} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R_s &= \frac{W_0}{R_{PD}} \\ R_{PD} & \end{aligned}$$

tip. realistica: profilo gaussiano
 approssimaz: profilo cilindrico

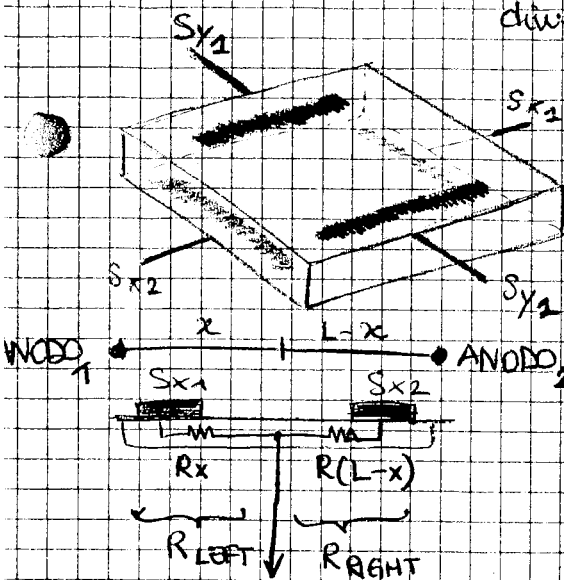
ACCURATEZZA di LOCALIZZAZIONE: dipende da: Pos, W_0 , focale f , gap, x_{PD} .

$$\sigma_{x,y} = (10\% \div 3\%) \cdot x_{PD}$$

• **FOTODIODO PSD** → elevata LINEARITÀ SU TUTTO IL RANGE analogici

(11)

divers. fino a 5mm → Δx maggiore.



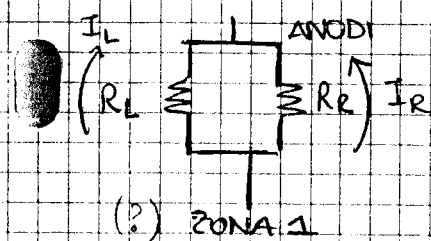
regioni p e n Δx drogata e sottili per aumentare la resistività.

La luce incidente produce una fotocorrente che passa dagli elettrodi catodo agli elettrodi anodo.

→ corrente si divide secondo il partitore (per attraversare le regioni ad alta resistività).

La differenza tra le correnti raccolte su elettrodi analoghi fornisce la coordinata.

corrente I_{PH}



$$R_L = x \rho^*$$

$$R_R = (L-x) \rho^*$$

$$R_L + R_R = L \rho^*$$

$$I_{PH} = I_R + I_L$$

$$R_L I_L = R_R I_R = I_{PH} \cdot \frac{R_L R_R}{R_L + R_R}$$

ρ^* = resistività per unità di lunghezza della regione p.

$$\begin{cases} I_{x1} = I_L = I_{PH} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \\ I_{x2} = I_R = \frac{x}{L} I_{PH} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{y1} = -I_{PH} \left(1 - \frac{y}{L}\right) \\ I_{y2} = -I_{PH} \frac{y}{L} \end{cases}$$

$$I_{PH} = \rho P$$

ρ = responsività (p deve essere cost.)

$$\Rightarrow \begin{cases} S_x = R(I_{x2} - I_{x1}) = R I_{PH} \left(\frac{2x}{L} - 1\right) \propto x \\ S_y = -R(I_{y2} - I_{y1}) = R I_{PH} \left(\frac{2y}{L} - 1\right) \propto y \end{cases}$$

si ottiene insensibilità a I_{PH} e a R dividendo per $R I_{PH}$ → misura indipendente anche da ρ (non ho + vincoli strutturali su omogeneità)

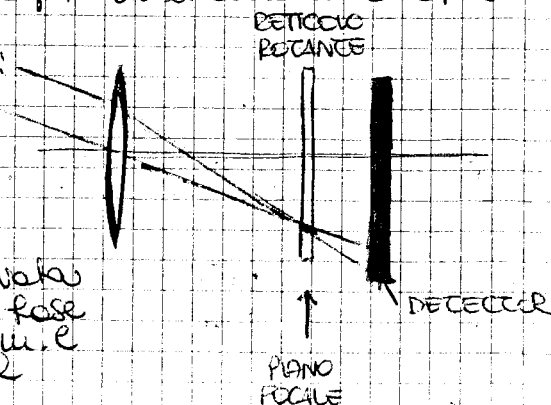
• **RETICOLI** → maschere (rotanti) con trasmissione non omogenea (parti opache - trasparenti)

→ si riesce a identificare il p.to di incidenza del fascio

* **FOTODIODO + RETICOLO ROTANTE**:

luce illuminata in un p.to sul piano focale e il reticolo posto davanti al piano focale fa da chopper.

posizione ϕ_0 della sorgente ricavata mediante chi delle shift di fase tra onda quadra di riferimento e onda quadra prodotta dal fotodiode.



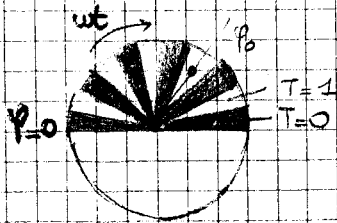
Ampiezza segue da info second. phase ϕ

Problema: anche se il reticolo è perfetto, la misura di ϕ è sensibile a errori di fase.

* RISING 3VN

→ miglior attenuaz. del disturbo dato dalle
SORGENTI ESCESSIVE

→ conteggio digitale dell'angolo

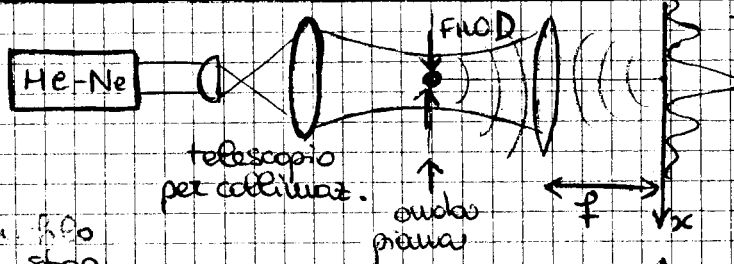


→ rivela sia p_0 sia p .

MISURE

• DIAMETRO DI FIBRA DA PROFILO DI DIFFRAZIONE

- illuminare con onda \approx piana
- interferenza data da un
piccolo stop sul percorso del
fascio: pallina o filo
(analogo di apertura)



$D = \text{diam. fibra}$
stop
filo \rightarrow rettangolare (D)

so rivelatore campo = $M(\text{rect}) = \text{sinc} \left[\frac{\theta}{\theta_0} \right] = \frac{\text{sinc} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)}{\left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)}$

in INTENSITA':

$$I(\theta) = \frac{E_0^2}{\eta_0} \text{sinc}^2 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)$$

DISTRIBUZIONE
ANGOLARE

ZERI (primi)

$$\pm \theta_0 = \pm \frac{\lambda}{D} \Rightarrow x_{\text{zero}} = \pm \frac{f \cdot \lambda}{D}$$

la misura!

misura in strumenti commerciali

10 μm (1% acc) \pm 2 mm (5% acc).

misura mentre il filo scorre \rightarrow aggiustamenti
in tempo reale (durante produzione)

• DIAMETRO DI PARTICELLE

LAELS: Low Angle Elastic Scattering

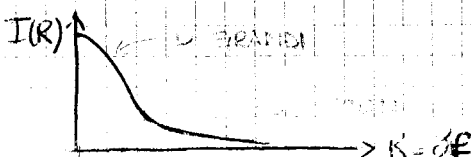
campo su rivelatore = $M[\text{circ}] = \text{somb} \left(\frac{R/\lambda}{\lambda/D} \right) = \text{somb} \left(\frac{R}{\theta_0} \right)$

$$R = \theta f$$

in INTENSITA':

$$I(R) = I_0 \int_0^\infty \text{somb}^2 \left(\frac{R}{\theta_0} \right) \cdot \rho(D) dD$$

$$\text{somb}(x) = \frac{2 \cdot J_1(\pi x)}{\pi x}$$



DENSITA' DI
PROBABILITA'

- misura luce diffusa da particelle
in sospensione in un liquido.

- lente converte profilo angolare in
profilo spaziale nel piano focale.

- $I(R)$ misurato con PD sensibile
o CCD.

- invertendo $I(R)$ si calcola la
distribuz. dei diametri.

$$\Rightarrow D = \frac{f \lambda}{x_{\text{zero}}}$$

D piccolo
 \rightarrow x_{zero} grande
 \Rightarrow sistema piú
sensibile alla
misura di D
piccoli.

TELEMETRI OTTICI:

12

PRINCIPI DI MISURA NELLA TELEMETRIA

misura di distanza
(o di distanza) si riferisce
 L = distanza tra strumento e oggetto remoto

- **TRIANGOLAZIONE**: metodo trigonometrico.

bersaglio triangolato da due punti a distanza D
su una stessa LINEA DI BASE

→ misurando l'ANGOLO α tra le 2 linee: $L = \frac{D}{\tan \alpha} \approx \frac{D}{\alpha}$

- **A TEMPO DI VOLO**: misura per conteggio di intervalli di tempo.
(laser pulsato o CW modulato sinusoidalmente)

$$T = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{T \cdot c}{2} \quad 2L = \text{cammino}$$

$$\Delta \varphi = 2\pi f_m T = 2\pi f_m \cdot \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta \varphi}{2\pi f_m} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \cdot \frac{c}{f_m} \propto \Delta \varphi \quad f_m = \text{freq. modulaz.}$$

conteggio in termini di $\lambda_m/2$

determina
RISOLUZIONE

- **INTERFEROMETRIA**: conteggio di lunghezze d'onda ottiche.

fascio laser su bersaglio e rivelaz. coerente su luce di ritorno
con battimento su fotorecettore → $\cos(2KL)$ $K = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2L = 2KL \Rightarrow L = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \propto \Delta \varphi$$

conteggio in termini di $\lambda/2$; laser determina la risoluzione.

$$\lambda \approx 0,5 \mu\text{m (VIS)}$$

$$L \text{ si conta in } \Delta L = \frac{\lambda}{2} = 125 \text{ nm (risolvendo } \Delta \varphi = 2\pi)$$

$$\text{se } \Delta \varphi = \pi \rightarrow \Delta L = 62,5 \text{ nm}$$

$$\text{se } \Delta \varphi = \pi/2 \rightarrow \Delta L = 31,25 \text{ nm}$$

TRIANGOLAZIONE: SHORT RANGE (0,1 ÷ 10 m)

Precisione massimizzata
con allineamento

**MODULAZIONE
INTENSITA'**
(incoerente)

PULSATI: LONG RANGE (tempo volo)
(0,1 ÷ 10 km)

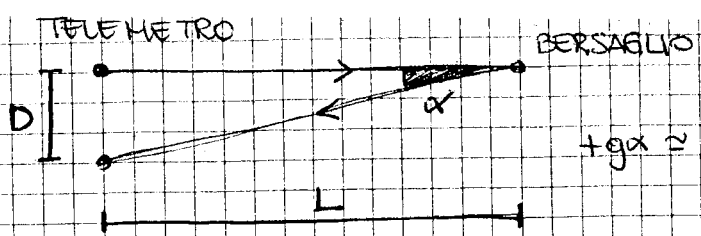
MOD. SINUSOIDALE: SHORT RANGE
(1 - 1000 m) (stazionario)

INTERFEROMETRICA: HIGH RESOLUTION
(coerente)
(fase ottica)
($\Delta L = 100 \div 10 \text{ mm}$)

⇒ **MISURE DI DISTANZA
- SPOSTAMENTO**

TRIANGOLAZIONE

$$L = \frac{D}{\tan \alpha} \approx \frac{D}{\alpha}$$



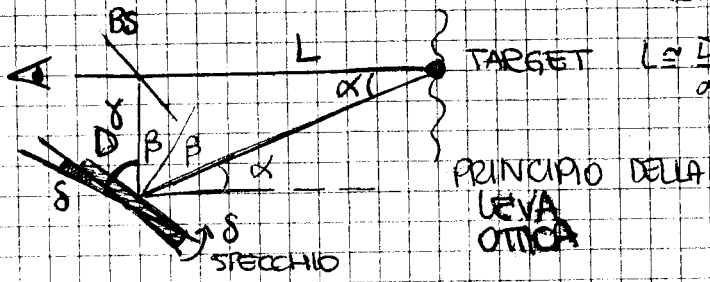
$$\tan \alpha \approx \alpha \text{ se } \alpha \ll 1$$

$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \uparrow$ se $\alpha \downarrow \Rightarrow$ misura poco accurata a grande distanza.

acc. scarsa se
 $\alpha < 10 \text{ mrad} = 0.57^\circ$

TRIANGOLATORE OTTICO PASSIVO

Lo specchio viene fatto ruotare finché immagine riflessa e diretta non coincidono: si conosce poi α .



$$L \approx \frac{D}{\alpha} \Rightarrow \Delta L \approx -\frac{D}{\alpha^2} \Delta \alpha = -\frac{L}{\alpha} \Delta \alpha = K \Delta \alpha$$

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \propto L \quad \text{inc. relative}$$

$\mu(L) = \sigma(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{2}}$ inc. su misura quantizzata

- K = sensibilità di L rispetto a α
- ΔL = errore / incertezza / risoluzione assoluta.
- ΔL peggiora se $L \uparrow$
- $\frac{\Delta L}{L}$ non è cost.

$$\begin{aligned} \gamma + \beta &= 90^\circ \\ \alpha + 2\beta &= 90^\circ \\ \gamma - \delta &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1-3 &\rightarrow \beta + \delta = 45^\circ \\ 2 &\rightarrow \beta + \frac{\alpha}{2} = 45^\circ \\ \Rightarrow \delta &= \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

\Rightarrow **RISOLUZIONE/ACCURATEZZA:**
 della misura dipende da
 da res/acc di determinazione di α

goniometro a vite micrometrica: $\Delta \alpha = 3 \text{ mrad}$
 encoder angolare $\Delta \alpha \approx 0.1 \text{ mrad}$

prestazioni buone se D/L non è troppo piccola
 \Rightarrow range medio-brevi
 \downarrow
 con CCD (triang. attivo) migliora!

$L_{\min} = 1 \text{ m}$	$L_{\max} = 100 \text{ m}$
$D = 10 \text{ cm}$	$D = 1 \text{ m}$
$\alpha = 0.1 \text{ rad}$	$\alpha = 0.01 \text{ rad}$
$\frac{\Delta L}{L} = 3\% \text{ vite}$	$\frac{\Delta L}{L} = 30\% \text{ vite}$
$= 0.1\% \text{ encoder}$	$\frac{\Delta L}{L} = 1\% \text{ encoder}$
$(\Delta \alpha \text{ vite} = 3 \text{ mrad})$	
$(\Delta \alpha_{\text{encoder}} = 0.1 \text{ mrad})$	

quantizzazione: $\left(\frac{1}{M} = \frac{1}{10}\right) \rightarrow \frac{x}{W_{REC}} = \left\lceil \frac{\log(M)}{2} \right\rceil = 1,1$
 $2^{12} = 4096 \text{ livelli (x 12 bit)}$
 $W_{CCD} = 10 \text{ mm}$
 $CCD = 1024 \text{ pixel}$
 12 bit

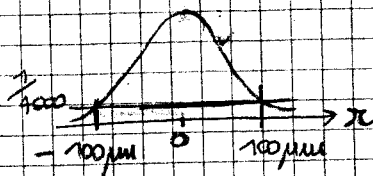
12 bit \rightarrow livello = $1/4096$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{4096} \approx \frac{1}{4000} \Rightarrow \frac{x}{W_{REC}} = \left\lceil \frac{\log(4000)}{2} \right\rceil = 2 \Rightarrow x = 2 W_{REC} = 100 \mu\text{m}$$

\Rightarrow diametro spot = $200 \mu\text{m}$
 (20 pixel)

dal centro della gauss.
 illuminato 10 pixel

$$\left(\frac{100 \mu\text{m}}{10 \mu\text{m}} = \frac{x}{W_{CCD}} = 10 \right)$$



rumore di fondo: $1/M = 1/100 \text{ pixel}$

$$\frac{x}{W_{REC}} = \left\lceil \frac{\log(100)}{2} \right\rceil = 1,5 \Rightarrow x = 1,5 W_{REC} = 75 \mu\text{m} \Rightarrow \text{diametro spot} = 150 \mu\text{m}$$

(15 pixel)

• **POSIZIONE SPOT:** - media pesata dei p.t. della gaussiana eliminando rum. fondo
 - regressione ai minimi quadrati. \rightarrow Ben illuminati
 si ottiene ad es.
 $\Delta x = 0,1 \text{ pixel} = 1 \mu\text{m}$

• **UNITÀ ALL'ACCURATEZZA:** dati dal rumore rivelatore
 luce esterna
 rumore shot
 corrente di buio
 rum. elettronico
 } stimolo eccitato
 baricentro

• **RISOLUZIONE** $x_{\text{MAX}} = 1024 \cdot 10 \mu\text{m} \approx 1 \text{ cm}$

$$\frac{\Delta x}{x_{\text{MAX}}} = \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{\text{MAX}}} = -\frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \frac{\Delta x}{x_{\text{MAX}}} \cdot L_{\text{min}} = \frac{1 \mu\text{m}}{1 \text{ cm}} \cdot 10 \text{ m} =$$

$$\Delta L = 1 \text{ mm (per } L = 10 \text{ m)}$$

es. $D = 10 \text{ cm}$; $f_{\text{REC}} = 25 \text{ cm}$; $L = 1 \text{ m}$

$N_L = 5 \mu\text{m}$ $W_{\text{CCD}} = 10 \mu\text{m}$

$$x = \frac{D}{L} \cdot f_{\text{REC}} = 25 \text{ mm}$$

$$\text{Se risolviamo } \left| \frac{\Delta x}{x} \right| = \frac{W_{\text{CCD}}}{x} = \frac{\Delta L}{L} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \Delta L = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 400 \mu\text{m}$$

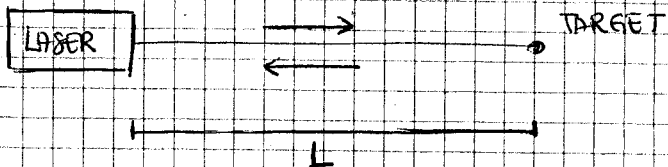
$$\Rightarrow \Delta \alpha = \frac{\Delta L}{L} \cdot \alpha = \frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{D}{L} = 40 \mu\text{rad}$$

cfz. SONOME 120 \leftarrow vite 5 pm rad
 APPROX 100 pm rad

\Rightarrow qui ho di 100 pm rad

TELEMETRI A TEMPO DI VOLO

(14)



$$T = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{Tc}{2}$$

$$\Delta L = \Delta T \cdot \frac{c}{2} = \Delta T \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{c}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta T}{T}$$

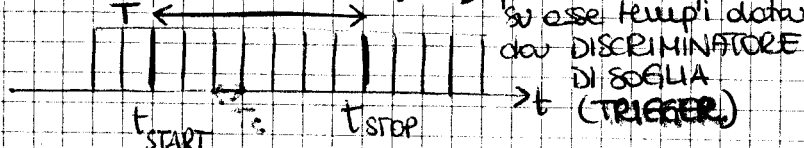
ΔL e' cost. dipende da come regola lo strumento e da ΔT che si puo' risolvere.

$\Delta L = 1m$	$\Delta L = 1mm$
$\Rightarrow \Delta T = 7ms$	$\Delta T = 7ps$

\Rightarrow LASER Q-SWITCHING
O MODE LOCKING.
 $T \leq \Delta T$
 $B \approx 1/T$

per risolvere ΔT occorrono impulsi di durata $T \leq \Delta T$ ma anche un'effettiva ricca con banda di rivelazione $B \approx 1/T$

MISURA: contatore elettronico che misura ritardo tra T_{START} (lancio impulso) e T_{STOP} (ricezione eco)



$$T = T_{STOP} - T_{START} = NTc$$

risoluzione T_c

$$INCERTEZZA u_q = \frac{T_c}{\sqrt{12}} = \sigma_q$$

INCERTEZZA: se lav ho su T_{START} e T_{STOP} : $u_q(T) = [u_q^2(t_{stop}) + u_q^2(t_{start})]^{1/2}$
(quantizzato)
 $= \sqrt{2u_q^2} = \sqrt{\frac{2T_c^2}{12}} = \frac{T_c}{\sqrt{6}}$

• se t_{START} fa partire il clock con periodo T_c allora $u_q(t_{start}) = 0 \Rightarrow u_q(T) = u_q(t_{stop}) = \frac{T_c}{\sqrt{12}}$

• se T_c e' molto breve, altre cause prevarranno sull'inc. di quantizzazione:
- rumore ampiezza al trigger
- trigger

dati dal rum. elettronico del circuito e rum. di ampiezza su segnale rivelato

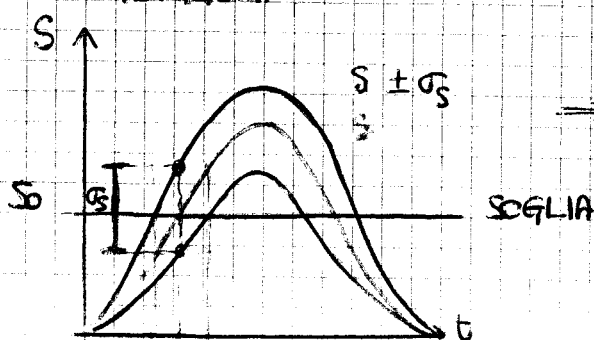
con rumore ho miglior risoloz. su impulsi brevi.

VARIANZA: $\sigma^2(T) = \sigma^2(t_{START}) + \sigma^2(t_{STOP}) \approx \sigma^2(t_{STOP})$

\rightarrow in realta' ho rumore di AMPIEZZA: il trigger agisce sul segnale $S(t)$ in uscita dal fotorecettore per determinare la posizione degli impulsi sull'asse del tempo: ho σ_s

$\Rightarrow \sigma_s$ si traduce in RUMORE DI TEMPO σ_t secondo la PENDENZA NEL P.T.O DI TRIGGER.

prevale $\sigma(t_{stop})$ perche' la misura di T_{STOP} e' piu' rumorosa e il segnale di eco e' piu' debole dell'impulso lanciato (SNR \downarrow)



\Rightarrow impulsi brevi hanno pendenza piu' alta e quindi σ_t piu' piccolo!

TELEMETRI A ONDA CONTINUA

pot. emessa e ricevuta
simulaneamente f_{MOD}

$$P(t) = P_0 [1 + m \cdot \sin(2\pi f_{MOD} t)]$$

si riceve il ritardo di fase
 $\Delta\varphi$ tra segnale ricevuto
 P_R e trasmesso P_T

$T_{MOD} = 1/f_{MOD}$

$$T_v = \frac{2L}{c}$$

TEMPO DI VOLO

$$\varphi = 2\pi \cdot f_{MOD} \cdot T_v = 2\pi \cdot f_{MOD} \cdot \frac{2L}{c}$$

$$\rightarrow L = \frac{\varphi}{2\pi f_{MOD}} \cdot \frac{c}{2} \rightarrow \Delta L = \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi f_{MOD}}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta\varphi}{\varphi}$$

$\Delta L = K \Delta\varphi$: K = sensibilità di φ rispetto L (misura rispetto ingresso)

$\Delta\varphi = K L$ $K = \frac{S(uscita)}{S(ingr)} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta L} = \frac{2\pi f_{MOD}}{c/2} \propto f_{MOD}$ \rightarrow se f_{MOD} cresce troppo si hanno AMBIGUITA' NELLA MISURA

limiti entro cui scegliere f_{MOD} con $L_{min} = 10m$ $L_{max} = 100m$ $\Delta L \leq 1cm$

$$T_{MOD MAX} = \frac{2L_{MAX}}{c} \leq T_{MOD} = 1/f_{MOD}$$

$$f_{MOD} \leq \frac{c}{2L_{MAX}} = 1.5 MHz \text{ LIMITE SUPERIORE}$$

$$\Delta L = \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi f_{MOD}} \leq 1cm$$

$$f_{MOD} \geq \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi \cdot 1cm} = 417 kHz \text{ LIMITE INFERIORE.}$$

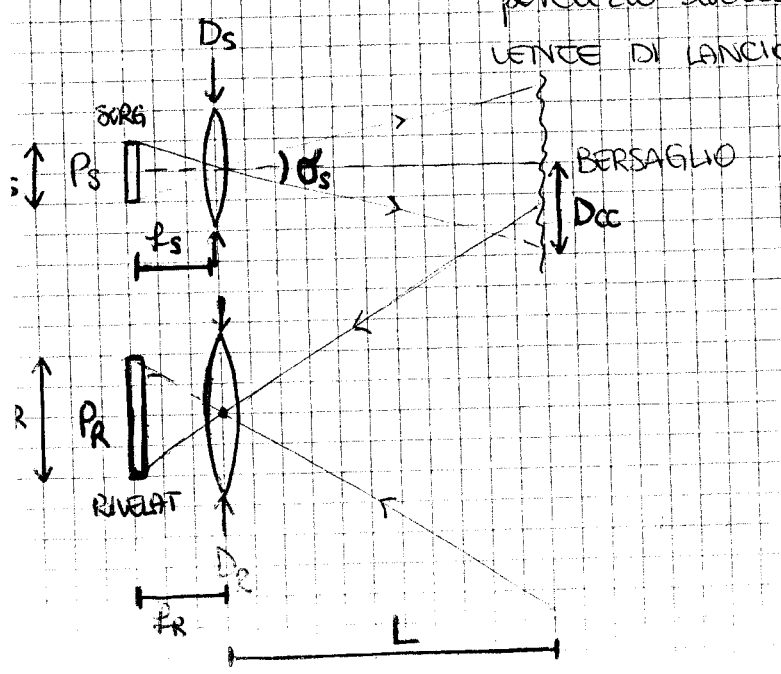
$T_{MOD MAX} \leq T_{MOD}$
 $\Delta L \leq 1cm \text{ con } \Delta\varphi = 90 \text{ gradi}$

opp $\varphi_{MAX} < 2\pi$

POWER BUDGET:

allocazione in un sistema di un trasmettitore di pot. in uscita per ottenere P_{eff} e dissipata potenza irradiata effettiva.

LENTE DI LANCIO E LENTE DI RACCOLTA.



$$\theta_s = \frac{d_s}{f_s} = \text{ANGOLO DI DIVERGENZA PIENO}$$

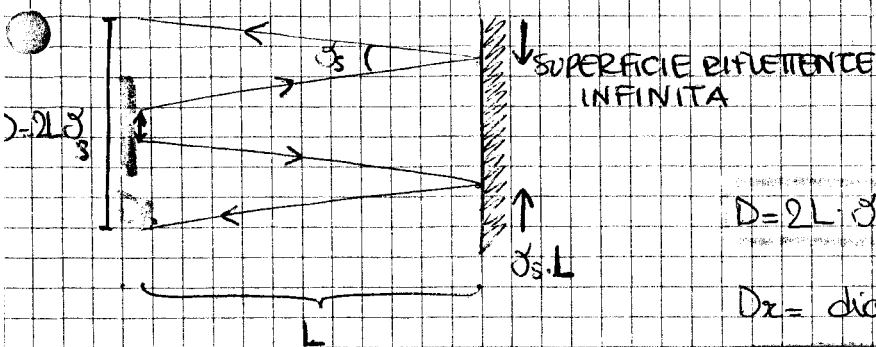
$$L \gg f_s, f_r, D_s, D_r$$

BERSAGLIO

15

- COOPERATIVO (es CORNER CUBE) $\rightarrow R \approx 1$ si comporta come uno SPECCHIO

il ricevitore vede la sorgente come se fosse a distanza $2L$



$D = 2L \cdot \theta_s$: dimens. macchia dopo $2L$

D_r = diam. lente di raccolta

- se tutto il ricevitore è illuminato: $D > D_r$

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{\pi D_r^2 / 4}{\pi 4L^2 \theta_s^2 / 4} = \frac{D_r^2}{4L^2 \theta_s^2}$$

FRAZIONE POT. RACCOLTA = rapporto aree.

- se CORNER CUBE t.c. $D_{cc} < \theta_s \cdot L$

e D_r raccoglie tutto il fascio:

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{4D_{cc}^2}{4L^2 \theta_s^2} = \frac{D_{cc}^2}{L^2 \theta_s^2}$$

\rightarrow IL CORNER CUBE DIAFRAMMA! (e' come avere un ricevitore con $D_r = 2D_{cc}$ perché il c.c. sta dopo una prop. di L mentre il ricevitore dopo una prop. di $2L$!!!)

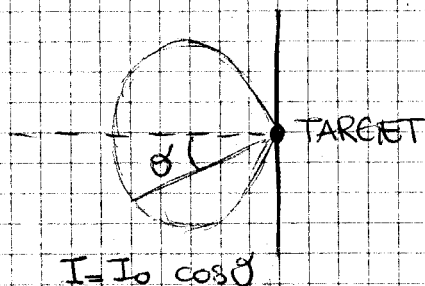
$\rightarrow D_{cc} < \frac{D_r}{2}$ CONDIZIONE AFFINCHÉ SIA IL CORNER-CUBE A DIAFRAMMA

- se oltre al c.c. diaframma anche il ricevitore, allora la dimensione del c.c. D_{cc} non ha importanza e la fraz. di pot. raccolta coincide con quella per bersaglio infinitamente esteso.

$$\alpha_1 = \frac{D_{cc}^2}{\theta_s^2 L^2} \quad \alpha_2 = \frac{D_r^2}{(2D_{cc})^2} \Rightarrow \alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2 = \frac{D_r^2}{4L^2 \theta_s^2}$$

FRAZIONE DI POT. CHE CONTRIBUISCE AL FASCIO IL DIFFUSO.

- NON COOPERATIVO \rightarrow DIFFONDENTE con $S < 1$ DIFFUSIVITA' superficie illuminata area A_t



\Rightarrow DIFFUSORE LAMBERTIANO ("a cos θ "): la brillantezza è uguale per ogni angolo θ .

$$\Rightarrow \frac{P_s}{A_t} \cdot S = I \quad \text{INTENSITA' OTTICA DIFFUSA}$$

θ_r = angolo cui vista del ricevitore dal bersaglio

$$\frac{1}{\pi} \cdot \frac{I}{\theta_r} = \frac{P_s}{A_t} \cdot \frac{S}{\pi} = B \cdot \text{RADIANZA}$$

($B \cdot L$) emissività uguale in tutto il semi-spazio.

$$\Omega_R = \pi \theta_r^2 = \pi \cdot \frac{D_r^2}{4L^2}$$

ANGOLO SOLIDO CON CUI IL BERSAGLIO VEDI IL RICEVITORE

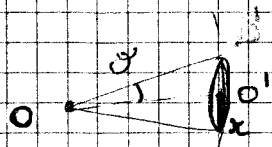
$\rightarrow B \cdot A_t$ = pot. per unità di angolo solido

$$P_r = B \cdot A_t \cdot \Omega_R = \frac{S P_s}{A_t \pi} \cdot A_t \cdot \frac{\pi D_r^2}{4L^2} = P_s \cdot \frac{S D_r^2}{4L^2} \Rightarrow \frac{P_r}{P_s} = \frac{S D_r^2}{4L^2}$$

stessa form. la di bersaglio coop. ma con S al posto di $1/\theta_s^2$

\Rightarrow DIFFERENZA: $S \leq 1 \leq \frac{1}{\theta_s^2} \Rightarrow$ con θ_s^2 e' come avere un quadruplo mentre con S una perdita.

1 ANGOLO SOLIDO:



$$\theta \approx \frac{r}{R} \quad (r \ll R)$$

$$\Omega : \Omega_{TOT} = S : S_{SPERA}$$

$$\Omega : 4\pi = S : 4\pi R^2$$

$$\Omega = \frac{\pi r^2}{4\pi R^2} \cdot 4\pi = \frac{\pi r^2}{R^2} = \pi \theta^2$$

$$\Omega = \int d\Omega = \int_0^{\theta} \frac{2\pi p \, dp}{R^2} = \frac{2\pi}{R^2} \int_0^{\theta} p \, dp = \frac{2\pi}{R^2} \cdot \frac{\theta^2}{2} = \frac{\pi \theta^2}{R^2}$$

RADIANTE angolo piano che sottende, su una circonfer. centrata nel suo vertice, un arco di lunghezza pari al raggio della circ. stessa

STERADIANTE angolo solido che sottende, su una sfera centrata nel suo vertice, una calotta sferica di area uguale al quadrato del raggio della sfera.

POWER BUDGET + DIFFRAZIONE E PERDITE AGGIUNTIVE

$$\left. \frac{P_R}{P_S} \right|_c = T_{OPT} \cdot T_{ATH} \cdot \frac{D_R^2}{4L^2 \theta_s^2}$$

$$T_{OPT} \leq 1 \quad \text{|| OTTICHE ATTRAVERSATE}$$

$$T_{ATH} \leq 1 \quad \text{TRATTA 2L IN ATMOSFERA}$$

$$\left. \frac{P_R}{P_S} \right|_{NC} = T_{OPT} \cdot T_{ATH} \cdot S \frac{D_R^2}{4L^2}$$

In generale: $\frac{P_R}{P_S} = G \cdot (FOV_{eq})^2$

$$FOV_{eq} = \frac{D_R/2}{L_{eq}} \quad \text{CAMPO DI VISTA}$$

$$\frac{P_R}{P_S} = G \cdot \frac{D_R^2}{4L_{eq}^2}$$

$$L_{eq} = \frac{L}{\sqrt{T_{ATH}}} \quad \text{WINGH. EQUIVAL.}$$

$$\Rightarrow G = \begin{cases} T_{OPT} / \theta_s^2 & \text{se COOP.} \\ T_{OPT} \cdot S & \text{se NON COOP} \end{cases}$$

GUADAGNO EQUIVALENCE

• GUADAGNO

$G \gg 1$ se BERS. COOP.

$$\begin{aligned} \theta_s &= 1 \text{ mrad} \\ T_{OPT} &\approx 1 \\ \Rightarrow G_{COOP} &\approx 10^6 \end{aligned}$$

acciaio - vetro

$$R = \frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_2 + m_1)^2} \approx 4\%$$

$G < 1$ se BERS. NON COOP

$$S = 95 \div 1$$

OTTICHE \rightarrow trattate anti-riflesso o almeno danno perdevite $< 1\%$ per ogni superficie attraversata per riflessione e $\sim 10^{-3}$ per assorbimento $\Rightarrow |T_{OPT}| > 0.9 = 0.98 \approx 1$

COEFF. DI ATTENUAZIONE

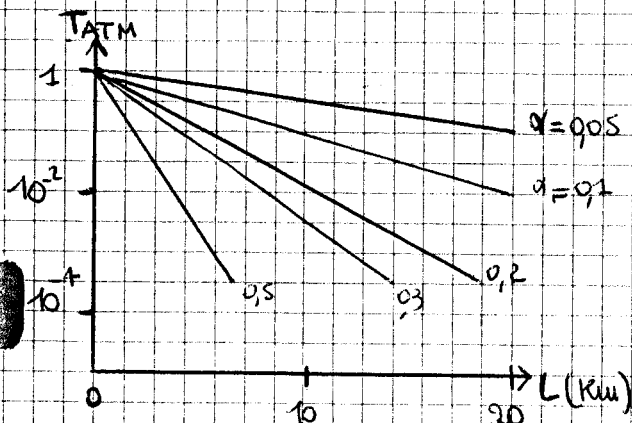
→ perdite per assorbim. e diffusione durante la propagazione (molecole/particelle nell'atmosfera)

$$T_{ATM} = \exp(-2\alpha L) = \frac{P(2L)}{P(0)}$$

LAMBERT-BEER

$$\alpha = \omega(\lambda) + s(\lambda) = \alpha(\lambda)$$

ASSORB. SCATTERING



+ evitando picchi di assorbimento molecolari

$\alpha = 0,1 \text{ Km}^{-1}$	aria eccezionalmente limpida
$\alpha = 0,3 \text{ Km}^{-1}$	aria limpida
$\alpha = 0,5 \text{ Km}^{-1}$	foschia
$\alpha > 0,5 \text{ Km}^{-1}$	nebbia

ATTENUAZIONE ATMOSFERICA

spettro luce solare che arriva alla superf. terrestre rivela picchi di assorbim. e finestre di trasparenza dell'atmosfera.

$$AM = (\sin \theta)^{-1} = \text{AIR MASS}$$

θ = angolo di osserv. rispetto all'orizzonte.

per θ piccoli il blu è scatterato più del rosso (scattering $\propto \omega^4$) e il cielo si colora di rosso.

EQUAZIONI DI SISTEMA + SNR NEL TELEMETRO

CIRCUITO (Ricevitore + amplif. segnale)

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_R}{P_S} &= G \cdot \frac{D_R^2}{4L_{eq}^2} \\ P_R &= SNR \cdot P_m \end{aligned} \right\} G \cdot P_S = \frac{4L_{eq}^2}{D_R^2} \cdot SNR \cdot P_m$$

per imporre SNR

$$SNR = \frac{G P_S}{P_N} \cdot \frac{D_R^2}{4L_{eq}^2}$$

RUMORE ELETTRONICO
+ RUMORE OTTICO
+ RUMORE SHOT

⇒ P_u = POT. COMPLESSIVA DI RUMORE

$$\frac{P_R}{P_m} = SNR$$

$$\Rightarrow G P_S \propto L^2$$

TELEM. PULSATO: I. CARATTERI!

$$\left. \begin{aligned} E_p &\sim 2 \text{ mJ} \\ T &\sim 10 \text{ ms} \quad B = 100 \text{ MHz} \\ P_{S \text{ picco}} &= 0,2 \text{ MW} \end{aligned} \right\}$$

$$P_m \approx \mu W \leftarrow P \propto i_m = \sqrt{2 I_{rec} e B}$$

TELEM. ONDA CONTINUA

$$\left. \begin{aligned} P_S &= 0,1 \text{ mW} \\ G &= 10^4 \quad (\theta = 10 \text{ mrad}) \\ T_{imp} &= 10 \text{ ms} \div 1 \text{ s} \\ B &= 1/2 T_{imp} = 1 \div 100 \text{ Hz} \\ P_m &\approx \mu W \end{aligned} \right\}$$

RUMORE AL RICEVITORE

$$P_m = P_{m,s} + P_{m,BG} + P_{m,EL}$$

SHOT, ASSO- BACK-
CIATO AL SE- GROUND
GNAL IR
RICEVUTO $i = 2e I_{BG} B$

ELETTRONICO

$$i_{EL}^2 = 2e I_{EL} B$$

$$\left. \begin{aligned} I_R &= \rho P_R \\ I_{BG} &= \rho P_{BG} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow I_{rec} = I_R + I_{BG}$$

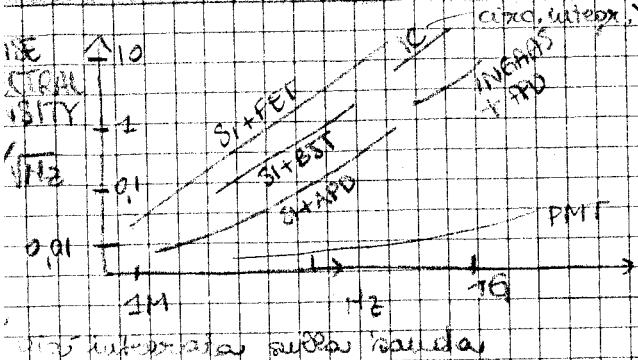
$I = \text{corr. DC}$
 $i = \text{corr. AC}$

in realtà con osservatore il sistema

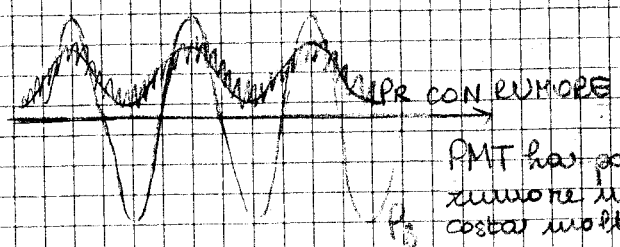
$i_{REC} = i_{MS} + i_{MBG} + i_{MEL} = 2eB(I_s + I_{BG} + I_{EL}) \rightarrow$ concorre a un equivalente che genera un shot pozz di rum. riportato all'imp. del ricevitore (elettronico)

$\sigma = \frac{i_{REC}^2}{p^2} = \frac{2eB}{p^2} (I_s + I_{BG} + I_{EL})$

$p = m_e / h\nu$



$P_M^2 = \frac{2h\nu B}{\eta} (P_R + P_{BG} + P_{EL})$



• LUCE DI FONDO → BACKGROUND

- diage. irradianza solare
- rad. irradianza spettrale scene $E_{scena} (W/mm^2)$
- $\int E_{scena} d\lambda = I_{omica scena} \rightarrow I_{sc} = E_{sc} \cdot \Delta\lambda (W/m^2)$ **INTENSITA' DI FONDO**

$I_{sc} = \frac{I_{sc} \cdot S}{\pi} \cdot \Omega_{sc}$ **INTENSITA' RACCOLTA DAL RICEVITORE (W/m^2)**

$P_{BG} = \frac{I_{sc} \cdot S}{\pi} \cdot \Omega_{sc} \cdot \frac{\pi D_R^2}{4}$ **POT. OTTICA RACCOLTA (W)**

$P_{BG} = \frac{E_{sc} \cdot \Delta\lambda \cdot S}{\pi} \cdot \left(\frac{NA}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{\pi D_R^2}{4} = E_{sc} \Delta\lambda S \left(\frac{NA}{\pi} \right)^2 \frac{\pi D_R^2}{4}$

$NA = \sin\left(\frac{D_R}{2f}\right) \cdot m$

posso stringerla con un filtro

ACCURATEZZA

• TELEM. PULSATO

$L = \frac{cT}{2} \Rightarrow \sigma_L = \frac{c}{2} \sigma_T$

$T = T_{stop} - T_{start} \Rightarrow \sigma_T^2 = \sigma_{stop}^2 + \sigma_{start}^2 \approx \sigma_{stop}^2$

\Rightarrow SE RICEVITORE è SNL! (quasi mai) $\sigma_T^2 = \frac{\sigma_s^2}{|dS/dT|^2}$ **conversione mediante pendenza**

$\sigma_T \propto \frac{T}{\sqrt{N_R}}$

$N_R = n^o$ fotoni ricevuti per un impulso o mediato su più impulsi

$T =$ duration impulso (più piccolo possibile!)

\Rightarrow se non SNL si aggiunge altra causa di rumore

• TELEM. A MODULAZ. SINUSOIDALE

$\sigma_L = \frac{c}{2} \sigma_T$

$\sigma_T \propto \frac{1}{2\pi f_m} \frac{1}{\sqrt{N_R}}$

ANALOGO $\frac{1}{2\pi f_m} \leftrightarrow T$ (f.m. più alta possibile!)

PROBLEMA: se f_m troppo alta, ambiguità di misura

$T \approx 10ms$
 $f_{mod} \approx 200 KHz$

AMBIGUITA' NEI TELEMETRI A TEMPO DI VOLO!

(17)

→ segnale da rivelare e periodico:

AMBIGUITA' per distinguere bersagli a distanza \neq che possono ritornare segnali con stesso info di misura

- tempo di volo misurato
- spostamento accumulato

⇒ per evitare deve essere:

⊗

- TEL. PULSATO $T_{MAX} = T(L_{MAX}) \leq T_{REP}$

→ $T_{REP} \geq T_{MAX}$

- TEL. MODULAZ. SIN. $\varphi_{MAX} = \varphi(L_{MAX}) = 2\pi \cdot f_{MOD} \cdot T_{MAX} \leq 2\pi \Rightarrow f_{MOD} \leq \frac{1}{T_{MAX}}$

L_{MAX} correttamente misurabile e detto L_{NA}

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{2L_{NA}}{c} \leq \frac{1}{f_{TELEM.}}$$

Si misura quanto L_{NA} si sono misurato con telemetria ed altre range di ambiguita' per via telem. di oltre 1000 per misurare time.

$f_{TELEM.} < \begin{cases} f_{REP} \\ oppure \\ f_{MOD} \end{cases}$

LIDAR LIGHT IDENTIFICATION DETECTION AND RANGING

Strum. per misurare A DISTANZA delle proprietà di un mezzo in cui si TRASMETTE E RETRODIFFONDE un IMPULSO OTTICO (back scattering)

- SORG. LASER → Q-SW: serve elevata pot. di picco
- uno o più λ per picchi di assorbim. e scattering

→ GAS, PARTICOLATO IN ATMOSF, INQUINANTI, oin acqua: PLANKTON, ALGHE

- dal tempo di volo deduco distanza bersaglio analizzato
- da intensita' segnale retrodiffuso: composiz chimico-fisica

⇒ MAPPE in f.me di angolo di elevaz. e distanza.

DIAR (DIFFERENTIAL)

OTDR (OPTICAL TIME DOMAIN REFLECTOMETRY)

analisi → ho parte della luce che torna indietro

- TEL. PULSATO
- Q-SW: $T = 10 \text{ ns}$ $f_{REP} = 10 \text{ Hz} \div 10 \text{ kHz}$
- $T_{REP} = \frac{1}{f_{REP}} \Rightarrow L_{HITE}; T_{MAX} = T_{REP}$

$$L_{NA} = \frac{c}{2} \cdot T_{REP} \approx 15000 \text{ Km} \div 15 \text{ Km}$$

⇒ PROBLEMA per L grandi o alte f_{REP} (e conviene fare misure ripetute x media e migliorare accuratezza)

- TEL. MODULAZ. SIN.

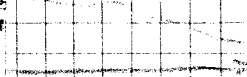
ISSER DIOD $f_{MOD} = 10 \text{ MHz} \div 10 \text{ kHz}$

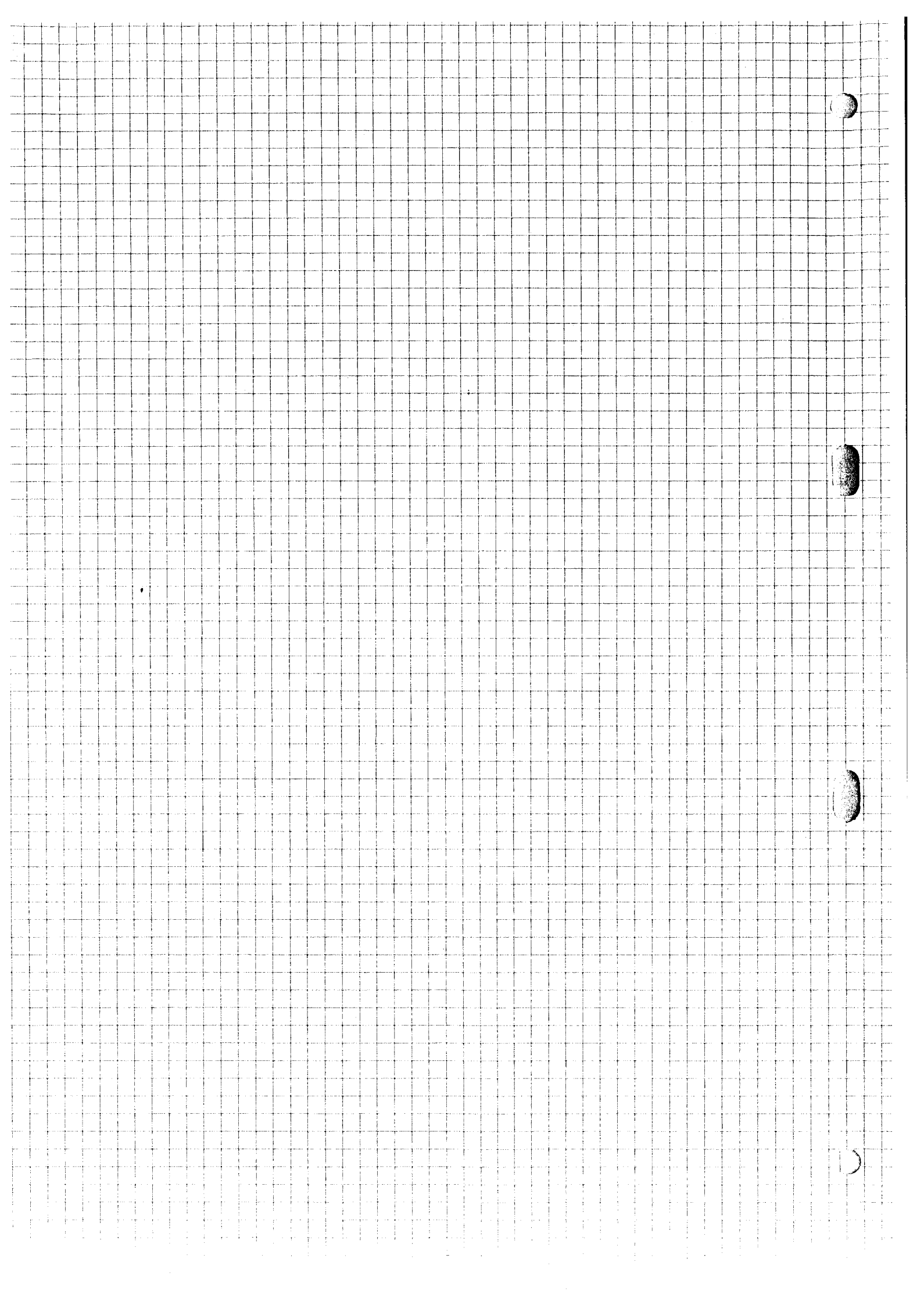
LIMITE:

$$L_{NA} = \frac{c}{2 \cdot f_{MOD}} = 15 \text{ m} \div 15 \text{ Km}$$

→ PROBLEMA grande base

base $\propto \exp$ negativo (attenuaz)





VELOCIMETRI OTTICI

(18)

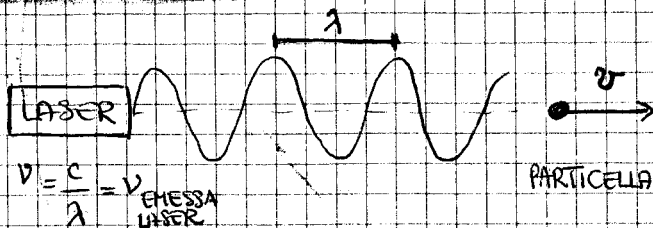
PRINCIPI DI MISURA E APPLICAZIONI

• EFFETTO DOPPLER

$$v_{\text{Osservata}} = v \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

$v_{\text{oss}} < v$ se l'oggetto si allontana

$v_{\text{oss}} > v$ se l'oggetto si avvicina.



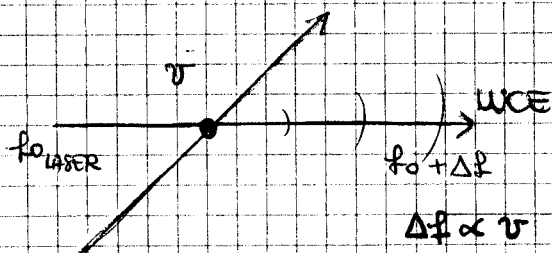
$$v \ll c \Rightarrow \Delta v = (v - v_{\text{oss}}) = \frac{v}{c} \cdot v \ll v$$

SPOSTAMENTO DOPPLER

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,6 \mu\text{m} \\ v_{\text{LASER}} &= 500 \text{ THz} \\ v &= 1 \text{ m/s} \\ \Rightarrow \Delta v &\approx 1,7 \text{ MHz} \\ \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} &= 3,3 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

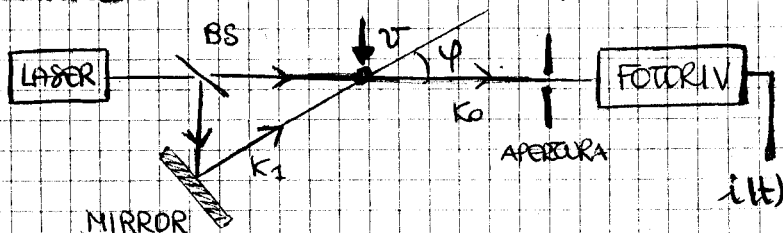
→ difficile da misurare

• METODO ETERODINA PER VELOCIMETRIA



per misurare Δf di qualche MHz è il metodo migliore:

BATTIMENTO con fascio laser RIFERIMENTO



MISURE DI VELOCITA' dei FLUIDI

• LDV: LASER DOPPLER VELOCIMETRY (1964)

→ rivela senza contatto in campo dinamico di VELOCITA' DI FLUIDI IN MOVIMENTO, che TRASPORTANO PARTICELLE DIFFONDENTI

- naturalmente presenti
- iniettate artificialmente.

→ DIFFUSIONE (SCATTERING): interazione campo e m. e particelle

- RAYLEIGH ($x \ll \lambda$) $\alpha_s \propto x/\lambda^4$ $f(\theta) = \cos^2$ con θ
- MIE ($x \gtrsim \lambda$) $\alpha_s \approx \cos^2$ $f(\theta)$ MAX per $\theta = 0$

→ segnale di misura (interpretazione):

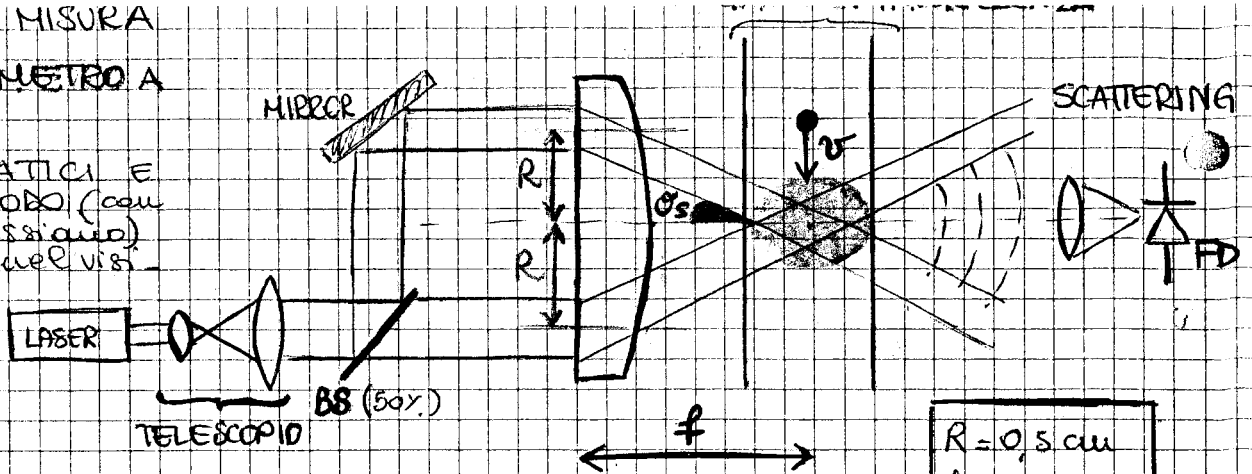
- attraversamento di frange
- effetto Doppler (conto gli shift doppler)
- sfasamento interferometrico

x = dimens. particella diffrangente

SET-UP DI MISURA

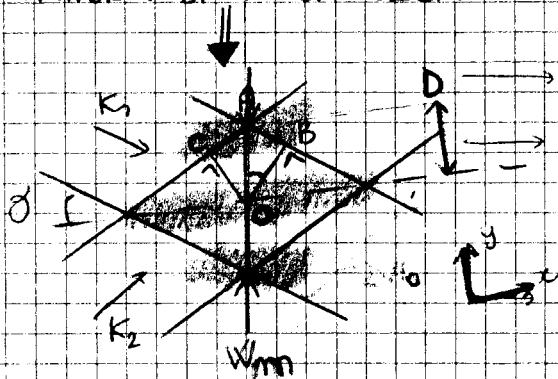
INTERFEROMETRO A DUE FASCI

MONOCROMATICI E SINGOLO MODO (con profilo gaussiano) meglio se nell'visibile.



fasce con uguale pot. ma sfasate. incidono collimate su un asse sulle lenti e vengono focalizzate nella regione di INTERFERENZA

PATTERN DI INTERFERENZA



frange di interf.

zona di interazione $\approx \Delta x \cdot \Delta y$ con

$$\Delta x \approx \pm 2W_0 \cos \theta$$

$$\Delta y \approx \pm 2W_0 \sin \theta$$

$$W_m = 4W_0 \sin \theta$$

D = SPAZIATURA TRA FRANGE \perp alla regione di interferenza

se la particella passa a velocità più elevata la freq. di scattering aumenta:

$$f \uparrow \quad v \uparrow ; \quad f \downarrow \quad v \downarrow$$

$$\Delta \phi_{WCE-WCE} = \Delta \phi_{BUIO-BUIO} = 2\pi$$

$$\Delta \phi_{WCE-BUIO} = \pi$$

$$\Delta \phi_{O \rightarrow A} = [\phi_2 - \phi_1]_O - [\phi_2 - \phi_1]_A = 2\pi$$

$$\Delta \phi_{OA} = \Delta \phi_2 - \Delta \phi_1 =$$

$$= \phi_{2OC} + \phi_{2CA} - \phi_{1OB} - \phi_{1BA} =$$

$$= 0 + k_2 \cdot CA - 0 - k_1 \cdot AB =$$

$$\Delta \phi_{OA} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot D \sin \theta \cdot 2 = 2\pi \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$



T_0 = PERIODO DI RIPETIZIONE DEI PICCHI DI WCE

$$T_0 = \frac{D}{v}$$

$$\Rightarrow f_0 \propto v$$

PERIODO e FREQ. SEGNALE WCE DIFFUSA

lo spessore della zona attraversata varia con la posiz. della linea di attraversamento.

profilo del fascio ottico è gaussiano; intensità della luce diffusa dipende dalla posizione.

la distanza tra i picchi di luce dipende da v

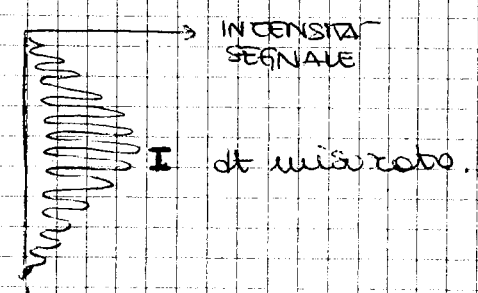
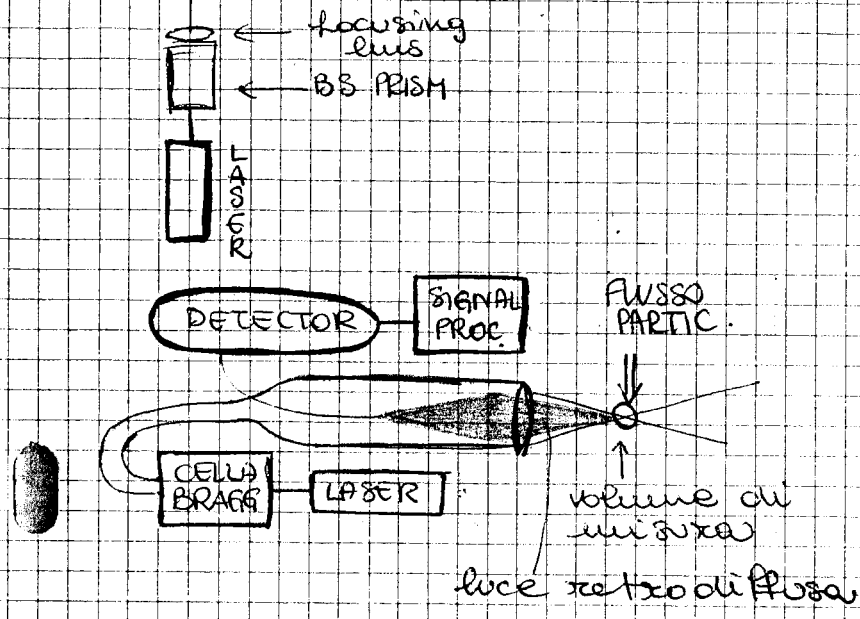
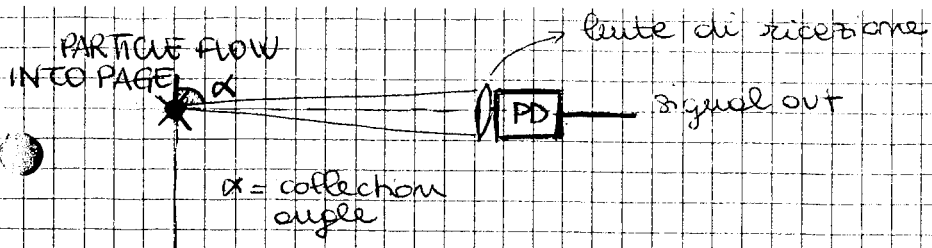
T_0 piccolo al centro del tubo e grande ai bordi

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{v}{D} = v \cdot \frac{2 \sin \theta}{\lambda} \propto v$$

ANALIZZATORE DI SPETTRO PER RADIO FREQ. E ETERODINA

oppure

CAMPIONANDO E ALGORITHM FFT



SENSIBILITA' $S = \frac{\Delta f}{\Delta v} = \frac{2 \sin \theta}{\lambda}$

$D = T \cdot \sigma = \frac{1}{2} \lambda^2$

MISURE:

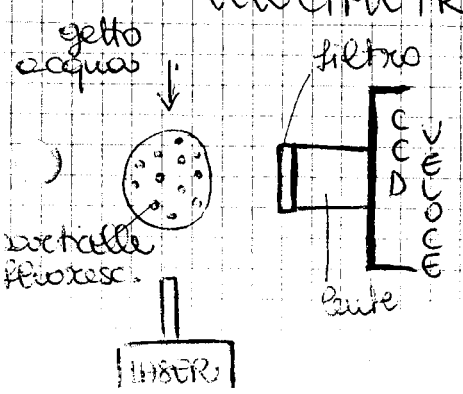
- contatore
- angle scattering w FFT
- correlazione.
- agevolati per v basse, critiche per $v > 100 \text{ m/s}$
- fa agevolmente misurazioni dopo conversione A/D.
- $u(l_0)/l_0 \approx 10^{-6}$ (buono!!!)

conviene allargare l'angolo!

$$u_x(l_0) = \sqrt{u_x^2(\theta) + u_x^2(\lambda) + u_x^2(v)}$$

$$u_x(s) = \sqrt{u_x^2(\theta) + u_x^2(\lambda)} = \sqrt{\frac{u^2(\theta)}{\theta^2} + \frac{u^2(\lambda)}{\lambda^2}}$$

PIV PARTICLE IMAGE VELOCIMETRY



instabilità meccanica

$$\frac{u(\lambda)}{\lambda} \approx 10^{-4} \rightarrow \text{non problema matematico.}$$

$$\theta \approx \frac{\lambda}{f}$$

$$u(f)/f \approx 10^{-4}$$

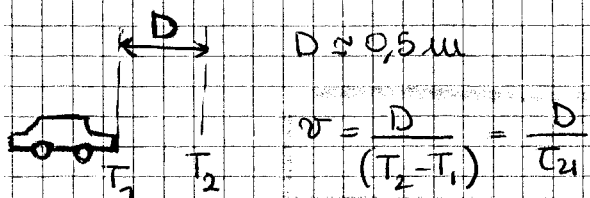
$$u(x)/x \approx 10^{-3} \div 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{u(s)}{s} \approx \frac{u(v)}{v} \approx 10^{-3}$$

luce laser o flash ultrarapidi per illuminare zone di indagine
particelle rivelate con CCD veloce e realizzate immagini delle particelle in f.ne del tempo
→ ricostruzione profilo spaziale della velocità.

AUTOVELOX

• A BARRIERA OTTICA (164 C2)



$v = 150 \text{ Km/h}$
 $T_{21} = 12 \text{ ms}$
 $\Delta T_{21} \approx 1 \mu\text{s} \rightarrow$ risoluz. elettronica
 $\Rightarrow \Delta v = - \frac{D}{(T_{21})^2} \Delta T \approx 1 \text{ Km/h}$

PROBLEMA: errori o false
lettura +
insensibilità al
profilo del veicolo

↓
DOPPIA MISURA

Laser NIR + immu. torregia
non intercettabile / disturbabile

$T_{21 \text{ OFF}}$ $T_{21 \text{ ON}}$



$\Rightarrow v_{21 \text{ ON}} \approx v_{21 \text{ OFF}}$ sse. entro
1 Km/h

(se non ho planarità
ho sovrastima)

→ necessaria COMPLANARITÀ con strada!
→ taratura ogni anno.

↓
accuratezza 1%
(adatto alla misura!)

se $\delta \neq 0$ $d = D \cos \delta < D$

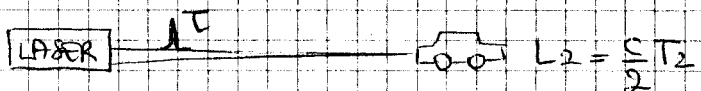
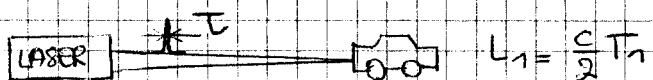
$T_{21} = \frac{D}{v}$ se $\delta = 0$

$T_{21}^* = \frac{d}{v} < T_{21}$ $\delta \neq 0$

$\Rightarrow v_{21}^* = \frac{D}{T_{21}^*} = \frac{D}{d} \cdot v$

$v_{21}^* = \frac{v}{\cos \delta} > v$

• TELELASER



$\Rightarrow v = \frac{L_2 - L_1}{T_{\text{REP}}} = \frac{c}{2} \frac{(T_2 - T_1)}{T_{\text{REP}}}$

dato T_{REP} si possono fare
misure ripetute e una
media (ridotti errori e
incertezza).

$T_{\text{REP}} \approx 8 \mu\text{s}$

$L_{\text{MAX}} \approx L_{\text{NA}} = 1200 \text{ m}$