

(1960 Haiman)

($\lambda = 500 \text{ nm} \rightarrow \nu = 600 \text{ THz}$: VERDE)

- spettro em. (Nd:YAG: 1064 nm)

- rappresentaz. luce \rightarrow onda, fotone, raggi

monocromaticità

coerenza (spaziale e temporale)

die #ionalit 

brillanza (densità energia)

polarizzazione

durata temporale (densità-energia)

FABRIZIO

PREDA

assorbimento, em. spontanea, em. stimolata

incoerente

→ il fotone emesso è coerente col primo (identico!)
(fase, freq., direz.)


Per amplificare: INVERSIONE di POPOLAZIONE ($\Delta N = N_2 - N_1$)
(se $N_2 = N_1$: trasparente)

- Componenti di Oscillatore Laser: Materiali attivi, Pompa, Risonatore ottico

x ottenere
un. popolař.

- Amplificazione Ottica

- impossibile con 2 livelli.

- 3 levels:  $(\tau_{21} \ll \tau_{10})$

(condiz. x ampli: $N_1 > N_0$: non facile)
(es. laser a rubino)

dispositivo con quadrupolo
(azione laser)

système rétroaction
(réaction positive)

~~OSCILLATORE LASER~~

- 4 livelli (più efficiente)

$$(\tau_{10}, \tau_{32} \ll \tau_{21})$$

(ex. Nd:YAG)

(condiz. x ampl.: $N_2 > 0 \rightarrow$ facile)

- Pompaggio : $\frac{\text{Scarica elettrica}}{(\text{gas})}$, $\frac{\text{ottici}}{(\text{cristalli})}$, $\frac{\text{elettronici}}{(\text{sc})}$

(cristalli
vetri
liquidi)

(SC)

↳ ricombinazione di e^- e h^+ comporta irraggiamento di fotoni

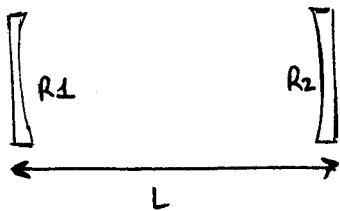
Guadagnos materiale attivo

$$\frac{dI}{dz} = \sigma(N_2 - N_1)I$$

x materiale attivo di lunghezza L

$$I(z) = I(0) \exp \left\{ \underbrace{\sigma (N_2 - N_1)}_g L \right\} \Rightarrow \frac{I(L)}{I(0)} = G = e^{gL}$$

RISONATORI OTTICI FABRY-PEROT (meccanismo di retroazione positiva)



condiz. risonanza: $L = m \cdot \frac{\lambda}{2}$

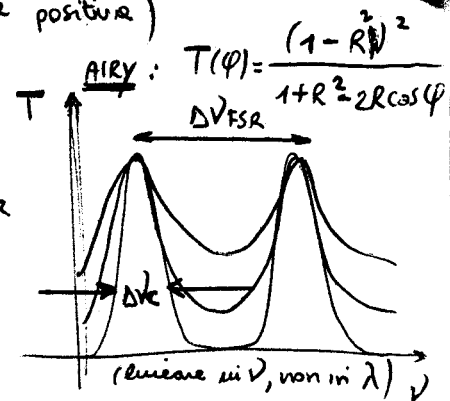
autofrequenze: $\nu = \frac{mc}{2L} = m \Delta\nu_{FSR}$

free spectral range

$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L}$

Finesse

$F = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\Delta\nu_c} = \frac{\pi R^{1/2}}{1-R}$



Larghezza riza: $\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_c}$

$\tau_c = L/c\gamma \rightarrow$ perdite γ
cavity lifetime

Fattore merito: $Q = \frac{\nu}{\Delta\nu_c} = \frac{\nu}{\Delta\nu_{FSR}} F = m \cdot F$

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2L = R \cdot s$

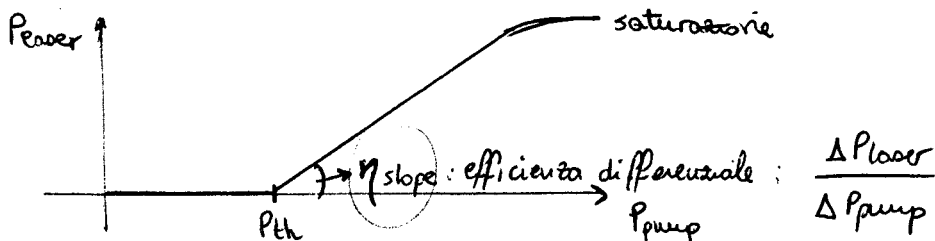
$T_{max} = 1$
 $T_{min} = \frac{(1-R)^2}{(1+R)^2}$

Condizione di Soglia

(il guadagno di round trip deve eguagliare le perdite nel risonatore)

$R_1 R_2 G^2 I_0 = I_0 \Rightarrow G^2 = \frac{1}{R_1 R_2} : e^{2\gamma L} = \frac{1}{R_1 R_2} \Rightarrow 2\sigma(N_2 - N_1)L = -\ln R_1 - \ln R_2$

$\Rightarrow (N_2 - N_1)_{th} = \frac{\gamma}{\sigma L}, \quad \gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} = -\frac{\ln R_1}{2} - \frac{\ln R_2}{2}$



Tipi di laser - Classificazione possibile

1) Materiale attivo \rightarrow gas, coloranti (liquids), stato solido, SC
(CO₂, HeNe)

2) Lunghezza onda: IR, VIS, UV, raggi X

3) Regime:
CW \rightarrow multimodal, singolo modo (long/transv.), singola freq.
impulsati \rightarrow free running, Q-switching, mode-locking

* Laser a gas (pompa a scarica elettrica)

- CO₂ - tubo a flusso + raffreddamento a H₂O
- He-Ne tubo sigillato (10:1)
 - la scarica elettrica eccita (per impatto e⁻-atomo) gli atomi di Elio che trasferiscono la loro energia di eccitazione (resonant energy transfer) a atomi di Neon che effettuano azione laser.

* Laser a stato solido

Nd:YAG:

fluorescenza: 230 μs (lungo)

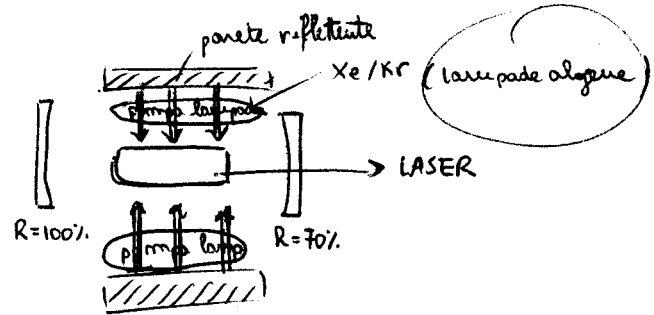
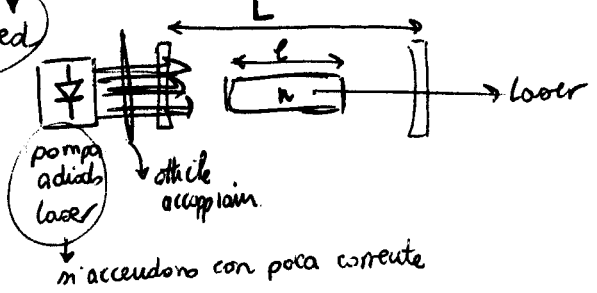
λ = 1064 nm (300 THz)

Espansione termica
 $\frac{dn}{dT}$ ⇒ cambia cammino ottico
 ⇒ cambia λ

assorbimento (e Nd che assorbe): picco a 808 nm
 $P = P_0 e^{-\alpha L}$

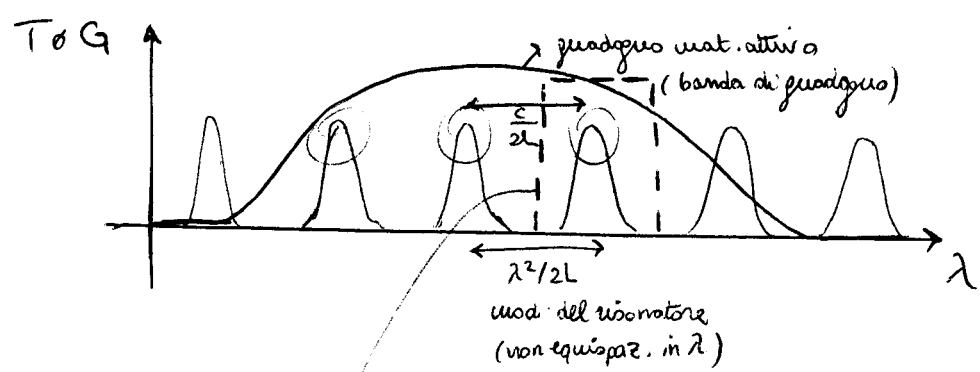
side pumped
 inverte tutto il mat. attivo, magari anche + del necessario, e ≠ d.

end pumped



- efficienza spettrale della ~~lampa~~ pompa a diodi (Δλ = 10 nm) e ⇒ che lampa alogene (Δλ = 50 nm)
- l'energia di pompa della lampa non utilemente assorbita produce calore in eccesso (bente termica !! ; danni !!)

Modi longitudinali e banda di guadagno

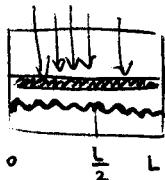


Oscillano tutti i modi longit. MLM con abbastanza guadagno.

↓ Filtro ottico (passa banda) con Δλ < c/2L es. Etalon (lo metto tra mat. attivo e specchio)
 (NB) che FSR > ΓFWHM !
 (devo farlo sottile x avere) FSR grande

LASER a Sc (a diodo) single-mode

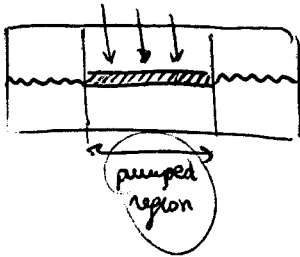
1) **DFB** ($n = n(z)$: modulo indice rifrattivo)



(NB) Laser a diodo è piccolo, quindi ha più FSR largo
 e un solo picco cade sotto curva di guadagno.
 Ma se lo faccio piccolo, ho poco guadagno! Quindi,
 se faccio + grande, e x selezionare singolo modo

una quando passa corrente di pompa: riscaldamento e cambia densità portatori \Rightarrow cambia n
 $(\rightarrow$ instabilità $)$
 su λ

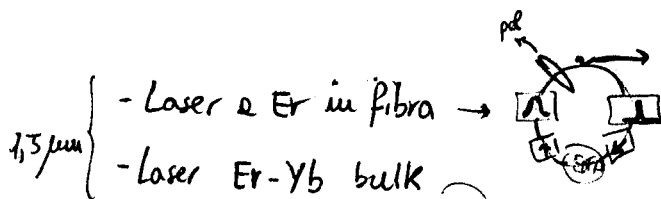
2) **DBR**



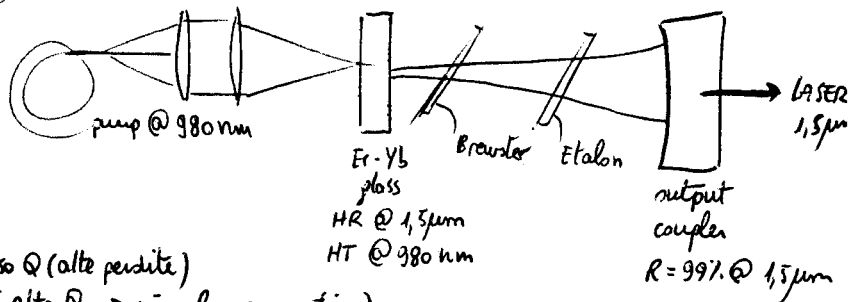
+ stabile \rightarrow la corrente non passa in risonanza

3) **VSEL**: materiale attivo attraversato $e^- \approx \lambda$

4) **ECDL** (cavità estesa) \Rightarrow la luce non viene riflessa all'interfaccia SC-aire grazie a strato anti-R.
 la luce prosegue oltre fino a uno specchio (posso controllare L cavità)



\Rightarrow realizzato con reticolo diffrattivo: solo una λ e \perp allo specchio
 e torna indietro \Rightarrow ruotando reticolo seleziono λ .



* LASER IMPULSATI \rightarrow Q switching basso Q (alte perdite)
 poi alto Q \rightarrow impulso energetico

- meccanico (1 Hz)
- elettro-ottico (1 KHz) \rightarrow Pockels + polarizz.
- acusto-ottico (10-100 KHz) \rightarrow sfrutta diffraz. alla Bragg

τ_p : tra impulsi successivi
 $\Delta \tau_p$: durata impulso
 $\frac{\Delta \tau_p}{\tau_p}$ basso \rightarrow pot. picco alta

\rightarrow Mode-Locking: tanti modi long. spaziali in fase:

$$\begin{cases} \tau_p = \frac{2L}{c} & f_{rep} = \frac{1}{\tau_p} = 100 \text{ MHz} - 1 \text{ GHz} \\ \Delta \tau_p = \frac{1}{B} = 10 \text{ ps} - 100 \text{ fs} \\ P_{peak} \text{ molto alta } (> \text{GW}) \end{cases}$$

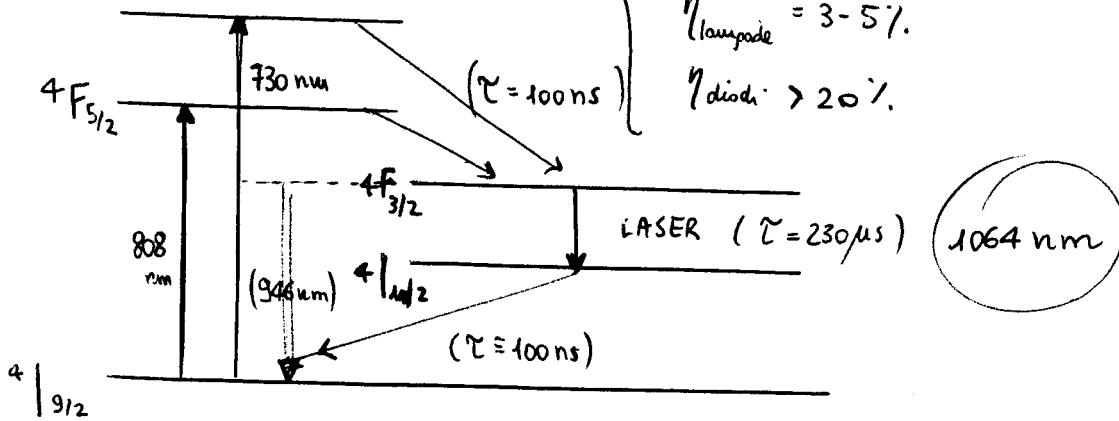
applicazioni laser a fs:

mediche, optical coherence tomography,
 spectroscopy, frequency metrology,
 micromachining

LOW

Proprietà **(Nd - YAG)**
 ↓
 ione matrice

- Drogaggio 1-2% (Nd^{3+} sostituisce Y^{3+})
- $\Delta\nu_{\text{quadrupolo YAG}} = 125 \text{ GHz}$; $\Delta\nu_{\text{quadrupolo vetro}} = 5 \text{ THz}$
 ↓
 (weight x μL)
- $\eta_{\text{lampade}} = 3-5\%$
 $\eta_{\text{diodi}} > 20\%$



(Pos' anche laser a 3 livelli, da 127 a 107 (946 nm), ma - efficiente)

Regime impulsato : $\lambda \nu = c \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = - \frac{\Delta\nu}{\nu}$
 (ML)

$\lambda = 1 \mu\text{m} \rightarrow \nu = 300 \text{ THz}$

$\Delta\nu_{\text{YAG}} = 0,4 \text{ nm}$; $\Delta\nu_{\text{vetro}} = 16 \text{ nm}$
 " " " "
 125 GHz ; 5 THz

$\Delta\tau_{\text{P YAG}} = 8 \text{ ps}$

$\Delta\tau_{\text{P glass}} = 200 \text{ fs}$

(vedi Tabella caratteristiche laser comuni)

* PRINCIPALI CARATTERISTICHE LASER

<p>Monocromaticità ($\Delta\lambda \approx 10^{-6} - 10^{-9} \times \Delta\lambda_{\text{lampada spettrale}}$)</p> <p>Brillanza: $\frac{P}{A\Omega}$ ($B = 10^5 - 10^8 \frac{W}{m^2 \cdot sr}$)</p> <p>Stabilità ampiezza ($\frac{\Delta P}{P} = 10^{-5}$) e frequenza ($\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-15}$)</p> <p>Impulsi ultracorti ($10^{-15} s$), elevata P_{peak} ($10^{15} W$)</p> <p>Dimensioni (da μm a km)</p>	<p>Qualità spaziale Qualità spettrale Lunghezza onda Potenza SOP</p> <p>COERENZA S.e.T</p> <p>Esperimenti fisica, metrologia, telemetria interferometria, comunicaz. ottiche, lavoraz. industriali, riferimenti ottici, misure/sensori optoelettronici</p>
---	--

* PROPRIETÀ DEI FASCI LASER

- Profilo trasversale fondamentale TEM_{00} : $\left[\begin{array}{l} E = E_0 e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}} \\ I = I_0 e^{-2\frac{x^2+y^2}{w_0^2}} \end{array} \right]$: PROFILO GAUSSIANO
 (nel piano x-y
 \perp a z: direz. propag.)
 w_0 : beam waist (37% E_0)
 spot size (13,5% I_0)

$$P = \int I dS = \int_0^r I_0 e^{-2\rho^2/w_0^2} 2\pi\rho d\rho = P_0 \left[1 - e^{-2r^2/w_0^2} \right]$$

: potenza raccolta su cerchio di raggio r.

- Modi di ordine superiore: TEM_{pq}

$$E = E_0 H_p \left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w_0} \right) \exp \left\{ -\frac{x^2+y^2}{w_0^2} \right\}$$

polinomi di Gauss-Hermite

Se $r = w_0$, raccoglie l'86,5% della P del fascio.

p, m : ordine del polinomio
 = # zeri.

* PROPAGAZIONE LIBERA

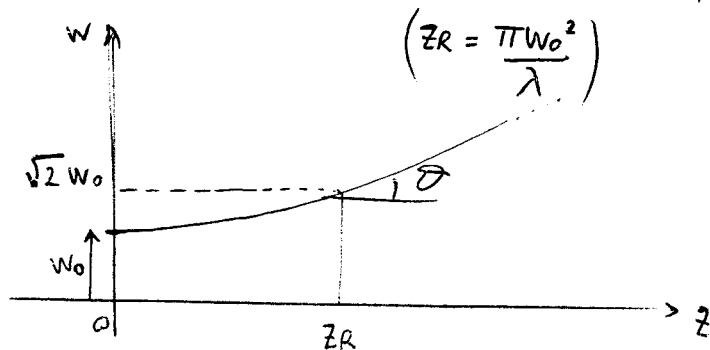
→ allungamento di macchie: $w^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right]$

near field $\Rightarrow z \ll z_R \Rightarrow w(z) \approx w_0$
 fascio collimato

far field $\Rightarrow z \gg z_R \Rightarrow w(z) \approx w_0 \cdot \frac{z}{z_R}$

$$w(z) = \frac{w_0 \cdot z \cdot \lambda}{\pi w_0^2} = \theta z$$

$$\left(\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \right) \text{ angolo di divergenza}$$



TEM_{00} è

axis of diffraction limited:
 ha divergenza minima

$$\theta_{TM} > \theta_{DL} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \Rightarrow M^2 = \left(\frac{\theta_{TM}}{\theta_{DL}} \right)^2 > 1$$

: indica qualità spaziale

* PROPAGAZIONE GUIDATA

• Modo guidato HE_{11}

• Attenuazione: $A = 10 \log_{10} \frac{P_{prima}}{P_{dopo}} \Rightarrow$ Barra A: $\alpha < 0,2 \text{ dB/km}$ @ $1,55 \mu\text{m}$

Problemi \rightarrow dispersione cromatica e di polarizzazione



$$NA = \sin \theta_a$$

$$\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{2n \Delta n}$$

1,45 $5 \cdot 10^{-3}$

* RUMORE d'AMPIEZZA $\rightarrow E(t) = E_0 [1 + \alpha(t)] e^{-j2\pi\nu_0 t}$ ($\alpha(t) \ll 1$)

legato a tempo vita livelli laser superiore e tempo vita in cavità (+ temperatura e invecchiamento)
+ instabilità pompaggio

OSCILLAZIONI STORZAMENTO: $f_{RIN} = \left[\frac{x-1}{\tau_c \tau_{sp}} \right]^{1/2}$, $x = P/P_{thr}$

(rumore \downarrow se
laser acceso bene
($x \gg 1$))

(FREQ.
OSCILLAZ.)

(TEMPO
STORZAM
(exp))

$$\tau_{RIN} = \frac{2 \tau_{sp}}{x}$$

necessità di sistemi
di stabilizzazione
(attiva / passiva)
 \downarrow retroaz. \downarrow pompa stabile

* RUMORE FREQUENZA $\rightarrow E(t) = E_0 e^{-j(2\pi\nu_0 t - \phi(t))}$

$$\left(\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \Delta\nu \ll \nu_0 \right)$$

$$\nu_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_{tot}}{dt} = \nu_0 - \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \nu_0 - \Delta\nu$$

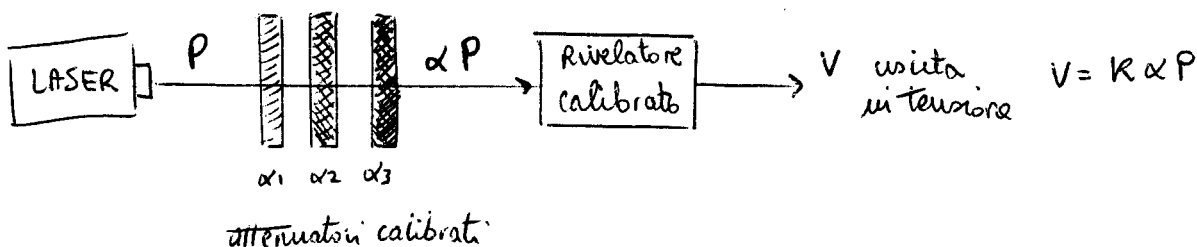
$$\nu = m \cdot \frac{c}{2L} \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} = - \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \text{forte dipendenza della freq da } L!$$

\rightarrow sistemi di stabilizzazione (attiva / passiva)

\downarrow
retroaz.

\downarrow
- uso materiale che non cambia L con T.
- tempo T cost.

* POTENZA OTTICA $\Rightarrow E: [V/m]$
 $I = \frac{EE^*}{\eta_0} = [W/m^2]$ ($\eta_0 = \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\right)^{1/2} = 377 \Omega$)
 $P = \int I dS = [W]$



* RIVELATORI FOTO-VOLTAICI / CONDUTTIVI

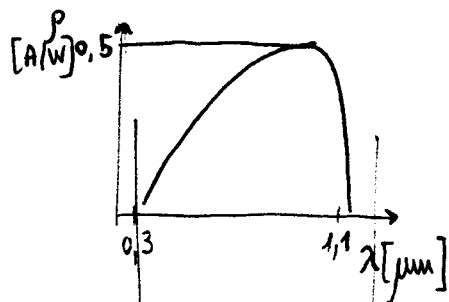
$$0,1 \mu\text{m} < 10 \mu\text{m}$$

- $h\nu > E_{\text{gap}}$ perché fotone sia assorbito

EFFICIENZA QUANTICA: $\eta = \frac{\Delta Ne}{\phi \Delta t} = \frac{\# \text{ fotoelettroni}}{\# \text{ fot. incidenti}} [\%] \quad [\text{microscopico}]$

(flusso fot./s)

RESPONSIVITY: $\rho = \frac{i}{P} = \frac{\text{fotocorrente}}{\text{potenza ottica}} \left[\frac{\text{A}}{\text{W}} \right] \approx \left(0,5 \frac{\text{A}}{\text{W}} \text{ in genere} \right) \text{ per Si nel visibile}$



qui fotoni assorbiti dal materiale prima della zona pn

qui $h\nu < E_{\text{gap}}$

$$\rho = \frac{\frac{e \Delta Ne}{\Delta t}}{\phi \cdot h\nu} = \frac{\eta e}{h\nu} = \frac{\eta e \lambda}{hc}$$

$\rho_{\text{Si}} = 0,5 \text{ A/W visibile}$
 $\rho_{\text{InGaAs}} = 0,8 \text{ A/W IR}$

\Rightarrow FOTODIODI: $P = I \cdot S \longrightarrow \text{uscita fotodiode} : i = \rho \cdot P$

[uscita: i] \downarrow raccolta \downarrow superficie di raccolta \uparrow intensità luminosa \uparrow responsivity

\Rightarrow FOTORIVELATORI: la corrente del fotodiode amplificata a transimpedenza $G_{i \rightarrow v} = R(\Omega)$

[uscita: V]

$$V = G_{i \rightarrow v} \cdot i = G_{i \rightarrow v} \rho P \text{ [V]}$$

$V \propto P \propto I \propto |E|^2 \Rightarrow$ posso rivelare ^{solo} le variaz. nel tempo di E che ricadono nella banda passante del fotorivelatore [fotodiode + ampli].

* RIVELAZIONE DIRETTA

Considero: $E(t) = E_0 [1 + \alpha(t)] \exp \left\{ -j(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) \right\}$

Tensione fotorivelata: $V(t) \propto EE^* = E_0^2 [1 + \alpha(t)]^2 \propto P(t) = P_0 \alpha(t)$

(attenuator) \uparrow

NB si perdono le info sulla variaz. di fase/frequenza del segnale ottico.

Ho SENSIBILITÀ su variazioni (attenuazioni) di potenza ottica

* BATTIMENTO di 2 segnali ottici \Rightarrow RIVELAZIONE COERENTE (ETERODINA)

Considero 2 fasci incidenti su fotorelevatore (trascuro fluttuaz. ampiezza):

$$\begin{aligned} E_R(t) &= E_{R0} \exp \left\{ -j(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) \right\} \quad (\text{segnale da rivelare}) \\ E_L(t) &= E_{L0} \exp \left\{ -j(2\pi\nu_L t) \right\} \quad (\text{oscillatore locale}) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{li considero polarizzati} \\ \text{linearmente nella} \\ \text{stessa direzione} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow E(t) = E_R(t) + E_L(t)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(t) &= \frac{EE^*}{\eta_0} \cdot S = \frac{S}{\eta_0} \left\{ (E_R E_R^*) + (E_L E_L^*) + (E_R E_L^*) + (E_L E_R^*) \right\} \\ &= P_R + P_L + \frac{S}{\eta_0} (E_{R0} E_{L0}) \exp \left\{ -j[2\pi(\nu_0 - \nu_L)t + \phi(t)] \right\} + \text{c.c.} = \\ &= P_R + P_L + 2\sqrt{P_R P_L} \cos \left[2\pi(\nu_0 - \nu_L)t + \phi(t) \right] \quad [\text{NB slide 23}] \end{aligned}$$

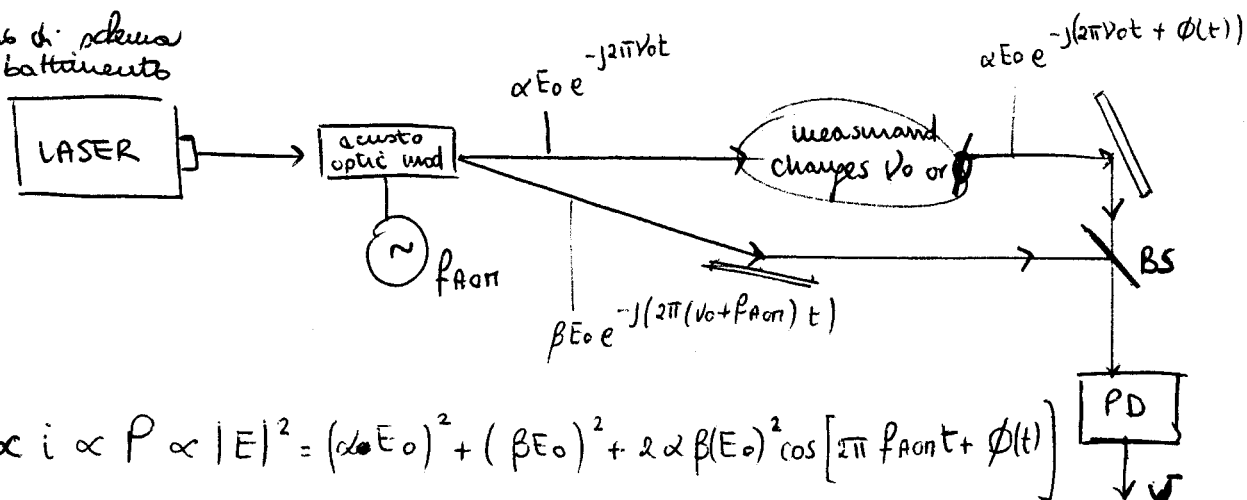
frequenza di battimento

La POTENZA OTTICA DIPENDE dalla FASE $\phi(t)$ DEL SEGNALE DA RIVELARE.

$$\begin{aligned} P_{\max} &= (\sqrt{P_R} + \sqrt{P_L})^2 \\ P_{\min} &= (\sqrt{P_R} - \sqrt{P_L})^2 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{Caso particolare} \\ E_{R0} = E_{L0} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} P_{\max} = 4P_0 \\ P_{\min} = 0 \end{cases}$$

(VISIBILITÀ FRANGE INTERFERENZA: $V = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_{\max} + P_{\min}}$ (se $P_R/P_L = 1\% \rightarrow V = 20\%$))

Esempio di schema di battimento



$$I \propto P \propto |E|^2 = (\alpha E_0)^2 + (\beta E_0)^2 + 2\alpha\beta(E_0)^2 \cos[2\pi f_{AOM}t + \phi(t)]$$

ALLINEAMENTO - PUNTAMENTO E MISURE DIMENSIONALI

ALLINEAMENTO LASER: sfruttando ottima collimazione del fascio laser

Limite di divergenza imposto dalla diffrazione

Occorre minimizzare la dimensione di macchie laser su tutto intervallo di lavoro ($\pm z^*$)

→ per fare questo si deve trovare valore ottimo di w_0 al centro della zona di interesse → telescopio

- Propagaz. e trasformaz. fasci gaussiani
- Rivelat. di posizione del fascio laser
- Livella laser
- Misura diametro fl.
- Misura dimensioni particelle

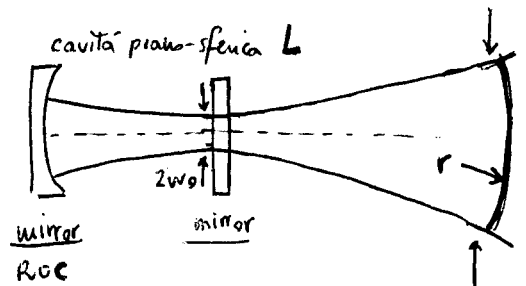
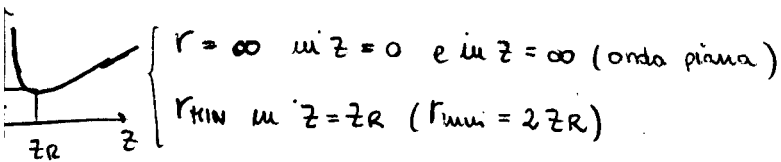
$$(\theta_{DL} = \frac{\lambda}{\pi w_0})$$

PROPAGAZIONE FASCIO GAUSSIANO

$$(z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda})$$

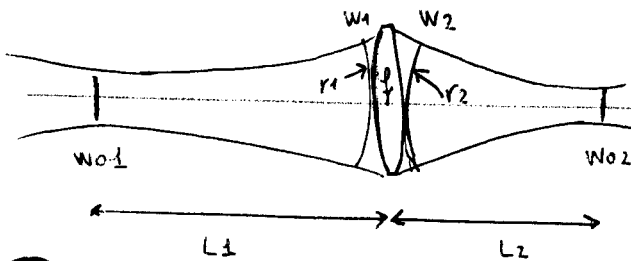
$$- w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \approx w_0 \frac{z}{z_R} = w_0 \cdot z \cdot \frac{\lambda}{\pi w_0^2} = \frac{\lambda z}{\pi w_0} = \theta_{DL} \cdot z \quad (z \gg z_R)$$

$$- r(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right] \approx z \quad (\text{per } z \gg z_R)$$



$$ROC = r(L) = L \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda L}\right)^2 \right] \rightarrow w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left[\frac{ROC}{L} - 1 \right]^{1/4} \rightarrow \left(\begin{array}{l} ROC \geq L \text{ affinché} \\ \text{risonat. stabile} \end{array} \right)$$

⇒ PROPAGAZIONE ATTRAVERSO LENTE



$$\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{f} \right] \quad (\text{vale per } w_1 = w_2)$$

↓
lente sottile

- 1) conosco w_{01} e w_1, r_1
- 2) ricavo r_2
- 3) uso $w_1 = w_2$
- 4) ricavo w_{02}

ma $\frac{w_0}{r}$ costante, (e anche $\frac{w_0}{L}$ costante)

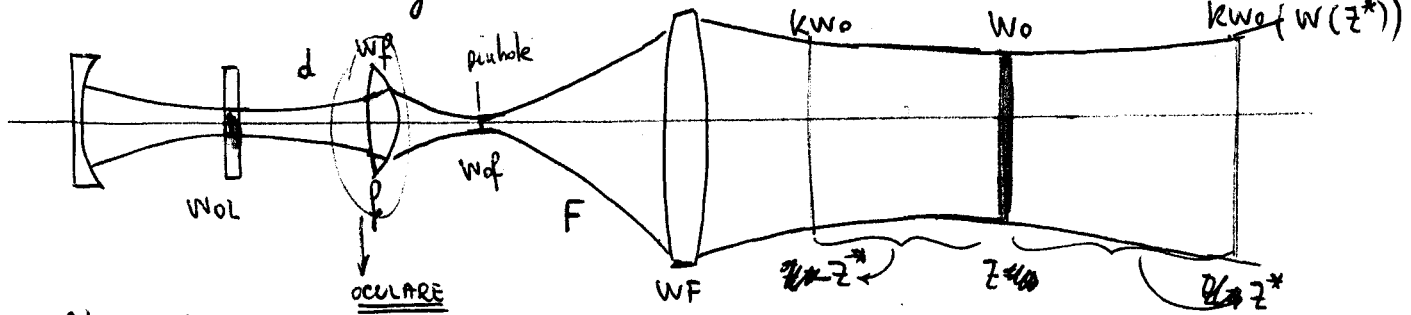
$$\text{pseudo } \theta = \lambda / \pi w_0$$

infatti: poiché $z \gg z_R \Rightarrow r_{1,2} \approx L_{1,2}$; quindi $\theta_1 r_1 \approx w_1 \approx w_2 \approx \theta_2 r_2 \Rightarrow \frac{r_1}{w_{01}} \approx \frac{r_2}{w_{02}} \Rightarrow \frac{w_{01}}{w_{02}} \approx \frac{r_1}{r_2} \approx \frac{L_1}{L_2}$

⇒ magnificazione: $m = \frac{w_{02}}{w_{01}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{L_2}{L_1} \quad \left(\frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1} = \frac{1}{f} \right)$

(se vogliamo allargare w_{01} rispetto a w_{02} , occorre $r_1 > r_2$, dunque $L_1 > L_2$)

Collimazione su un range $\pm z^*$, con telescopio



Al variare di w_0 si cerca il minimo $w(z^*)$, con z^* fissato.

$$W^2 = W_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z^*}{\pi W_0^2} \right)^2 \right] \Rightarrow \frac{\partial W}{\partial W_0} = 0 \Rightarrow z^* = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} = z_R \quad \left(\begin{array}{l} \text{devo scegliere } W_0 \text{ tale} \\ z^* = z_R \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{W_0 f}{W_0 L} = \frac{f}{d} \\ \frac{W_0}{W_0 f} \approx \frac{z}{F} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[W_0 \approx \frac{z}{F} \cdot \frac{f}{d} W_0 L \right]$$

$$M = \frac{W_0}{W_0 L} = \frac{z}{d} \cdot \frac{1}{M}$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z^*}{\pi}}$$

$$M = \frac{F}{f} = \frac{W_F}{W_0}$$

↳ ingrandimento del telescopio

(vedi esempio)

✓ TELESCOPIO PER ALLINEAMENTO (e sistema canalizzazione marino)

Laser He-Ne (0,5 ÷ 2 mW) + telescopio diametro 50 mm, $M = 20 - 50$.

(il fascio può rimanere collimato x decine - centinaia di metri.)

✓ ALLINEAMENTO CON LIVELLA LASER: x misurare quota h o angolo φ su una sup. di lavoro.

- la livella distribuisce, su un'area di raggio 20-50 m, un fascio a ventaglio "orizzontale", a quota costante, variando l'angolo di rotazione.

- Occorre "mettere in bolla" il fascio lanciato: il laser + telescopio illumina verticalmente (dal basso) uno specchio a 45° , o un pentaprisma che riflette luce a 90°

- basta solo il pentaprisma

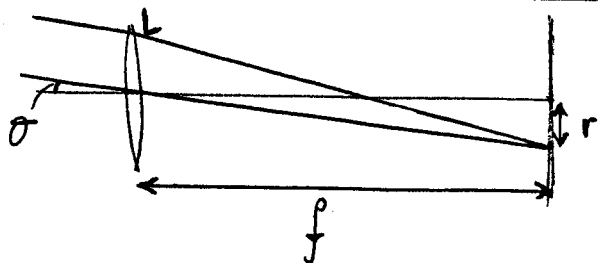
- riferimento x la verticale è lo sup. del liquido. solo quando ho interferenza ^{al centro} vuol dire che sono allineati. Con due primi ugoli direttorie x e y del laser.

CENTRAZIONE FASCIO LASER e FOTORIVELATORI SENSIBILI ALLA POSIZIONE

- allineamento a occhio

- Fotoin. con segnale x errore + controreazione \rightarrow fotodisco a 4 quadranti; sensore PSD, (CCD.)
fotodisco normale + reticolo rotante

TRASF. da COORD. ANGOLARE a COORD. SPAZIALE



per trovare θ , osservo spostamento dello spot rispetto all'asse ottico nel piano focale della lente

$$r = f \tan \theta \approx f \cdot \theta \quad (\theta \ll 1)$$

✓ FOTODIODO A 4 QUADRANTI

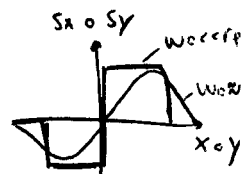


Posso combinare le 4 fotocorrenti
x ricavare 2 segnali: proporzionali
alle coord. X e Y del fascio

Nella regione di svuotamento della giunzione p-n i fotoni
incidenti producono fotocorrente che può fluire verso 4
≠ elettrodi di raccolta, (S_1, S_2, S_3, S_4)

$$\begin{cases} S_x = (S_2 + S_4) - (S_1 + S_3) \\ S_y = (S_1 + S_2) - (S_3 + S_4) \end{cases} \quad (\text{posso normalizzare: } P_0 \propto S_0 = S_1 + S_2 + S_3 + S_4)$$

↓
estrazione delle coord. X e Y: circ. con OP-AMP (trans-imp. + sommatori / sottrattori)



- La risposta del sensore dipende da densità e forma spot

$$- \sigma_{x,y} = 10\% - 3\% \cdot r_{PD}$$

✓ SENSORE POSIZIONE ANGOLARE A 4 QUADRANTI: un fotodiode sensibile alla posizione (4quadr., PSD), rettili
oltre che alla posiz. può anche rilevare direzione angolare (θ_x, θ_y) del fascio di arrivo.

Se il sensore è posto nel piano focale di una lente, la coord. angolare viene trasformata in
deflessione spaziale: $X = F \theta_x$; $Y = F \theta_y$

$$(\text{campo di vista } \theta_{FOV} = \frac{r_{PD}}{F})$$

✶ FOTODIODO PSD (Position sensitive detector): è fotodiode PIN con regioni p e n sottili e poco drogati

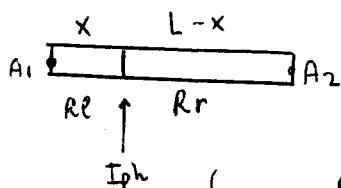
(x ↑ resistenza serie). La luce incidente produce fotocorrente che passa dagli elettrodi Y

(400-1100 nm) (catodo) agli elettrodi X (anodo) [vedi schema slide]

La corrente, dovendo attraversare regioni p e n di alta resistività si divide (partitore corrente)
la differenza tra le correnti raccolte su coppia di elettrodi omologhi fornisce la coordinata.

⇒ Elevata LINEARITÀ su tutto il range di misura

Modello elettrico



$$R_l = x \rho$$

$$R_r = (L-x) \rho$$

partiz. corrente verso i 2 anodi: $I_{ph} = I_l + I_r$

con ddp: $\frac{R_l R_r}{R_l + R_r} I_{ph} = R_l I_l = R_r I_r$

$$\begin{cases} I_l = \frac{R_r}{R_r + R_l} I_{ph} = \frac{L-x}{L} I_{ph} = (1 - \frac{x}{L}) I_{ph} = I_{x1} \\ I_r = \frac{R_l}{R_r + R_l} I_{ph} = \frac{x}{L} I_{ph} = I_{x2} \end{cases}$$

$$I_{y1} = -(1 - \frac{x}{L}) I_{ph}$$

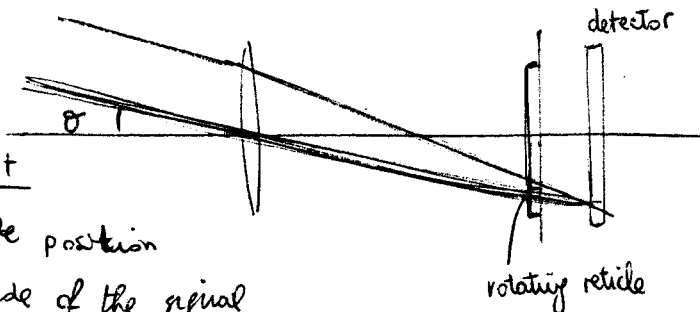
$$I_{y2} = -\frac{x}{L} I_{ph}$$

($T_{ph} = 0$ P) In sensibile a $T_{ph} = 0$

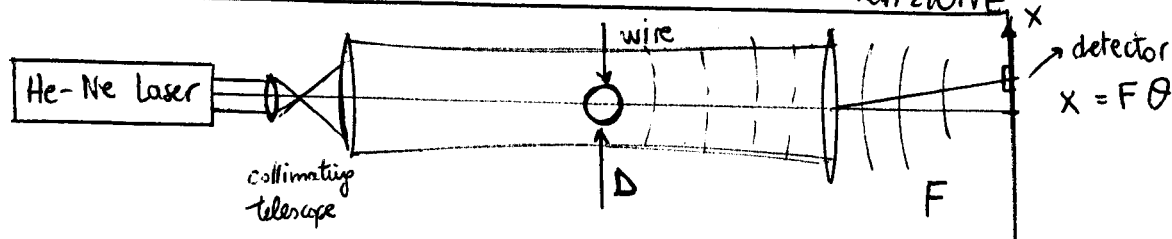
* POSITION SENSING WITH RETICLES

Light is imaged by lens on focal plane, where it is chopped by the reticulae. By comparing phase shift of wave from photodetector and reference, the position ψ of the source is determined. The amplitude of the signal carries info on plan coordinate ρ .

(Rising sun or digital readout reticulae)



* MISURE DIAMETRO FILI dall' ANALISI del PROFILO di DIFFRAZIONE



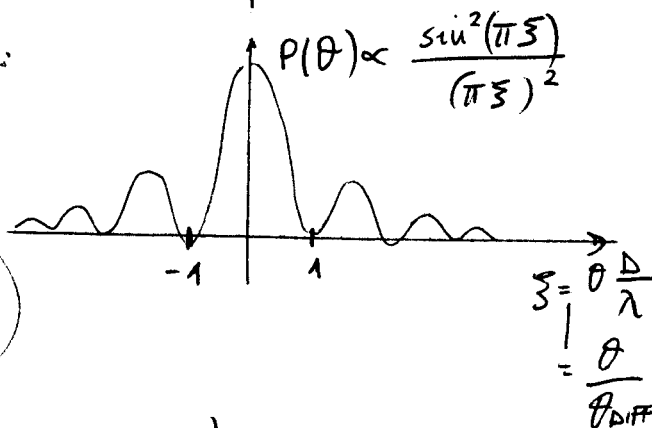
il campo E sul rivelatore e' la TDF dell'apertura:

- transf. del rettangolo e' $\text{sinc}(\pi \theta / \theta_0)$

- primi zeri: $\theta = \theta_{\text{DIFF}} = \pm \frac{\lambda}{D}$

$$X_{\text{ZERO}} = \pm \frac{F\lambda}{D}$$

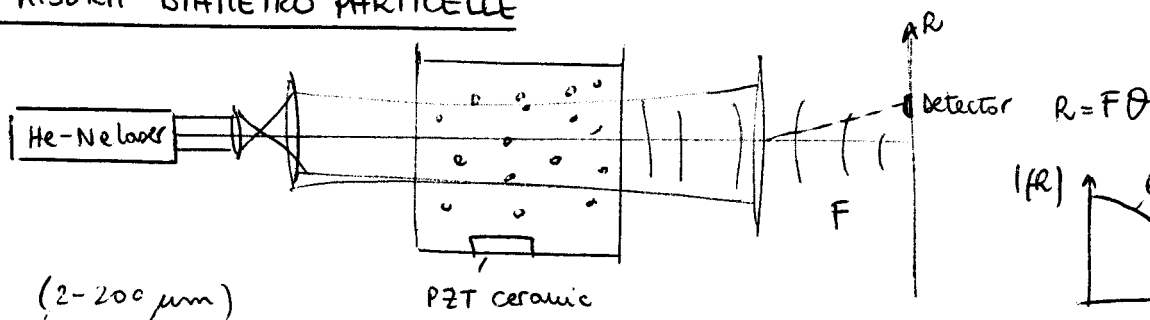
$$\rightarrow D = \frac{F\lambda}{X_{\text{ZERO}}}$$



(con D piccolo: X_{ZERO} grande: + facile misurare ρ h con diametro piccolo)

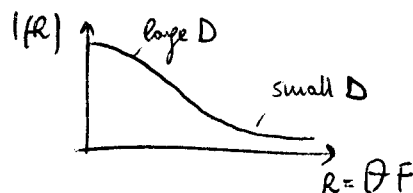
(da $10 \mu\text{m}$ fino a 2 mm)
 $\pm 1\% \text{ acc}$ $\pm 5\% \text{ acc}$

* MISURA DIAMETRO PARTICELLE



(2-200 μm)

PZT ceramic



LAELS (low angle elastic scattering): il campo elettrico sul rivelatore

e' la TDF dell'apertura: la TDF del cerchio e' $\text{somb} \left[\left(\frac{R}{F} \right) / \left(\frac{\lambda}{D} \right) \right] = \text{somb} \left[\theta / \theta_0 \right]$

Un fotorelivatore misura $I(R) = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} \text{somb}^2 \left[\frac{R}{F} \cdot \frac{D}{\lambda} \right] \cdot P(D) dD$

- Rayleigh - intermediate - Mie

devo ricavarlo:

- SEAS (0,02 - 0,1 μm) $\rightarrow \theta$ fissato, vario λ

- Analytical inversion (impractical)

- Least Square Method [discrete approx for $P(D) = p(x)$ and $I(\theta) = I(x)$]

- Iterative methods

- DSSA (1 - 100 nm) \rightarrow based on doppler's effect

TELEMETRI OTTICI

(misura la distanza L tra strumento e bersaglio)

Sommario:

- principi di misure e applicazioni
- triangolazione (attiva/passiva)
- a tempo di volo
- LIDAR

TRIANGOLAZIONE: bersaglio triangolato da due punti a distanza D su una stessa linea di base. Misurando angolo misuro distanza: $L \approx D/\alpha$

(SHORT RANGE) [0,1-10 m]

TEMPO di VOLO: laser pulsato o con sinusoidale (fm) $\rightarrow T = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{cT}{2}$

(LONG RANGE) [10 km] (SHORT RANGE) [1 nm]

INTERFEROMETRIA: rivelazione coerente. Segnale rivelato va come $\cos(2KL)$ e dalla fase della funz. coseno si può contare l'incremento di distanza in termini di $\lambda/2$ e sue frazioni. $L = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

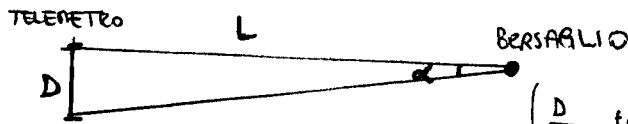
$$\Delta\varphi = 2\pi f_n T \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{2\pi f_n} = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi f_n}$$

(contagio in termini di $\lambda_m/2$)

$$= \frac{\lambda_m}{2} \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$$

(VERY HIGH RESOLUTION) [100-10 nm]

* TRIANGOLAZIONE



(\rightarrow misura poco accurata se fatta su grandi distanze (cioè $L \gg D$)
infatti se α piccolo, $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \uparrow$)
($\alpha < 10 \text{ mrad}$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D}{L} = \tan \alpha \approx \alpha \text{ se } \alpha \ll 1 \\ L \approx D/\alpha \end{array} \right.$$

\Rightarrow TRIANGOLATORE OTTICO PASSIVO

$$L \approx D/\alpha \Rightarrow \Delta L = -\frac{D}{\alpha^2} \Delta\alpha = -\frac{L^2}{D} \Delta\alpha$$

$\Delta L = K \Delta\alpha$: errore o incertezza assoluta

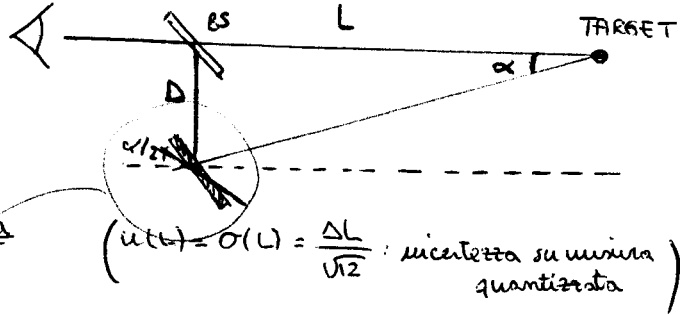
\uparrow come L^2
isol. peggiora
rispetto di L

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \propto L$$

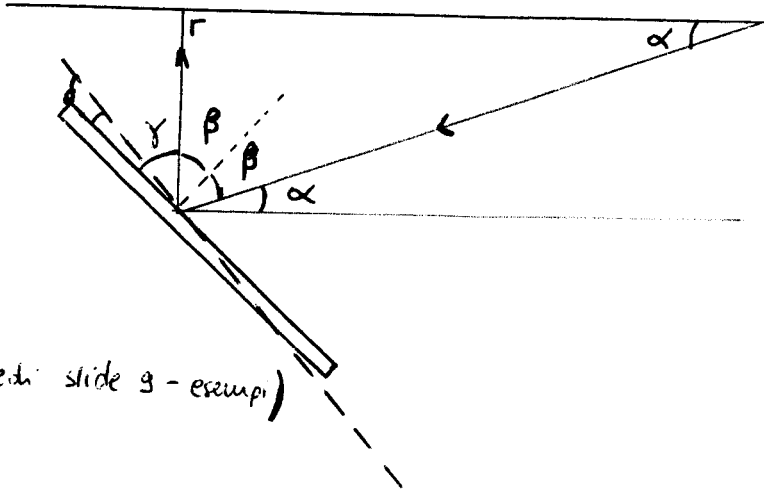
errore o incertezza relativa

sensibilità di L
rispetto ad α

OCCHIO



MECCANISMO "LEVA OTTICA"



(vedi slide 3 - esempi)

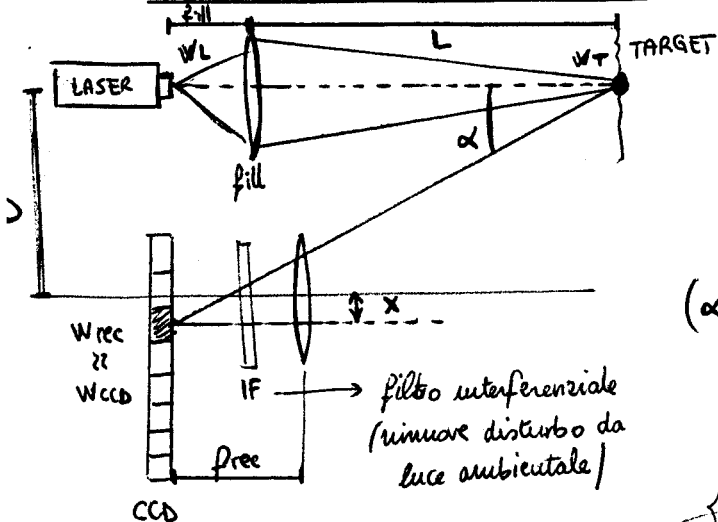
$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma + \beta = 90^\circ \\ \alpha + 2\beta = 90^\circ \\ \gamma - \delta = 45^\circ \end{array} \right.$$

$$\delta + \beta = 45^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} + \beta = 45^\circ$$

$$\delta = \frac{\alpha}{2}$$

⇒ TRIANGOLATORE OTTICO ATTIVO ⇒



- si ottiene risposta rapida e accurata, ben ripetibile
- λ nel visibile x semplicità
- fascio laser fa andata e ritorno - misura con sensore posizione ottica dell'angolo α tra fascio andata e ritorno. ottica ricezione disassata a distanza D dall'ottica di lancio
 $L = D / \tan \alpha$

(α misurato come spostamento nel piano focale della lente)

$$\alpha = \arctan\left(\frac{D}{L}\right) = \arctan\left(\frac{x}{f_{rec}}\right)$$

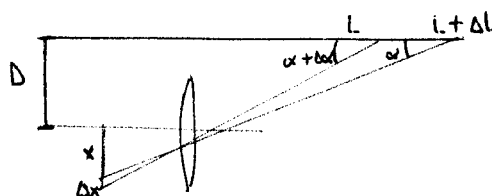
$$L = \frac{D}{x} f_{rec} \propto \frac{1}{x}$$

$$\frac{W_L}{f_{fil}} = \frac{W_T}{L} = \frac{W_{rec}}{f_{rec}} \Rightarrow W_{rec} = \frac{f_{rec}}{f_{fil}} W_L$$

Equazioni della misura:

$$\begin{cases} L = \frac{D}{\alpha} & \text{distanza misurata come angolo} \\ f_{rec} = \frac{x}{\alpha} & \text{conversione angolo-spostamento} \end{cases}$$

→ A una variazione $L \pm \Delta L$ corrisponde variazione $\alpha \pm \Delta \alpha$ e $x \pm \Delta x$ (è la lente che converte $\alpha \rightarrow x$)



$$\begin{aligned} \bullet \Delta L &= - \frac{D}{x^2} f_{rec} \Delta x \quad \text{come per triang. passivo, ma con } x \text{ e } \Delta x \text{ al posto di } \alpha \text{ e } \Delta \alpha. \\ &= - \frac{L^2}{D f_{rec}} \Delta x \propto L^2 \Rightarrow \Delta L \propto L^2 \end{aligned}$$

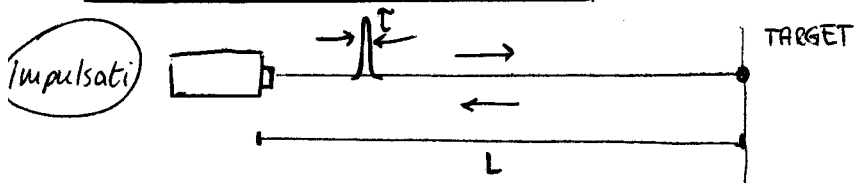
$$\bullet \frac{\Delta L}{L} = - \frac{\Delta x}{x} = - \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} \propto L$$

$$\Delta L \propto L^2$$

[con triang. passivo.]

$$\frac{\Delta L}{L} \propto L$$

* TELEMETRI a TEMPO DI VOLO (TOF)



• $T \ll \Delta T \Rightarrow$ un serve anche elettronica di fotoregistrazione veloce con banda $B \approx 1/T$

La misura di T si fa con contatore elettronico (T_c) che conta distanza tra T_{start} e T_{stop} . la posizione degli impulsi sull'asse tempo è determinata da trigger su impulsi tensione.

$$T = T_{stop} - T_{start} = N T_c$$

$$u_q(t) = \sigma(\tau) = \frac{T_c}{\sqrt{12}}$$

incertezza su T_{start} che T_{stop}

incertezza su T_c (a meno che T_{start} non faccia parte)

$$T = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{cT}{2}$$

$$\Delta L = \frac{c}{2} \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\Delta L = 1 \text{ mm} \rightarrow \Delta T = 7 \text{ ns}$$

$$\Delta L = 1 \mu\text{m} \rightarrow \Delta T = 7 \text{ ps}$$

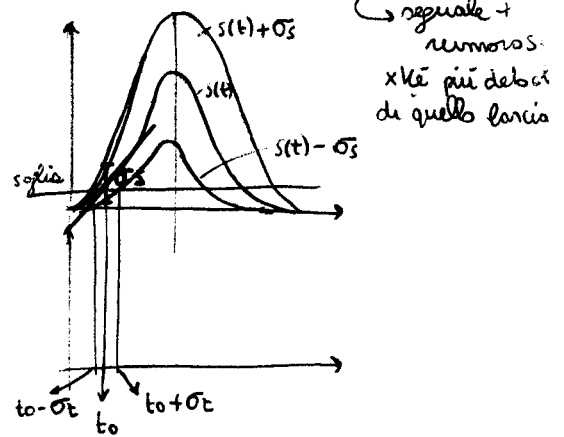
(difficile andare sotto il nm con TOF convenz.)

ΔL è costante e dipende solo dal ΔT che si riesce a risolvere
↓
 ΔL dipende quindi da T

(NB numero di quant. dominato da rumore superfluo al trigger)

⇒ Discriminazione a soglia e rumore: $\sigma^2(T) = \sigma^2(T_{totale}) + \sigma^2(T_{top}) \approx \sigma^2(T_{top})$

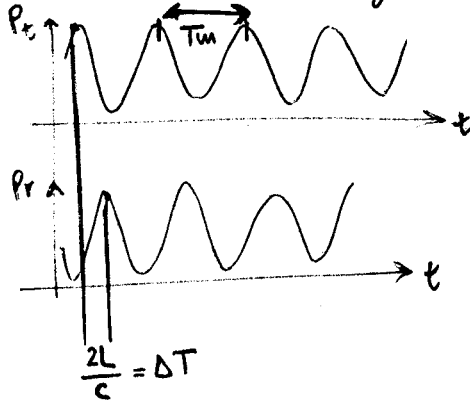
La posizione degli impulsi sull'asse dei tempi è determinata da TRIGGER - Il rumore di ampiezza $\sqrt{\sigma_s^2}$ si traduce in rumore di tempo $\sqrt{\sigma_T^2}$ secondo la pendenza nel pto di trigger.



A onda continue

$$P(t) = P_0 [1 + m \sin(2\pi f_{mod} t)]$$

Si misura lo sfasamento $\Delta\phi$ tra segnale ricevuto e trasmesso.



$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta T}{T_{mod}}$$

$$\left(\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi}{\lambda_m} 2L = \frac{2\pi}{c} f_m \cdot 2L \\ L &= \frac{c}{2} \frac{\Delta\phi}{2\pi f_m} \end{aligned} \right)$$

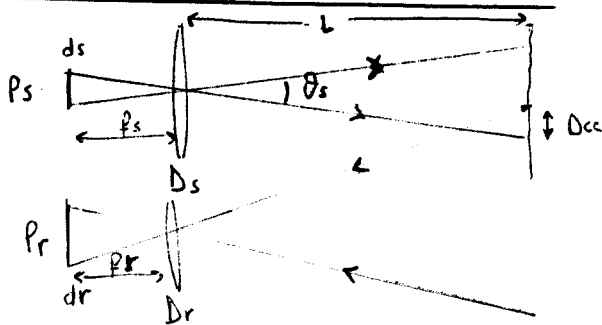
$$L = \frac{c}{2} \frac{1}{2\pi f_{mod}} \Delta\phi = S^{-1} \Delta\phi$$

La sensibilità S della misura \uparrow se $\uparrow f_{mod}$

$$S = \frac{\delta(\Delta\phi)}{\delta L} = \frac{2\pi f_{mod}}{c/2} \propto f_{mod}$$

ma non posso \uparrow troppo f_{mod} senno' si hanno problemi di ambiguità.

POWER BUDGET x TELEMETRI OTTICI

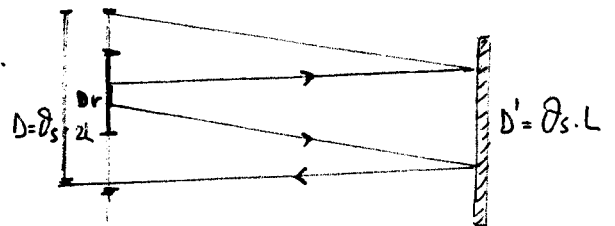


$$\theta_s = \frac{D_s}{f_s} \quad (L \gg f_s, f_r, D_s, D_r)$$

- bersaglio cooperativo: $R=1$ (cornee cubee / sup. speculare)
- " non cooperativo: diffusività $\delta < 1$ (sup. diffondente)

• COOPERATIVO: il ricevitore vede sorgente con se fosse a dist. $2L$.

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{(\pi/4) D_r^2}{(\pi/4) 4L^2 \theta_s^2} \quad \left(\begin{aligned} &\text{se tutto il ricevitore} \\ &\text{è illuminato} \\ &D > D_r \end{aligned} \right)$$



$$\left\{ \begin{aligned} &\text{se cornee cubee diaframma fascio (} D_{cc} < \theta_s L \text{) e il ricevitore raccoglie tutto il fascio:} \\ &\frac{P_r}{P_s} = \frac{D_r^2}{4L^2 \theta_s^2} = \frac{(2D_{cc})^2}{4L^2 \theta_s^2} = \frac{D_{cc}^2}{\theta_s^2 L^2} \quad \left(\begin{aligned} &D_r \gg D_{cc} + \theta_s L = 2D_{cc} \\ &D_{cc} < D_r/2 \end{aligned} \right) \end{aligned} \right.$$

se anche il ricevitore diaframma il fascio:

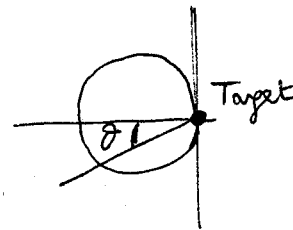
$$\alpha_1 = \frac{D_{cc}^2}{(\theta_s L)^2} \quad \alpha_2 = \frac{D_r^2}{(2D_{cc})^2} \Rightarrow \alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2 = \frac{D_r^2}{4L^2 \theta_s^2} = \frac{P_r}{P_s}$$

$\frac{D_r}{2L} < \frac{D_{cc}}{L} \Rightarrow$ solo se $(D_{cc} < \frac{D_r}{2})$ sarà il cornee cubee a diaframma

- Non Cooperativo: la sup. illuminata è differenziale ($\delta < 1$)

Diffusore lambertiano: $I = I_0 \cos \alpha$

~~Radianza~~
Radianza = $\frac{1}{\pi} \delta \frac{P_s}{A_r} = B \left[\frac{W}{m^2 sr} \right]$



Indicando con Ω_r l'angolo solido con cui il bersaglio vede il ricevitore, sarà:

$$\Omega_r = \pi \theta_r^2 = \frac{\pi D_r^2}{4L^2}, \text{ essendo } \theta_r = \frac{D_r/2}{L}$$

$$P_r = B \cdot A_r \cdot \Omega_r = \frac{\delta P_s}{\pi} \cdot \frac{\pi D_r^2}{4L^2} = \delta P_s \frac{D_r^2}{4L^2}$$

$$\frac{P_r}{P_s} = \delta \frac{D_r^2}{4L^2} \left[\text{Come per il cooperativo, ma con } \delta \text{ anziché } \frac{1}{\theta_s^2}, \text{ e ovviamente } \delta \ll \frac{1}{\theta_s^2} \right]$$

=> Se tengo conto anche di DIFFRAZIONE e PERDITE AGGIUNTIVE

→ perdite di potenza delle ottiche ($T_{opt} \leq 1$) e della tratta $2L$ in atm ($T_{atm} \leq 1$)

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{P_r}{P_s} \right]_c &= T_{opt} T_{atm} \frac{D_r^2}{4\theta_s^2 L^2} \\ \left[\frac{P_r}{P_s} \right]_{NC} &= T_{opt} T_{atm} \delta \frac{D_r^2}{4L^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_r}{P_s} = G \frac{D_r^2}{4L_{eq}^2} ; \left\{ \begin{aligned} L_{eq} &= \frac{L}{\sqrt{T_{atm}}} \\ G &= \begin{cases} T_{opt}/\theta_s^2 & c \\ T_{opt} \delta & NC \end{cases} \end{aligned} \right.$$

$$FOV_{eq}^2 \quad (\alpha = FOV = \frac{D_r/2}{L_{eq}})$$

G : guadagno del telemetro:

- cooperativo: $G = \frac{T_{opt}}{\theta_s^2} \approx 10^6$ se $\theta_s \approx 1 \text{ mrad}$

- non cooperativo $G \leq 1$ ($\delta \approx 0,5 \div 1$)

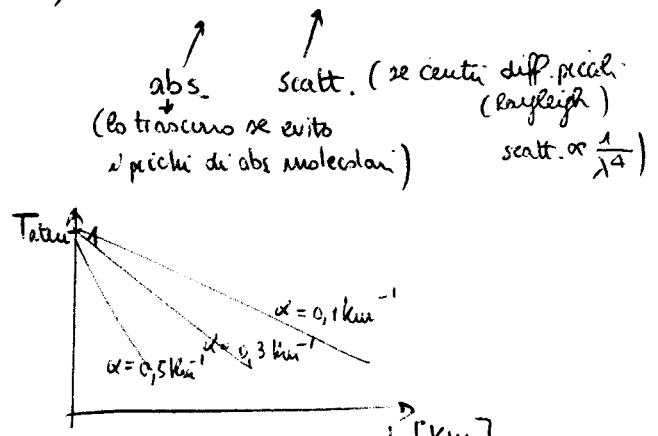
(delle buone ottiche trattate anti-R...)
⇒ $T_{opt} > 0,9 - 0,98 \approx 1$

Assorbimento e diffusione atmosfera:

$$T_{atm} = e^{-2\alpha L} = \frac{P(2L)}{P(0)} \quad [\text{lambert-Beer}] \quad , \quad \alpha = a(\lambda) + s(\lambda)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{atm. limpida: } \alpha &= 0,1 \text{ km}^{-1} \\ &0,3 \text{ km}^{-1} \\ \text{foschia } \alpha &= 0,5 \text{ km}^{-1} \\ \text{nebbia } \alpha &\gg 0,5 \text{ km}^{-1} \end{aligned} \right.$$

[vedi esempi]



SNR telemetria

$$\left(\frac{S}{N} = \frac{P_r}{P_n}\right) \quad (NB) \quad i_{n,rec}^2 = 2q I_{rec} B \Rightarrow P_n \propto i_{rec}^2 \propto \sqrt{B}$$

ottica, ma contiene anche rum. el.

$$\frac{P_r}{P_s} = G \frac{D_r^2}{4L^2} \Rightarrow G \cdot P_s = \frac{4L^2}{D_r^2} P_r = \frac{4L^2}{D_r^2} \left(\frac{S}{N}\right) P_n \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right) = \frac{G \cdot P_s}{P_n} \frac{D_r^2}{4L^2} \propto \left\{\frac{D}{L}\right\}^2$$

potenza equiv. telemetria

$$P_n = 3 \text{ contributi di rumore} = P_{n,s} + P_{n,bg} + P_{n,el}$$

$$Corrente = I_r + I_{bg} = \rho (P_{r,s} + P_{r,bg})$$

↓ segnale utile ↓ background

$$(I_{rec} = I_r + I_{bg})$$

$$i_r^2 = 2q I_r B$$

$$i_{bg}^2 = 2q I_{bg} B$$

$$i_{el}^2 = 2q I_{el} B \rightarrow \text{questo rumore c'è dopo il fotodiodo ma viene riportato in ingresso (P_{n,el})}$$

(dell'elettronica)

$$i_{rec}^2 = i_{n,s}^2 + i_{n,bg}^2 + i_{n,el}^2 = 2q B (I_r + I_{bg} + I_{el})$$

$$P_n^2 = \frac{2h\nu}{\eta} B (P_{r,s} + P_{r,bg} + P_{el})$$

riporta indietro il rumore P_{n,el}: P_{el} sarebbe la potenza ottica che dà P_{n,el}! (fittizia!)

Valutazione della luce di fondo (assumo che la scena sia diffusore lambertiano)

→ Ricavo a partire da condiz. lavoro (AM, nuvolosità, etc) e irradianza spettrale della scena Escena ($\frac{W}{m^2 \cdot \mu m}$) che moltiplicata $\times \Delta\lambda$ del filtro interferenziale dà intensità luce fondo: $I_{scena} = E_{scena} \cdot \Delta\lambda \quad (W/m^2)$

$$I_{bg} = I_{scena} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \Omega_{sc} \cdot \delta_{sc} \quad [W/m^2]$$

$$P_{bg} = I_{scena} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \pi NA^2 \delta_{sc} \cdot \frac{\pi d_r^2}{4} \quad [W]$$

$$= \delta_{sc} \cdot E_{scena} \cdot \Delta\lambda \cdot NA^2 \cdot \frac{\pi d_r^2}{4}$$

$$(\Omega_{sc} = \pi NA^2)$$

$$= \pi \theta^2$$

$$(NA = \sin\left(\frac{d_r}{2f}\right) \approx \theta)$$

ACCURATEZZA TELEMETRIA PULSATO

$$L = \frac{cT}{2} \Rightarrow \sigma_L = \frac{c}{2} \sigma_T$$

$$T = T_{top} - T_{start}$$

$$\sigma_T^2 = \sigma_{T_{top}}^2 + \sigma_{T_{start}}^2 \cong \sigma_{T_{top}}^2$$

$$\sigma_T^2 = \frac{\sigma_s^2}{|ds/dT|^2}$$

(conviene lavorare con impulsi corti)

* Se ricevitore ben progettato (shot-noise limited)

$$\sigma_T \propto \frac{\tau}{\sqrt{N_r}}$$

→ n° fotoni ricevuti su un singolo impulso o su media di N impulsi.

* Se non SNL, rumore luce fondo e elettronica peggiorano prestazioni.

* ACCURATEZZA TELEMETRO SINUSOIDALE

(consigliare lavorare a f_H alta)

$$\sigma_L = \frac{c}{2} \sigma_T$$

$$\sigma_T \propto \frac{1}{2\pi f_H} \frac{1}{\sqrt{N_r}}$$

equivalente alla durata τ nel caso pulsato.



per impulsi brevi (maggiore peak e minore σ_T) serve + banda \rightarrow aumenta rumore! Difficile fare SNL con impulsi
($B = 1/\tau$) ($B_{eq} = \frac{1}{2T_m}$)

* ANBIGUITÀ TOF \Rightarrow bersagli a $L \neq$ possono ritornare uguale con = info di misura

Per non avere ambiguità:

- PULSATO: $T_{MAX} = T(L_{MAX}) \leq T_{rep}$ [non posso \uparrow troppo f_{rep} x \uparrow medie]
 - MODULAZ. SIN $\varphi_{MAX} = \varphi(L_{MAX}) = 2\pi f_H T_{MAX} \leq 2\pi \Rightarrow f_H \leq \frac{1}{T_{MAX}}$
- (vedi esempi)

$$\left(\begin{array}{l} L_{MAX} = L_{NA} \\ T_{MAX} = \frac{2L_{NA}}{c} \end{array} \right) \frac{1}{f_{tel}}$$

* LIDAR (Light Identification and Ranging)

- Molto simile a telemetro, è strumento x misura a distanza delle proprietà di un mezzo all'interno del quale si trasmette (e si retrodiffonde, backscattering) l'impulso ottico.
- Si usa sorgente laser con elevata P_{peak} (Q SWITCHING) a $1\sigma + \lambda$ x misurare picchi abs / scatt. del mezzo (gas o particolato in atm / inquinanti / plancton / alghe, etc)

[seguale backscattering \Rightarrow tecnica OTDR]

\hookrightarrow optical time domain reflectometry

- Dalla misura del tempo di volo ($t = \frac{2L}{c}$) si deduce la distanza del bersaglio

Da τ (durata segnale) la porzione di volume analizzato.

Dall'intensità del segnale retrodiffuso si deduce la composizione chimica/fisica

\Rightarrow si costruiscono mappe (2D) in funzione dell' ANGOLO di ELEVAZIONE e della DISTANZA

ESERCIZI

x) TRIANG. OTTICO PASSIVO

$$\left(\frac{\Delta L}{L} = - \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right) \quad (2\pi : 360 = \text{rad} : \text{grad})$$

$\Delta \alpha = 3 \text{ mrad} = 0,17^\circ \rightarrow$	$(L=1 \text{ m} \mid D=10 \text{ cm}) \rightarrow \alpha = 0,1 \text{ rad}$	$L=100 \text{ m} - D=1 \text{ m} : \alpha = 0,01 \text{ rad}$
$\Delta \alpha' = 0,1 \text{ mrad} = 0,0057^\circ \rightarrow$	$\frac{\Delta L}{L} = - \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = 3\% \quad (3 \text{ cm})$	$30\% \quad (30 \text{ m})$
	$\frac{\Delta L}{L} = 0,1\% \quad (1 \text{ mm})$	$1\% \quad (1 \text{ m})$

x) TR. ATTIVO

$$\begin{aligned} D &= 10 \text{ cm} & \lambda &= 5 \mu\text{m} \\ f_{\text{rec}} &= 25 \text{ cm} & w_{\text{CCD}} &= 10 \mu\text{m} \\ L &= 1 \text{ m} \end{aligned}$$

$$x \Rightarrow \alpha = \frac{D}{L} = \frac{x}{f_{\text{rec}}} \Rightarrow x = + \frac{D}{L} f_{\text{rec}} = 25 \text{ mm}$$

se risolviamo $\Delta x = 10 \mu\text{m} (= w_{\text{CCD}})$, allora: $\frac{\Delta L}{L} = \left| \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right| = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| = 400 \mu\text{m}$

$$|\Delta \alpha| = 400 \mu\text{m} \cdot \frac{D}{L} = 40 \mu\text{rad} : \text{molto migliore del passivo}$$

in realtà posso superare questo limite (posso interpolare su + pixel) \rightarrow posso risolvere la frazione di pixel. $\Rightarrow \Delta x = 0,2 w_{\text{CCD}}$

Ex $\left. \begin{aligned} w_{\text{rec}} &= 50 \mu\text{m} \\ \text{CCD} &= 1024 \text{ pixel (12 bit)} \\ w_{\text{CCD}} &= 10 \mu\text{m} \end{aligned} \right\} \text{ (voglio ricavare posizione del "centro di macchia")}$

- se laser è He-Ne (633 nm), quale CCD conviene impiegare? \Rightarrow silicio: sensibile nel visibile
- quanti e quali pixel sul CCD sono suff. illuminati, quando luce fondo copre 1/100 della dinamica di misura?

\Rightarrow un pixel è suff. illuminato (SNR=1) se fotocorr. segnale = fotocorr. minima rivelabile

$$I \propto I_0 e^{-2r^2/w_{\text{rec}}^2}$$

$$\frac{I_0}{n} = I_0 e^{-2r^2/w_{\text{rec}}^2} \Rightarrow 2r^2 = w_{\text{rec}}^2 \ln(n) \Rightarrow \frac{r}{w_{\text{rec}}} = \sqrt{\frac{\ln \pi}{2}} = r \approx k \cdot w_{\text{rec}}$$

sola quantizz.: $\frac{1}{4096} \approx \frac{1}{4000}$ del valore di picco quando $2r^2 = w_{rec}^2$ su 4000

$$\rightarrow \frac{r}{w_{rec}} \approx 2 \Rightarrow r = 2w_{rec} = 100\mu m = 10 \text{ pixel.}$$

$$\underline{\text{TOT PIXEL} = 20}$$

con rumore fondo (a 1/100 del picco)

$$\frac{r}{w_{rec}} \approx 1,5 \Rightarrow r = 75\mu m \Rightarrow \underline{\text{TOT PIXEL} = 15}$$

- Come conviene ricavare la posizione del centro dello SPOT sul CCD? Quanto è largo lo SPOT visibile?

↓
la ottengo con media pesata dei pt della gaussiana, togliendo il rumore di fondo. Oppure da una regr. ai minimi quadrati con funz. (gauss + offset)

$$\Delta x = 1\mu m \approx 0,1 \text{ pixel}$$

- Quali sono i limiti di accuratezza: imposti dal rumore al rivelatore, che può dare stime errate del baricentro della gaussiana ideale.

- Se ho risoluz. di 0,1 pixel, si ricavi la risoluz. assoluta del telemetro @ $L_{min} = 10m$.

$$\alpha = \frac{D}{L} = \frac{\Delta x}{f_{rec}} \Rightarrow L = \frac{f_{rec} D}{\alpha} \Rightarrow \Delta L = - \frac{f_{rec} D}{\alpha^2} \Delta \alpha$$

~~se si assume~~

$$\frac{\Delta L}{L_{min}} = - \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{max}} \Rightarrow \Delta L = 1mm$$

$$\frac{\Delta L}{L} \approx 10^{-4}$$

$$\Delta L = - \frac{L^2}{f_{rec} D} \Delta \alpha$$