
“Misure Ottiche”

Corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria
Elettronica e delle Telecom. e Fisica



Sorgenti Laser: Caratteristiche e Applicazioni

Cesare Svelto
Politecnico di Milano

Principali Caratteristiche delle Sorgenti Laser

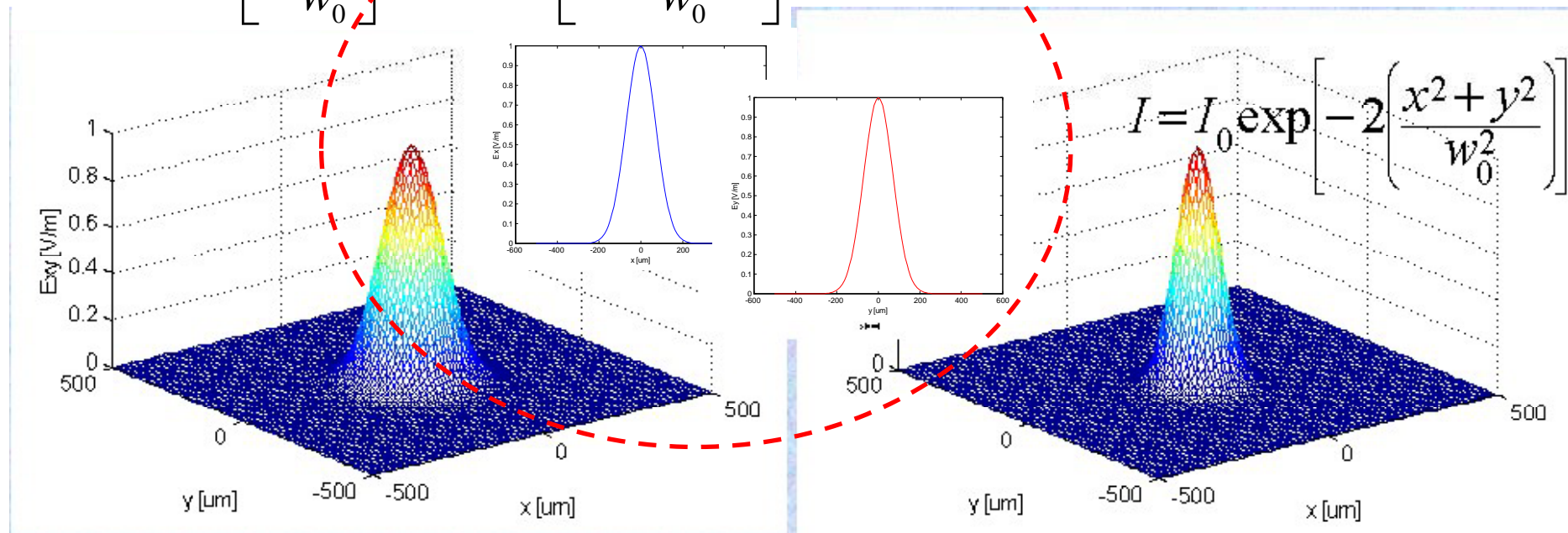
- Caratteristiche dei laser
 - **Monocromaticità** ($\Delta \nu_{\text{laser}} \sim 10^{-6} \div 10^{-9} \times \Delta \nu_{\text{lampada spettrale}}$)
 - **Brillanza** $B = P / A \Omega$ ($B_{\text{laser}} = 10^5 \div 10^8 \text{ W/m}^2\text{sr}$)
 - **Stabilità** in ampiezza ($\Delta P / P \sim 10^{-5}$) e frequenza ($\Delta \nu / \nu \sim 10^{-14}$)
 - **Impulsi ultracorti** ($\sim 10^{-15} \text{ s}$), **elevata potenza di picco** ($\sim 10^{15} \text{ W}$)
 - **Dimensioni** (da $\sim 1 \mu\text{m}$ fino ad alcuni km)
 - Propagazione: **spazio libero** o in **fibre ottiche**
 - Commercializzazione: **costi e ingombri ridotti**

Caratteristiche d'uso e Applicazioni delle Sorgenti Laser

- Caratteristiche d'uso dei laser
 - Qualità spaziale del fascio COERENZA SPAZIALE
 - Qualità spettrale ("monocromaticità") COERENZA TEMPORALE
 - Lunghezza d'onda
 - Potenza ottica o energia dell'impulso
 - "SOP" State Of Polarization POLARIZZAZIONE
- Applicazioni dei laser
 - Esperimenti di fisica, metrologia, telemetria, interferometria, comunicazioni ottiche, lavorazioni industriali, riferimenti ottici, stampanti, puntatori, misure e sensori optoelettronici

Proprietà dei fasci laser (PROFILO TRASVERSALE e modo fondamentale TEM₀₀)

$$E = E_0 \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] = E_0 \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right]$$



- Profilo d'intensità ottica [W/m^2] in un piano (x - y) trasverso alla direzione di propagazione (z): dipende dal modo spaziale e dalla sua "larghezza"
- Modo fondamentale TEM₀₀ è simmetrico in direzioni x e y con profilo GAUSSIANO, sia per il campo elettrico che per l'intensità, con una dimensione di macchia o "larghezza" w_0 , *beam waist*, ($37\%E_0$ o $13.5\%I_0$)_{4/31}

Diapositiva 4

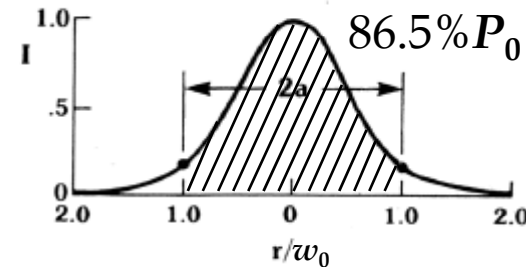
- CS5** incluso questo lucido è terminata la 4a lez 04-05 in aula GR.1.4
Cesare Svelto; 30/03/2005
- CS8** incluso questo lucido è terminata la 3a lez 05-06 in aula F.1.2
Cesare Svelto; 22/03/2006

Proprietà dei fasci laser

(PROFILO TRASVERSALE e dimensione di macchia - *spot size*)

La potenza P è l'integrale dell'intensità I su una superficie di raccolta S (ad es. cerchio di raggio r)

$$I(r) = \frac{2 P_0}{\pi w_0^2} e^{-2r^2/a^2}$$



$$P(S) = P(r) = \int_S I dS = I_0 \int_0^r \exp[-2(\rho^2 / w_0^2)] 2\pi\rho d\rho \quad \text{con } S = \pi r^2$$

sostituendo $\xi = 2 \frac{\rho^2}{w_0^2}$ e $P_0 = \frac{1}{2} \pi w_0^2 I_0$ e integrando:

$$P(r) = P_0 \int_0^{2(r^2/w_0^2)} e^{-\xi} d\xi = P_0 \left[1 - \exp\left(-2 \frac{r^2}{w_0^2}\right) \right] \quad \begin{array}{l} \text{se } e^{-2} = 13.5\% \\ 1 - e^{-2} = 86.5\% \end{array}$$

potenza raccolta su un cerchio di raggio r

- **Dentro un cerchio di raggio $r = w_0$ cade l'86.5% di tutta la potenza P_0 contenuta nel fascio laser. Diremo che w_0 è la **dimensione di macchia (standard) o spot size** del fascio laser**

Proprietà dei fasci laser

(PROFILO TRASVERSALE e modi di ordine superiore TEM_{pq})

- Più in generale il profilo trasversale del campo elettrico (modo trasversale) può essere descritto dal prodotto di due polinomi (di Hermite), nelle direzioni x e y , e di una curva gaussiana 2D a simmetria radiale. L'indice, e quindi il grado, dei due polinomi individua l'ordine del modo: TEM_{lm}

$$E = E_0 H_l \left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w_0} \right) \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} \right]$$

$$H_0(x) = 1$$

$$H_1(x) = 2x$$

$$H_2(x) = 4x^2 - 2$$

$$H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12$$

$$H_5(x) = 32x^5 - 160x^3 + 120x$$

Polinomi di Hermite

di ordine 0, 1, 2, ..., 5

Ordine zero = costante unitaria

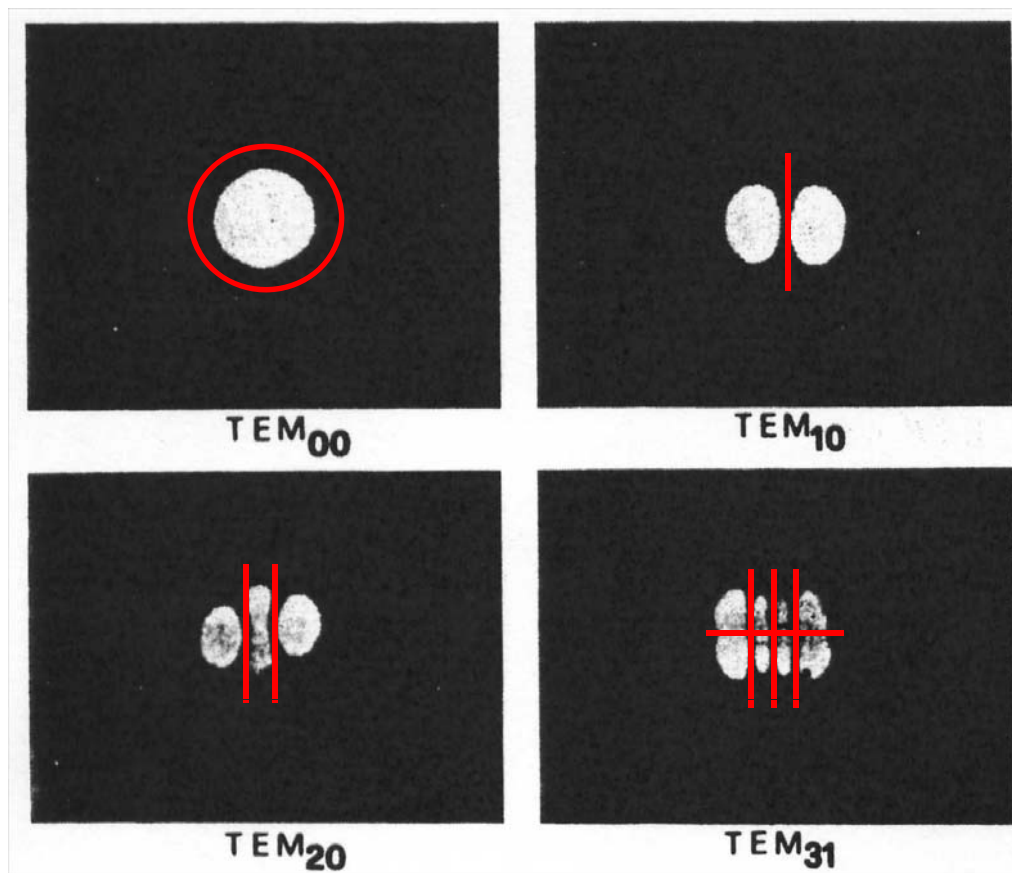
Ordine pari/dispari comporta una simmetria pari/dispari

Proprietà dei fasci laser (PROFILO TRASVERSALE e primi modi di ordine superiore)

$$E = E_0 H_l \left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w_0} \right) \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} \right]$$

L'ordine di ciascun polinomio ci dice **quanti zeri tagliano la gaussiana in un dato asse**

- Per $l=0$ e $m=0$ si ottiene il modo TEM_{00} con profilo gaussiano (2D)



Anche per i modi superiori si definisce una dimensione di macchia (*spot size*) pari al raggio $w_{0,lm}$ del cerchio che contiene l'86.5% dell'intera potenza del modo

All'aumentare dell'ordine del modo aumenta anche la dimensione di macchia (di fatto peggiora la qualità spaziale del fascio)

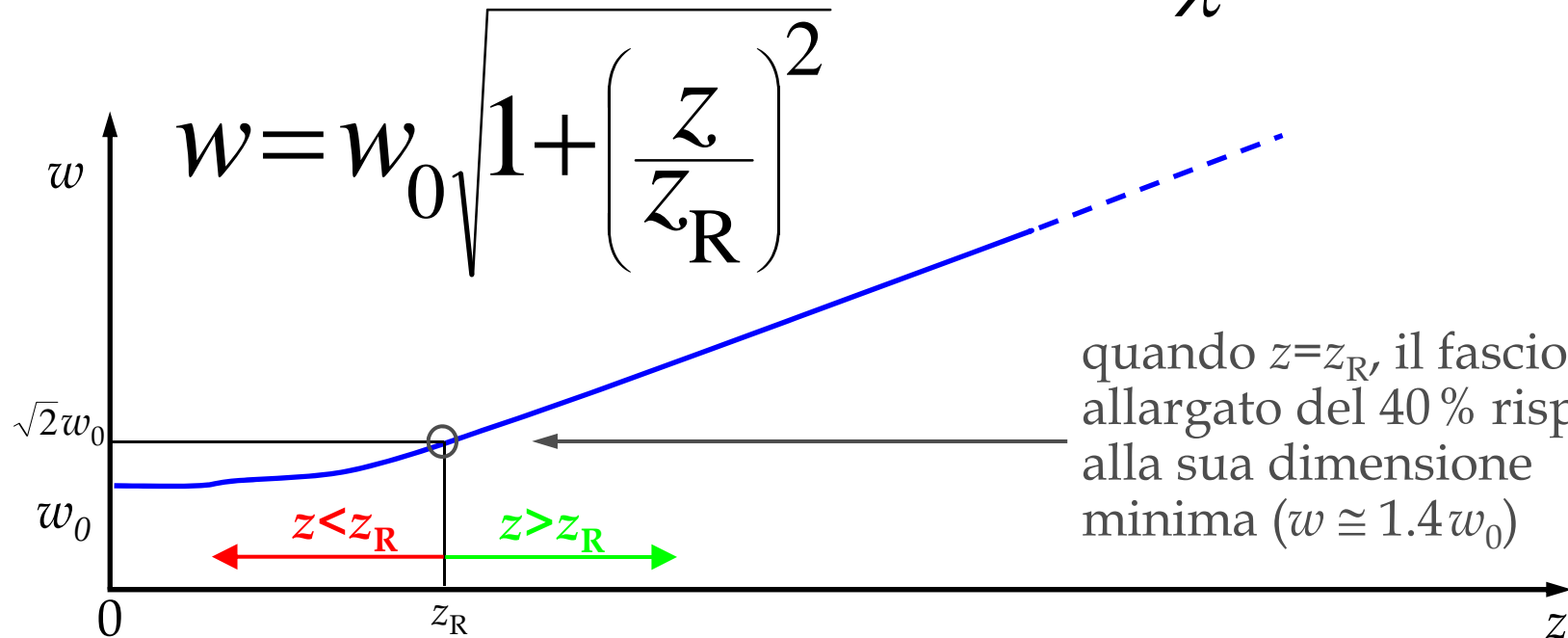
poi $w_0 \rightarrow w(z)$... 7/31

Propagazione libera (in aria)

- “Allargamento di macchia” (divergenza)

$$w^2 = w_0^2 + \left(\lambda z / \pi w_0 \right)^2 \quad \text{"}w \text{ cresce" nella propagazione del fascio/modo lungo l'asse } z$$

Si definisce **distanza di Raileigh** $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$



quando $z = z_R$, il fascio si è allargato del 40% rispetto alla sua dimensione minima ($w \cong 1.4w_0$)

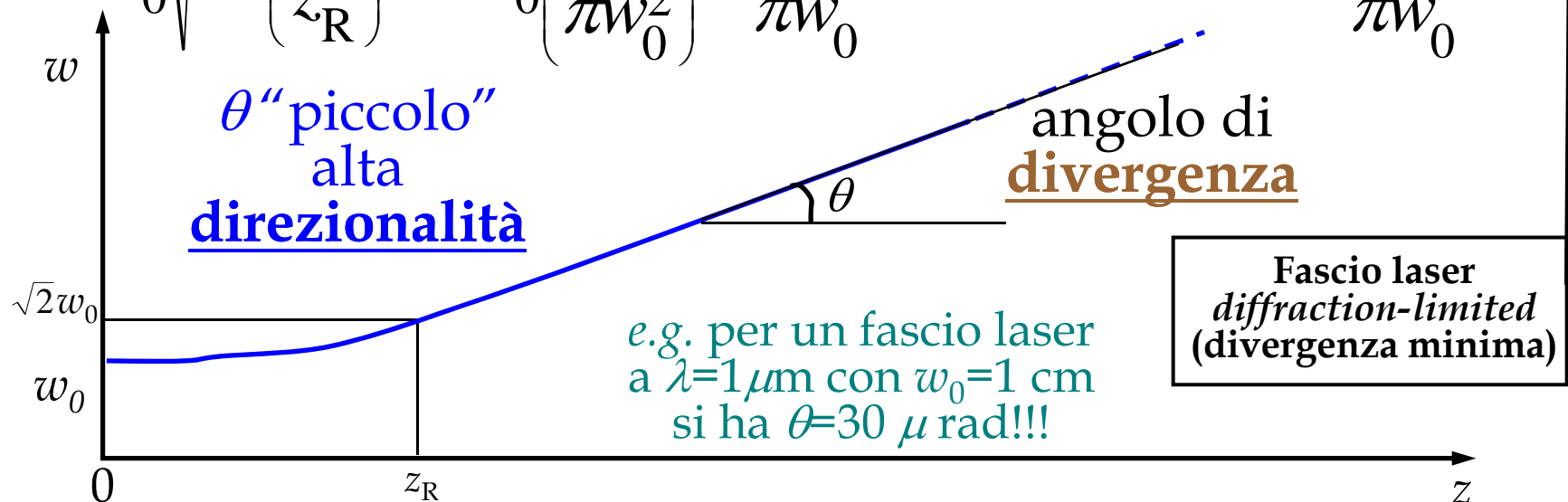
Near/far field e divergenza

- Si individuano due regioni di lavoro:
 campo vicino (*near field*) quando $z \ll z_R$ e "il fascio è collimato"

$$w = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \cong w_0$$

- campo lontano (*far field*) quando $z \gg z_R$ e "il fascio diverge" lin.

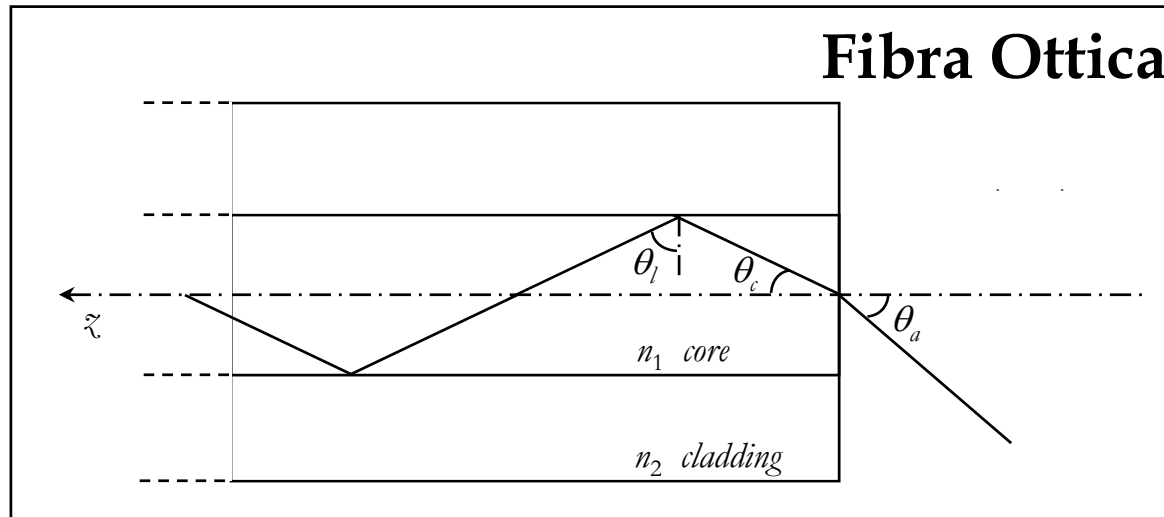
$$w = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \cong w_0 \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2}\right) = \frac{\lambda}{\pi w_0} z = \theta z \quad \text{con } \theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$



In un fascio **multimodo** con *spot size* w_0 si ha una divergenza $\theta_{MM} > \theta_{DL} = \lambda / \pi w_0$ e si definisce un fattore $M^2 = (\theta_{MM} / \theta_{DL})^2 > 1$ che indica la qualità spaziale del fascio 9/31

Propagazione guidata (fibra)

- **Modo guidato** HE_{11}
- **Bassa attenuazione** $\alpha < 0.2$ dB/km a $1.55 \mu\text{m}$ ($= -5\%/km$)



Fibra SM

$$n \cong 1.45$$

$$\Delta n \cong 5 \times 10^{-3}$$

$$\phi_{\text{core}} = 9 \mu\text{m}$$

$$\phi_{\text{clad}} = 125 \mu\text{m}$$

$$NA = \sin \theta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)} = \sqrt{2n\Delta n}$$

Apertura
Numerica

Problemi: Dispersione cromatica [ps/(nm×km)]
Dispersione di polarizzazione [ps]

Proprietà dei fasci laser (RUMORE DI AMPIEZZA)

- Campo elettrico nel tempo con fluttuazioni di ampiezza

$$E(t) = E_0 [1 + \underbrace{a(t)}] \exp[-j2\pi\nu_0 t] \quad \text{con } a(t) \ll 1$$

- Da un'analisi perturbativa del sistema laser (in risposta a piccole variazioni del tasso di pompaggio o delle perdite di cavità) si evidenzia il fenomeno delle **oscillazioni di rilassamento**

- frequenza di oscillazione $f_{RIN} = \left[\frac{x-1}{\tau_c \tau_{sp}} \right]^{1/2}$ ($x = P/P_{th}$ è il soprasoglia)

- tempo di smorzamento (esponenziale) $\tau_{RIN} = \frac{2\tau_{sp}}{x}$

Necessità di **sistemi di stabilizzazione** (passiva/attiva)

Proprietà dei fasci laser (RUMORE DI FREQUENZA)

- Campo elettrico nel tempo con fluttuazioni di frequenza

$$E(t) = E_0 \exp\left\{-j\left[2\pi\nu_0 t - \phi(t)\right]\right\} \quad \text{con } 1/(2\pi) \, d\phi/dt = \Delta\nu \ll \nu_0$$

$$\nu(t) = [1/(2\pi)] \, d\phi_{\text{tot}}/dt = \nu_0 - (1/2\pi) \, d\phi/dt = \nu_0 - \Delta\nu$$

- Dall'espressione delle autofrequenze del risonatore:

$$\nu = m \cdot \frac{c}{2L} \quad \Rightarrow \quad \Delta\nu = m \cdot \frac{c}{2L^2} (-\Delta L) \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta L}{L}$$

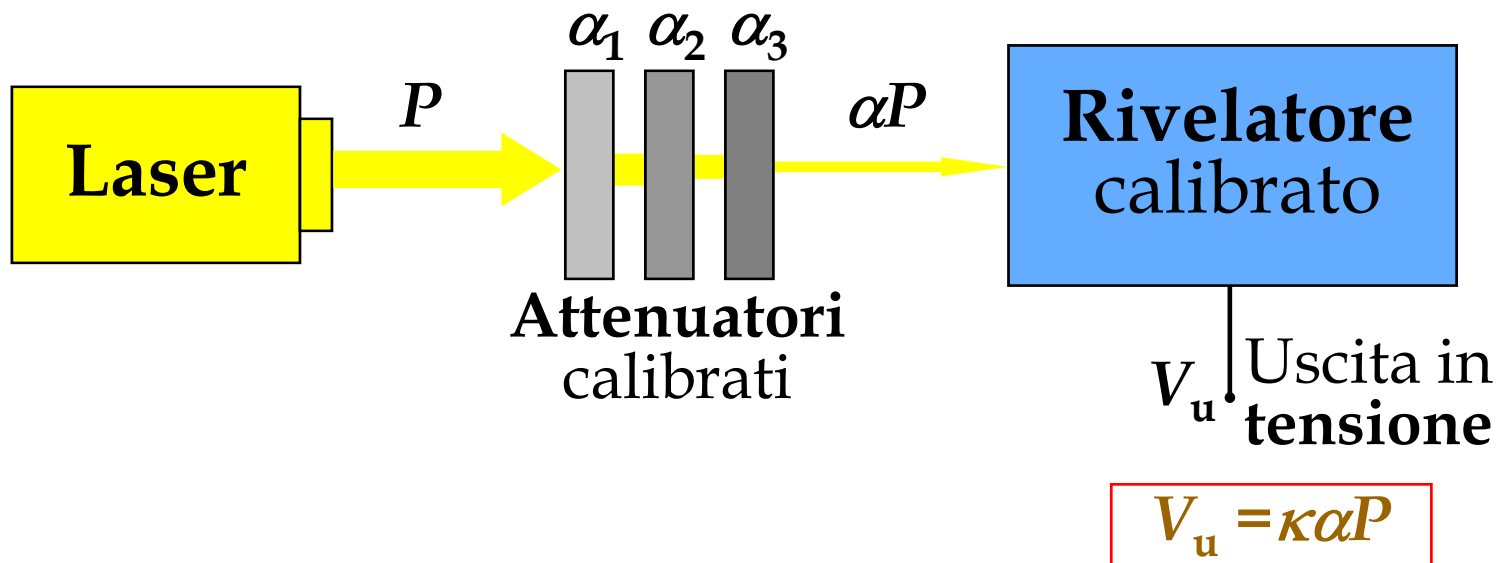
- Forte dipendenza della frequenza laser da L

- e.g. per un laser a Nd:YAG ($\lambda=1.064 \mu\text{m}$, $\nu \simeq 300 \text{ THz}$)
con $L=30 \text{ cm}$ se $\Delta L=-1 \mu\text{m}$, si ha $\Delta\nu=1 \text{ GHz!!!}$

Necessità di **sistemi di stabilizzazione** (passiva/attiva)

Potenza ottica (DEFINIZIONI e METODI DI MISURA)

- E Campo elettrico [V/m]
 - $I = \frac{EE^*}{\eta_0}$ Intensità [W/m^2]
 - $P = \int IdS$ Potenza [W]
- $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} = 377 \Omega$
impedenza caratteristica del vuoto



Rivelatori foto-voltaici / conduttivi

(Si, HgCdTe, Ge, GaAs, GaAsP, InGaAs) $0.1\mu\text{m} \leq \lambda \leq 10\mu\text{m}$

$$h\nu > E_g$$

Efficienza quantica

$$\eta = \frac{\Delta N_e}{\Phi \Delta t} = \frac{(\text{Nr. fotoelettroni})}{(\text{Nr. fotoni incidenti})} \quad [\%]$$

flusso fotoni
(fot./s)

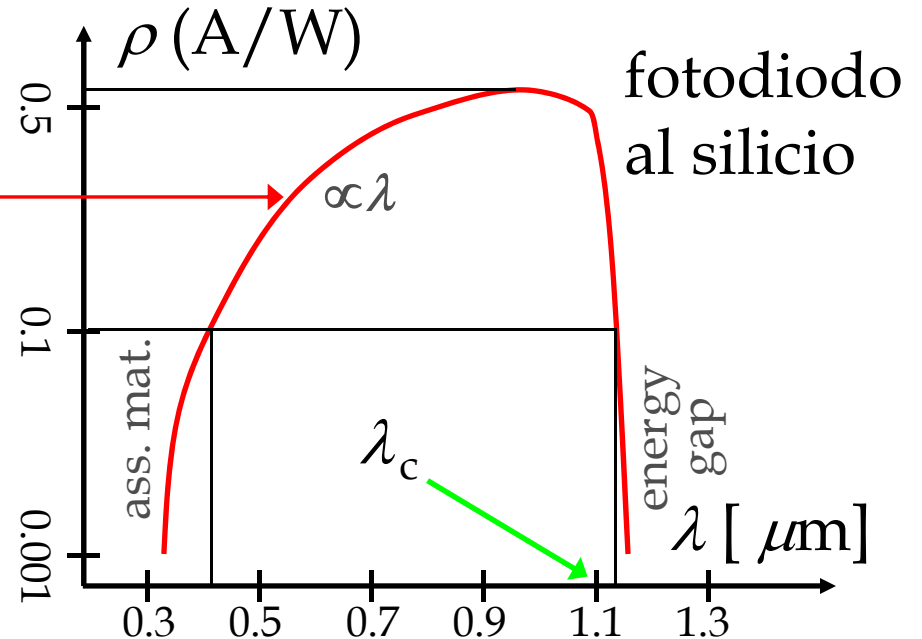
Responsivity

$$\rho = \frac{i}{P} \quad (\text{A/W})$$

$$i = \frac{e \Delta N_e}{\Delta t}$$

$$P = \Phi \cdot h\nu$$

$$\rho = \frac{\eta e}{h\nu} = \frac{\eta e \lambda}{hc}$$



Fotodiodi (uscita in corrente)

Se un fascio ottico (uniforme) di intensità luminosa I (W/m^2) incide su un fotorivelatore con superficie di raccolta S (m^2), la potenza ottica raccolta sarà

$$P = I \cdot S \quad (\text{W})$$

Se il fotorivelatore è un fotodiodo, si ottiene in uscita un **segnale di corrente direttamente proporzionale alla potenza ottica incidente sul rivelatore di luce:**

$$i = \rho \cdot P \quad (\text{A})$$

dove il fattore di proporzionalità tra la corrente fotorivelata e la potenza ottica incidente è la **sensibilità ("responsività")** ρ (A/W) del materiale di cui è fatto il fotodiodo ($\rho_{\text{Si}} \sim 0.5 \text{ A}/\text{W}$ nel visibile e $\rho_{\text{InGaAs}} \sim 0.8 \text{ A}/\text{W}$ nel vicino infrarosso)

Fotorivelatori (uscita in tensione)

La **corrente** del fotodiode viene solitamente **amplificata a transimpedenza**, diciamo con guadagno $G_{i \rightarrow v}$ (V/A) = R (Ω), per produrre un segnale in tensione

$$v = G_{i \rightarrow v} \cdot i = G_{i \rightarrow v} \cdot \rho \cdot P \quad (\text{V})$$

che dunque risulta direttamente proporzionale alla potenza (o intensità) ottica incidente, ovvero al modulo quadro del campo elettrico (a frequenze ottiche) raccolto sul rivelatore:

$$v \propto P \propto I \propto EE^* = |E|^2$$

Delle variazioni nel tempo del campo elettrico del segnale ottico **si possono osservare** sul segnale di tensione solo quelle **variazioni** le cui frequenze cadono **nella banda passante del fotorivelatore** (fotodiode + amp. transimp.)

Rivelazione diretta

Consideriamo un fascio laser con campo elettrico

ampiezza (V/m)	frequenza (THz)
↓	↓
$E(t) = E_0 [1 + a(t)] \exp[-j(2\pi \nu_0 t + \phi(t))]$	
↔	↔
mod. ampiezza (eventuale)	mod. fase/freq. (eventuale)
	<u>legate al segnale di misura</u>

La tensione fotorivelata “direttamente” è

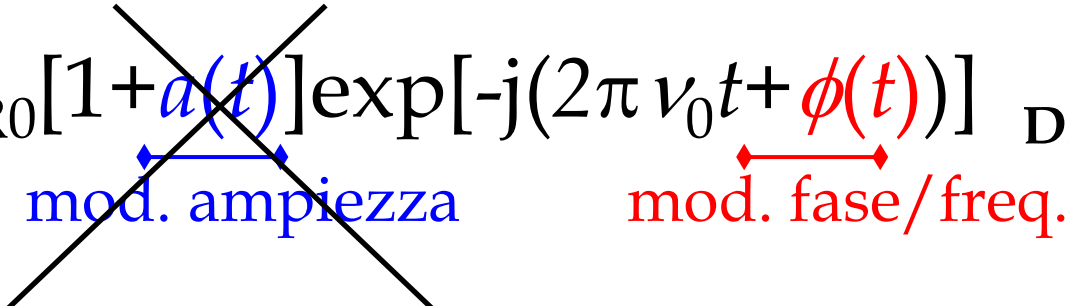
$$v(t) \propto EE^* = (E_0)^2 [1 + a(t)]^2 \propto P(t) = P_0 \alpha(t)$$

Si perde completamente l'informazione sulla variazione di **fase/frequenza** del segnale ottico, mentre rimane una **sensibilità** alle variazioni (attenuazioni) di **potenza ottica**

Battimento di due segnali ottici

Consideriamo due fasci laser incidenti sul fotorivelatore e, per semplicità, trascuriamo le fluttuazioni di ampiezza

$$E_R(t) = E_{R0} [1 + a(t)] \exp[-j(2\pi \nu_0 t + \phi(t))] \quad \begin{array}{l} \text{SEGNALE} \\ \text{DA RIVELARE} \end{array}$$



$$E_L(t) = E_{L0} \exp[-j(2\pi \nu_L t)] \quad \begin{array}{l} \text{Per comodità} \\ \text{si sceglie } \phi_L = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{OSCILLATORE} \\ \text{LOCALE} \end{array}$$

Considerando campi elettrici polarizzati linearmente e nella stessa direzione, il campo risultante dalla sovrapposizione (e somma) dei due segnali ottici è

$$E(t) = E_R(t) + E_L(t)$$

Rivelazione coerente (eterodina)

La **potenza ottica** corrispondente vale

$$P(t) = \frac{EE^*}{\eta_0} \cdot S = \frac{S}{\eta_0} \left\{ (E_R E_R^*) + (E_L E_L^*) + (E_R E_L^*) + (E_L E_R^*) \right\} = |E| \cdot \sqrt{\frac{S}{\eta_0}} = \sqrt{P}$$

$$= P_R + P_L + \frac{S}{\eta_0} (E_{R0} E_{L0}) \exp\{-j[2\pi(\nu_0 - \nu_L)t + \phi(t)]\} + \text{c.c.} =$$

$$= P_R + P_L + 2\sqrt{P_R P_L} \cos[2\pi(\nu_0 - \nu_L)t + \phi(t)]$$

e dipende dalla fase ϕ del segnale da rivelare

Al variare della fase $\phi(t)$ si ottiene oscillazione tra $P_{\max} = [(P_R)^{1/2} + (P_L)^{1/2}]^2$ e $P_{\min} = \{ \text{abs}[(P_R)^{1/2} - (P_L)^{1/2}] \}^2$
 Di fatto **si sommano i campi**, ovvero $P^{1/2}$

$$|E| \propto \sqrt{P}$$

Nel caso particolare in cui $E_{R0} = E_{L0} = E_0$ e dunque $P_R = P_L = P_0$ si ha una **"interferenza completa tra i due segnali"**:

$P_{\max} = 4P_0$ e $P_{\min} = 0$ operando con 2 BS al 50% si ha $P_R = P_L = P_0 = P_{\text{laser}}/4$

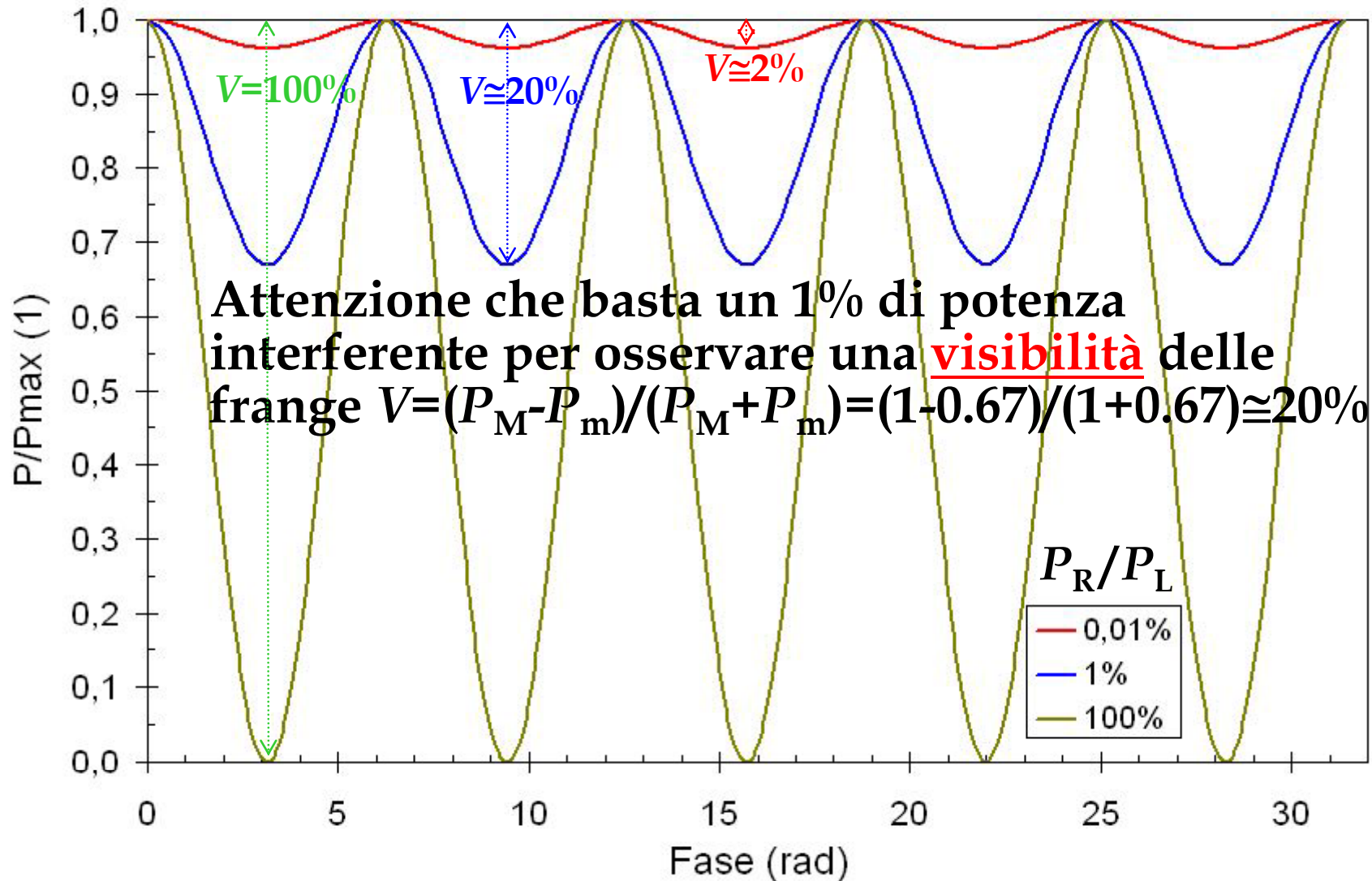
Diapositiva 19

CS10

incluso questo lucido è terminata la 4a lez 05-06 in aula N.1.3

Cesare Svelto; 27/03/2006

Interferenza per diversi rapporti P_R/P_L



Misure con rivelazione coerente

La **componente variabile della potenza ottica**, e dunque della tensione fotorivelata, è **funzione della fase $\phi(t)$** del segnale ricevuto $E_R(t)$

Un **misurando M** (grandezza di influenza) in grado di alterare la fase $\phi(t)$ o la frequenza $\nu = (1/2\pi)(d\phi/dt)$ del segnale ricevuto potrà essere **rivelato in maniera coerente** e misurato **osservando le variazioni della fase/freq. del segnale di battimento** alla frequenza intermedia $\nu_{IF} = (\nu_R - \nu_L)$, che può comodamente cadere in una banda spettrale a radiofrequenza (decine o centinaia di megahertz)

Operando una rivelazione coerente e osservando la fase del segnale a frequenza intermedia, si può ottenere una **misura proporzionale a $\sin[\phi(t)]$** che, per “piccole variazioni” del misurando (dM/dt tale che $d\phi/dt \ll 1$), risulta **direttamente proporzionale a $\phi(t)$ e dunque alle variazioni di M** .
(in questo caso si dice che l'interferometro sta operando “in quadratura”)

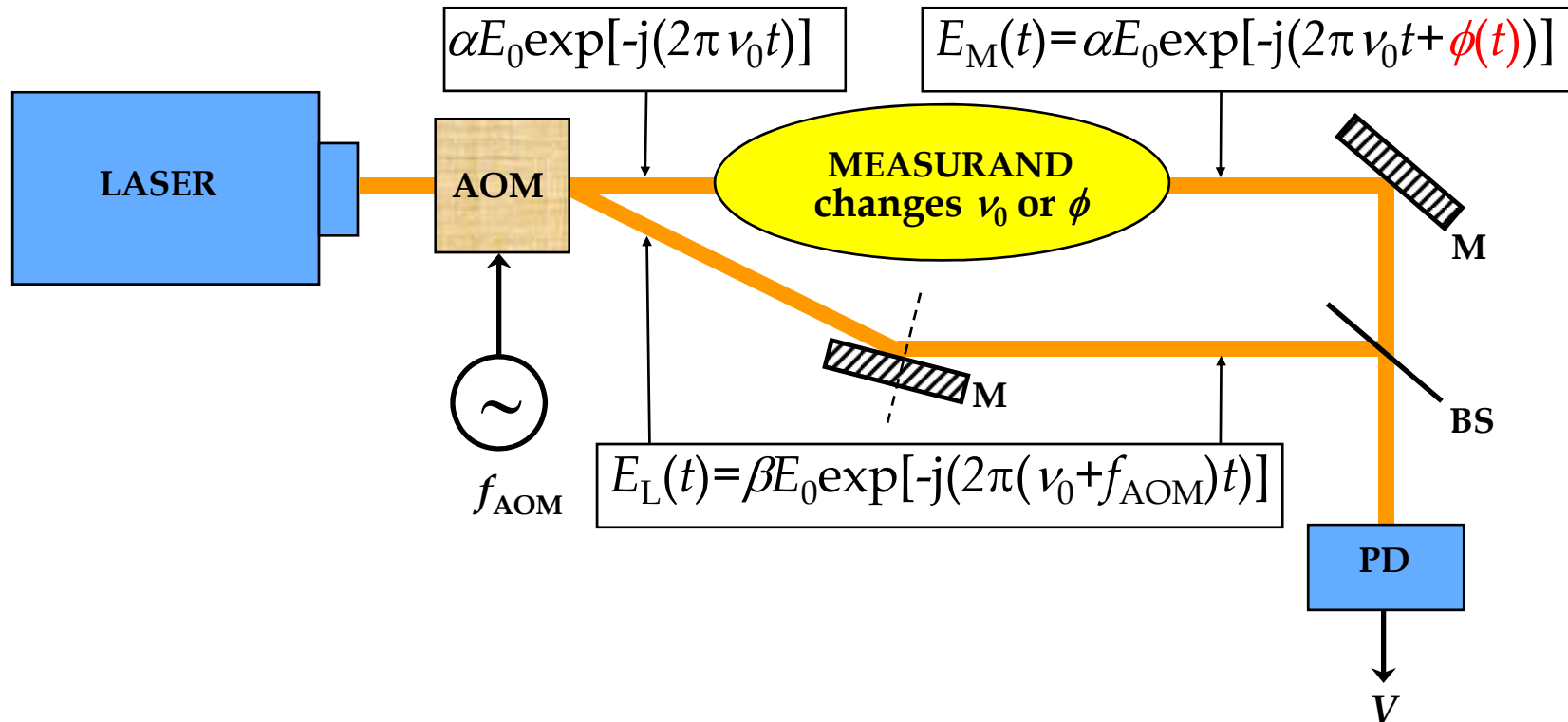
Diapositiva 21

CS6

incluso questo lucido è terminata la 5a lez 04-05 in aula N.1.6

Cesare Svelto; 03/04/2005

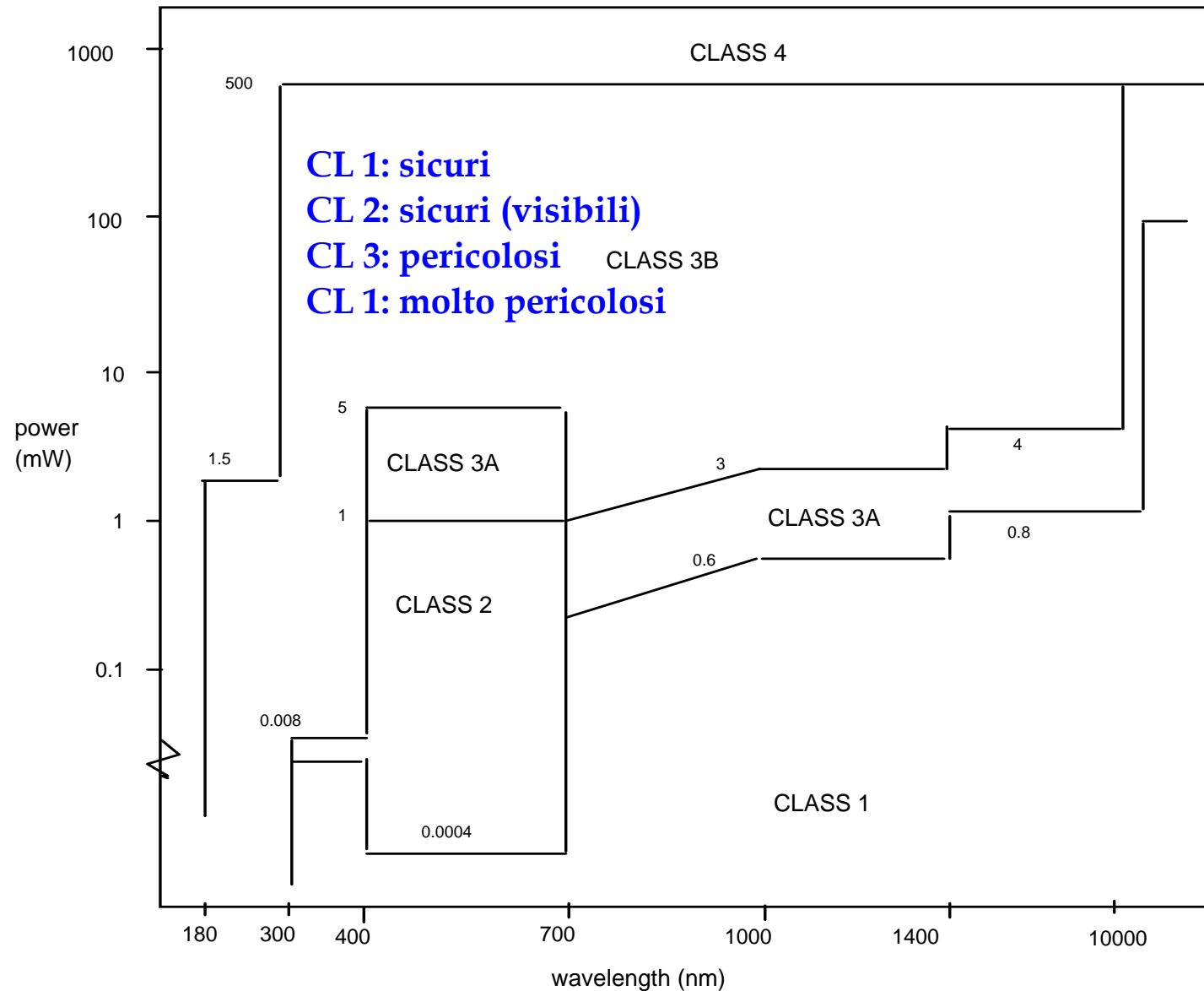
Esempio di schema di battimento laser



$$V \propto |E_{RIV}|^2 = (\alpha E_0)^2 + (\beta E_0)^2 + 2\alpha\beta(E_0)^2 \cos[2\pi f_{AOM}t + \phi(t)]$$

Il segnale V di fototensione oscilla a frequenza f_{AOM} , mantenendo la dipendenza dalle fluttuazioni di fase/frequenza ottica introdotte dal misurando

Diagramma di *laser safety*



Sicurezza laser (*laser safety*) (1/2)

Classe 1

- a) Utilizzo senza prescrizioni

Classe 2 [[solo per λ visibile]] (visione diretta praticamente sicura)

- a) Evitare una visione continua del fascio diretto (**riflesso palpebrale!**)
- b) Non dirigere il fascio laser deliberatamente sulle persone

Classe 3A (visione diretta poco pericolosa)

- a) Evitare l'uso di strumenti ottici quali binocoli o teodoliti
- b) Affiggere un segnale di avvertimento laser
- c) Allineamento laser tramite mezzi meccanici o elettronici
- d) Terminare il fascio laser in una zona esterna al luogo di lavoro o delimitare tale zona
- e) Fissare la quota del raggio laser molto al di sopra o al di sotto dell'altezza dell'occhio
- f) Evitare che il fascio laser sia diretto verso superfici riflettenti
- g) Immagazzinare il laser portatile, quando non in uso, in un luogo inaccessibile alle persone non autorizzate

Sicurezza laser (*laser safety*) (2/2)

Classe 3B (visione diretta sempre pericolosa; visione luce diffusa potenzialmente pericolosa)

Può causare danni a un occhio non protetto. Valgono le precauzioni della classe 3A e inoltre

- a) Funzionamento solo in zone controllate dagli operatori
- b) Evitare assolutamente riflessioni speculari
- c) Far terminare il fascio su un materiale assorbente atto a disperdere calore
- d) Indossare le protezioni oculari (occhiali schermanti!)

Classe 4 (visione diretta molto pericolosa; visione luce diffusa pericolosa)

Causa danni all'occhio sia con fascio diretto, che con riflessioni speculari e diffuse.
Rappresenta anche un potenziale pericolo di bruciature o incendio. Valgono le precauzioni della classe 3B e inoltre

- a) Tragitti dei fasci protetti da un riparo
- b) Durante il funzionamento, presenza solo di personale tecnico munito di protettori oculari idonei e vestiti protettivi appositi
- c) Per evitare la presenza di personale sarebbe preferibile se gli apparati laser fossero comandati a distanza
- d) Preferibili bersagli metallici non piani e adeguatamente raffreddati, come i coni assorbitori
- e) Per evitare riflessioni indesiderate nella parte invisibile dello spettro (per la radiazione laser situata nell'infrarosso lontano) il fascio e la zona di impatto dovrebbero essere avvolte da un materiale opaco per la lunghezza d'onda del laser

Protezioni laser

Protezione degli occhi

- Un protettore oculare previsto dalla normativa (**occhiali schermanti: $OD = \log_{10}[1/T]$**) per assicurare una protezione adeguata contro le radiazioni laser specifiche **deve essere utilizzato in tutte le zone pericolose dove sono in funzione laser della classe 3 e 4.**

Vestiti protettivi

- Da prevedere nel caso il personale sia sottoposto a livelli di radiazione che superano le EMP (esposizione massima permessa) per la pelle (i laser di classe 4 rappresentano un potenziale pericolo di incendio e i vestiti di protezione devono essere fabbricati con materiali appositi).

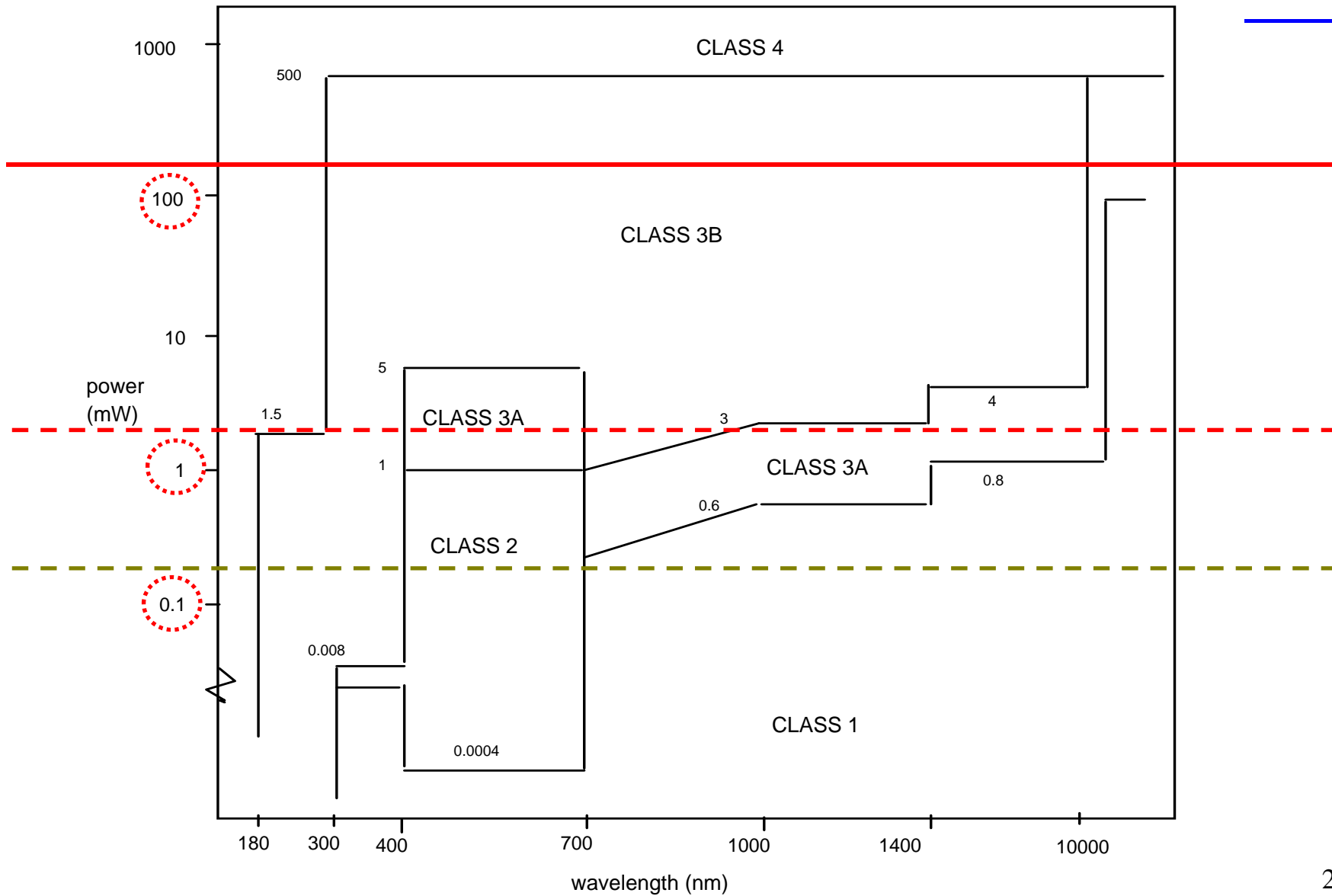
Formazione

- I laser di classe 3 e 4 possono rappresentare un pericolo non solo per l'utente, ma anche per altre persone, seppure a considerevole distanza. Il **personale** che opera con questi laser deve avere **adeguata preparazione** al fine di rendere minimo il rischio professionale.

Sorveglianza medica

- **Esami oculistici**, di preimpiego e durante l'impiego, dovrebbero essere eseguiti limitatamente ai lavoratori che utilizzano laser di classe 3 e 4.

Diagramma di *laser safety*



Applicazioni industriali dei laser

Lavorazioni di materiali

- Foratura, taglio, saldatura, trattamenti termici, *etc.*

Misure industriali, civili ed ambientali

- *Settore industriale*: interferometri laser per metrologia dimensionale, misuratori di diametri di fili, granulometri, rugosimetri, sistemi di rilievo di campi di deformazione.
- *Settore civile*: sistemi laser di allineamento e livelle laser, telemetri topografici e geodimetri.
- *Settore ambientale*: LIDAR per telerilevamento di inquinanti.
- *Settore della presentazione*: laser per la visualizzazione di ologrammi, laser pointer per conferenze, sistemi laser per didattica.
- *Settore giochi di luce*: laser per effetti speciali in discoteche, mostre spettacoli all'aperto e simili.
- *Settore beni durevoli*: lettori al laser di codici a barre, lettori di compact disk, stampanti laser e simili.

Applicazioni dei laser in TLC, Medicali e nella Ricerca di base

Telecomunicazioni e fibre ottiche

- Sorgenti laser a semiconduttore per applicazioni, tramite fibra ottica, nella trasmissione ed elaborazione ottica di dati

Applicazioni mediche

- Applicazioni dei laser in *Oftalmologia*
- Applicazioni cliniche dei laser in *Chirurgia Generale*
- Applicazioni cliniche dei laser in *Chirurgia con microscopio operatorio*
- Applicazioni cliniche dei laser in *Chirurgia Endoscopica*

Applicazioni nei laboratori di ricerca

- Ottica non lineare
- Spettroscopia lineare e non lineare
- Interazione radiazione materia
- *Precision Measurements*

Conclusioni

- Principi fisici e dispositivi per l'azione laser
- Strutture di laser a stato solido e a semiconduttore
- Principali caratteristiche e applicazioni dei laser
- Propagazione libera e guidata
- Proprietà dei fasci laser (profilo, rumore amp. e freq.)
- Potenza ottica e fotorivelazione
- Applicazioni e sicurezza laser

LASER “brillante soluzione in cerca di un problema”

Strumenti laser: oggi largo uso in ricerca, tecnologia e produzione, misure ottiche

Riferimenti bibliografici

- A. Yariv, *Quantum Electronics*, 3th ed., Wiley, New York, 1989
- A. E. Siegman, *Lasers*, Oxford University, Cambridge, 1986
- O. Svelto, *Principles of Lasers*, 4th ed., Plenum, New York, 1998
(dal quale sono tratte alcune figure di questo Capitolo)
- W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed., Springer, Berlin, 1996