"Misure Ottiche" Corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica e delle Telecom. e Fisica Misure di Stabilità e Stabilizzazione Attiva degli Oscillatori Laser Spettroscopia Laser e Metrologia alle Frequenze Ottiche

> Cesare Svelto Politecnico di Milano

Sommario

- Rumore d'ampiezza, sua misura e soppressione
 - Rumore tecnico, derive, e oscillazioni di rilassamento
 - Sistemi di retroazione per la correzione del RIN
- Stabilità in frequenza e sua caratterizzazione
 - Cause di instabilità della frequenza ottica
 - Misure con discriminatore di freq. ottica e varianza di Allan
- Spettroscopia laser
- Riferimenti di frequenza e stabilizzazione attiva
 - Discriminatori Fabry-Perot e riferimenti atomici/molecolari
 - Aggancio a bordo frangia e metodo Pound-Drever
- Campioni atomici/molecolari di frequenza ottica
 - Caratterizzazione sul segnale d'errore in anello chiuso o su segnali di battimento
 - Riferimenti a 1.5 μ m per le comunicazioni ottiche
- Esperimenti di metrologia alle frequenze ottiche

Stabilità in ampiezza

Campo elettrico nel tempo con <u>fluttuazioni di ampiezza</u>

 $E(t) = E_0[1 + a(t)] \exp[-j2\pi v_0 t] \qquad \text{con} |a(t)| << 1$

• Da un'analisi perturbativa del sistema laser (in risposta a piccole fluttuazioni del tasso di pompaggio o delle perdite di cavità) si evidenzia il fenomeno delle oscillazioni di rilassamento

- frequenza di oscillazione $f_{RIN} = \left[\frac{x-1}{\tau_c \tau_{sp}}\right]^{1/2}$ (*x* è il soprasoglia)

– tempo di smorzamento (esponenziale) au

$$T_{RIN} = \frac{2\tau_{sp}}{x}$$

Necessità di sistemi di stabilizzazione (passiva/attiva)





Banda e stabilità dell'anello optoelettronico di controreazione

Stabilità in frequenza

- Campo elettrico nel tempo con <u>fluttuazioni di frequenza</u> $E(t) = E_0 \exp\left\{-j\left[2\pi v_0 t - \phi(t)\right]\right\} \quad \text{con } 1/(2\pi) \times d\phi/dt << v_0$ $v_{\text{inst}}(t) = 1/(2\pi) d\phi_{\text{tot}}/dt = v_0 - (1/2\pi) d\phi/dt = v_0 + \Delta v(t)$
- Dall'espressione delle autofrequenze del risonatore:

$$\nu = l \frac{c}{2L} \implies \Delta \nu = l \frac{c}{2L^2} (-\Delta L) \implies \frac{\Delta \nu}{\nu} = -\frac{\Delta L}{L}$$

- Forte dipendenza della frequenza laser da L
 - *e.g.* per un laser a Nd:YAG (λ =1.064 µm, *v*≅300 THz) con *L*=30 cm se Δ *L*=-1 µm, si ha Δ *v*=1 GHz!!!
 - *e.g.* laser a diodo (λ =1.55 μ m, ν ≅200 THz) con *L*=500 μ m se Δ *L*=-0.1 nm, si ha Δ ν =40 MHz!!!

Necessità di **sistemi di stabilizzazione** (passiva/attiva) Coeff. di dilatazione termica: $\alpha = (\Delta L/L) \cdot 1/\Delta T$ "(...) $\cdot 10^{-6}$ K⁻¹ Al (24); acciaio (12); vetro ord. (9); pyrex (4); INVAR (1.6); FS (0.6), ULE 0±0.0001 6/45 Laser intrinsecamente stabili (il laser <u>monolitico</u> µ-*chip* o NPRO Nd/Tm:YAG)

I **laser "monolitici"**, pompati a diodi, sono intrinsecamente molto insensibili alle perturbazioni che destabilizzano $P \in \lambda$

Unidirezionalità: spatial hole burning...



Nd:YAG single-frequency Non-Planar Ring Oscillator λ=1064 nm; *P*=10mW-2W; v=282THz; Δv<5kHz@1ms



Tm:YAG laser a 3-livelli il materiale attivo deve essere "tutto" invertito



Caratterizzazione rumore frequenza (segnale di battimento)



Caratterizzazione rumore frequenza (definizione di varianza di Allan)

La varianza di Allan è la misura raccomandata da diversi comitati internazionali e in particolare dal CCIR per caratterizzare la stabilità di frequenza di un oscillatore nel dominio del tempo. La misura della varianza di Allan nel caso di oscillatori di elevata frequenza è basata su una tecnica di analisi del segnale di battimento tra due oscillatori. Anche nel caso di sorgenti laser tale tecnica consiste nell'effettuare una particolare misura di diversi campioni della frequenza media Mfbatt in intervalli temporali consecutivi e nel calcolare la varianza tra coppie di campioni adiacenti. Lo strumento che generalmente realizza la misura della varianza di Allan è un particolare contatore elettronico ma il calcolo può anche venire eseguito tramite un PC su una <u>sequenza di letture digitalizzate dei diversi valori di ^Mf_{batt,j} distanziati di</u> <u>un intervallo di tempo τ l'uno dall'altro</u>. Disponendo di una sequenza di N campioni della frequenza di battimento [${}^{M}f_{batt,1}$, ${}^{M}f_{batt,2}$, ..., ${}^{M}f_{batt,N}$], la varianza di Allan si calcola come la media dei quadrati delle differenze di frequenza tra campioni adiacenti (normalizzate alla frequenza di lavoro). $^{\rm M}f_{\rm r}$

$$\sigma_{y}^{2}(2,\tau) = \frac{1}{2f^{2}} < ({}^{M}f_{batt,j+1} - {}^{M}f_{batt,j})^{2} > = \frac{1}{2} \left\langle \left(y_{j+1} - y_{j} \right)^{2} \right\rangle \qquad y_{j} = \frac{J}{f} \\ fluttuazione \\ = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} (y_{j+1} - y_{j})^{2} di \text{ frequenza} \\ relativa \\ 10/45$$

Caratterizzazione rumore frequenza (misura della varianza di Allan)



Spettroscopia

- Righe di assorbimento di atomi e molecole
- Spettroscopia lineare, FM, e satura
- Stabilizzazione in frequenza
 - fringe-side locking
 - Pound-Drever
- Metrologia alle frequenze ottiche
 - le λ raccomandate (le più accurate)
 - esperimenti con laser stabilizzati
 - orologio atomico "ottico"
 - secondo, metro, e accuratezza nelle Misure

Righe di assorbimento di atomi e molecole

Atomi e molecole possiedono una struttura interna che permette agli elettroni di avere **livelli predefiniti di energia** e di poter transire da un livello energetico ad un altro mediante **assorbimento** o **emissione** della differenza di energia richiesta. I salti di energia sono "quantizzati" come:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h(v_2 - v_1) = hc[(1/\lambda_2) - (1/\lambda_1)]$$

La radiazione elettromagnetica di lunghezza d'onda λ (frequenza $v = c/\lambda$) che incontra un atomo/molecola sarà più o meno assorbita in funzione di quanto la lunghezza d'onda è vicina al valore nominale (centrale) della transizione

$$\lambda_0 = c/v_0 = c/(v_2 - v_1)$$

Righe di assorbimento: cause e tipi di allargamento

Non è una sola lunghezza d'onda λ ad eccitare la transizione (e a produrre assorbimento) in quanto la **riga spettrale** di assorbimento presenta **diverse cause di** *shift* **e allargamento**, nel caso reale di "atomi non imperturbati":

- <u>campi di forza esterni</u> (ad es. effetto Stark per campo e.m. da altri atomi/ioni) producono tanti *shift* dei centro riga e dunque un **allargamento omogeneo: Lorentziana**;
- <u>collisioni</u> tra atomi/molecole:
- all. collisionale: Lorentziana $(\Delta v \propto p)$;
- velocità non nulla dell'assorbitore:
- all. Doppler: Gaussiana ($\Delta v \propto \sqrt{T/m}$);
- <u>limite fisico</u> è l'all. naturale: Lorentziana $\Delta v \propto 1/\tau_{sp}$

Lo spettro di assorbimento è in genere una **riga allargata** con **valore centrale** λ_0 e **larghezza di riga** $\Delta\lambda_{0,FWHM}$ che dipendono dai diversi *shift* e allargamenti presenti (**profilo di Voigt** da conv. di Lorenziana con Gaussiana)



Righe di assorbimento (CH_3D) allargamenti Doppler e coll.



allargamento Doppler: $\sigma_{gauss} = \Delta f = f_0 \sqrt{\frac{kT}{mc^2}}$ FWHM = $2\sigma \sqrt{2 \ln(2)}$

gauss	 J0 $\downarrow mc^{2}$	v	

TABLE I COLLISIONAL (LORENTZ), DOPPLER (GAUSS), AND OVERALL (VOIGT) LINE BROADENINGS (FWHM) FOR LINE R(6,3) OF CH₃D AT THREE

	DIFFERENT GAS REGR.	PRESSURES CALC.	MIS.
Gas	Lorentzian	Gaussian	Voigt
pressure	FWHM	FWHM	FWHM
(kPa)	(MHz)	(MHz)	(MHz)
10	390	580	790
20	740	580	1080
40	1490	580	1650



16/45

Spettroscopia lineare (diretta)

TRANSMISSION: The intensity versus frequency of a laser beam transmitted through a gas cell containing an atomic or molecular vapor (top) and of a laser beam transmitted through a Fabry-Perot interferometer (bottom).



Se il laser, durante la scansione di frequenza, subisce variazioni di ampiezza/potenza, conviene **normalizzare la potenza trasmessa dalla cella alla potenza emessa dal laser**: infatti la trasmissione della cella è $T=P_{out}/P_{in}$, come rapporto tra la potenza d'uscita e quella d'ingresso





Il **laser**, durante la scansione "lineare" di frequenza, viene **modulato** sinusoidalmente in fase/frequenza (modulazione FM). **La modulazione FM**, attraversando il profilo di trasmissione , **si trasforma in modulazione AM**.



L'ampiezza della modulazione AM $\Delta I(v)$ dipende dalla **pendenza nel punto di lavoro** e di conversione sulla curva di trasmissione

Si ottiene il cosiddetto PROFILO DI DISPERSIONE o in "derivata prima"

18/45



T(v) si ottiene integrando la "curva a S" (derivata prima)

Effetto Doppler nella spettroscopia



Numero di atomi nello stato fondamentale (sx) e nello stato eccitato (dx) al variare della componente di velocità parallela alla direzione ($\underline{\mathbf{k}}$) del fascio ottico: l'interazione (assorbimento) avviene a una frequenza spostata da quella centrale della transizione: $\Delta v/v = v_{//}/c$ 20/45

Spettroscopia lineare vs satura





Figure 2. In linear spectroscopy (a) the radiation reaching the detector is proportional to the radiation incident on the sample. In nonlinear spectroscopy (b) the radiation reaching the detector is dependent on both beams.

Un primo fascio laser (potente: *pump*) satura la riga di assorbimento e un secondo fascio (meno potente: *probe*) misura la **riga satura**

La popolazione di assorbitori diminuisce (e dunque anche l'assorbimento) in corrispondenza della frequenza laser "vista" dalla molecola in moto (con una componente di velocità lungo l'asse della cella).

La doppia interazione con le stesse molecole a v=0 m/s elimina l'allargamento Doppler e fornisce una <u>riga satura molto più stretta</u>

Spettroscopia satura (Doppler-free)





Il fascio di pompa è modulato (chopper) in modo da consentire una rivelazione in AC (più "sensibile") del profilo di trasmissione a riga satura

Nel deuterio a 50 K la riga satura non è assai più stretta di quella Doppler. Nel C₂H₂ a 1.55 μ m (*T*=*T*_{amb}) si passa da una riga Doppler larga circa 0.5 GHz a una riga satura larga circa 1 MHz 22/45

Stabilizzazione

- Righe di assorbimento di atomi e molecole
- Spettroscopia lineare, FM, e satura
- Stabilizzazione in frequenza
 - fringe-side locking
 - Pound-Drever
- Metrologia alle frequenze ottiche
 - le λ raccomandate (le più accurate)
 - esperimenti con laser stabilizzati
 - orologio atomico "ottico"
 - secondo, metro, e accuratezza nelle Misure

Stabilizzazione in frequenza (schema generale)



Stabilizzazione in frequenza metodo *fringe-side locking*)



 ΔV è il **segnale d'errore** (raziometrico o differenziale)

$$\Delta \overline{V} = \frac{\Delta V}{f dt_{\Delta v, ott \to \Delta V} \times [1 + G_{loop}(f)]}$$
$$\Delta \overline{V} \propto \text{segnale di frequenza } \Delta f = v - v^*$$

Stabilizzazione in frequenza (metodo Pound-Drever)



<u>modulazione</u> di fase/frequenza \Rightarrow aggiunta di "due" bande laterali interrogazione del **profilo di dispersione** \Rightarrow differenti sfasamenti \Rightarrow sbilanciamento del segnale rivelato \Rightarrow segnale d'errore ("dispari" vs detuning)

-200 200 400 0 Frequency detuning [MHz]

-30

-40 -400

Stabilizzazione in frequenza (metodo Pound-Drever - EQUAZIONI)

Campo ottico modulato in fase (sinusoidalmente)

$$e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)} = \sum_{n = -\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{i(\omega + n\Omega)t}$$

$$J_{n}(\beta) = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{k}}{m!\Gamma(m+n+1)} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{2m+n} J_{n}(-\beta) = (-1)^{n} J_{n}(\beta)$$

Ωo $ω_m$ è la pulsazione (frequenza angolare) della modulazione di fase β è la profondità di modulazione

Se il campo ottico modulato in fase incontra la risonanza,

$$\begin{split} E_{inc} &= E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)} \\ &\approx E_0 \left[J_0 \left(\beta \right) + 2i J_1 \left(\beta \right) \sin \Omega t \right] e^{i\omega t} \\ &= E_0 \left[J_0 \left(\beta \right) e^{i\omega t} + J_1 \left(\beta \right) e^{i(\omega + \Omega)t} - J_1 \left(\beta \right) e^{i(\omega - \Omega)t} \right]^{\frac{1}{\omega - \omega_m}} \overset{\phi_0}{\longrightarrow} \overset{J_1}{\longrightarrow} \overset{J_1}{\longrightarrow} \overset{J_1}{\longrightarrow} \overset{\phi_0}{\longrightarrow} \overset{J_1}{\longrightarrow} \overset{J_1}{\longrightarrow} \overset{I_1}{\longrightarrow} \overset{I_2}{\longrightarrow} \overset{I_3}{\longrightarrow} \overset{I_4}{\longrightarrow} \overset{I_4}{\longrightarrow}$$

si hanno **due battimenti ottici alla frequenza di modulazione** $f_{\rm m} = \Omega/2\pi = \omega_{\rm m}/2\pi$: un primo tra la portante (a frequenza $v = \omega/2\pi$) e la banda laterale sinistra e un secondo battimento tra la portante e la banda laterale destra (senza la risonanza le bande J_1 e J_{-1} battendo con la portante J_0 non producono modulazione di ampiezza alla frequenza $f_{\rm m}$, come corretto per una pura FM) Stabilizzazione in frequenza (metodo Pound-Drever - DISCRIMINAZIONE)



Quando la portante ottica è al centro della riga di risonanza, le ampiezze dei due battimenti sono uguali ma le fasi sono uguali e opposte e **la ampiezza risultante a frequenza** f_m è nulla

Quando la **portante** è **spostata dal centro riga**, le ampiezze dei due battimenti sono ancora circa uguali ma le due fasi, $(\Phi_0 - \Phi_{-1}) \in (\Phi_0 - \Phi_1)$ rispettivamente, **differiscono ora di una quantità** $2\Phi_0$, essendo ancora $\Phi_1 \cong -\Phi_{-1}$, e dunque la ampiezza risultante a frequenza f_m è proporzionale a $\sin(2\Phi_0) \approx (2\Phi_0) \propto \Delta \omega = (\omega - \omega_0)$ \Rightarrow *error signal* \propto *frequency detuning* (con segno!)

Metrologia

- Righe di assorbimento di atomi e molecole
- Spettroscopia lineare, FM, e satura
- Stabilizzazione in frequenza
 - fringe-side locking
 - Pound-Drever
- Metrologia alle frequenze ottiche
 - le λ raccomandate (le più accurate)
 - esperimenti con laser stabilizzati
 - orologio atomico "ottico"
 - secondo, metro, e accuratezza nelle Misure

Metrologia alle frequenze ottiche: lunghezze d'onda "raccomandate"



12 lunghezze d'onda "ottiche" raccomandate, dal CIPM (1997)
e dai lavori del CCL, per la realizzazione del "metro"
2 note con accuratezza ≈10⁻¹²

3 note con accuratezza $\approx 10^{-11}$

• nel 2003 le λ diventano 13 e le accuratezze migliorano... 30/45

Metrologia alle frequenze ottiche: lunghezze d'onda "più accurate"

• nel 2007 le λ diventano 20 con accuratezze fino a 3×10⁻¹⁵









Esperimenti internazionali a 1.5 μ m





D. Touahri et al., Opt. Comm. 133, 471 (1997).

¹³C₂H₂ saturato (λ =1550.18nm) R (λ_{laser} =1.55 μ m) stabilità=±2kHz (10⁻¹¹) s accuratezza=200kHz

Rb a 2 fotoni (λ =778nm) (λ_{laser} =1.556 μ m) stabilità=±2kHz (10⁻¹¹) accuratezza=20kHz

Esperimenti PoliMI *et al.* a 1.5 μ m

IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT, VOL. 51, NO. 4, AUGUST 2002

High-Resolution Spectroscopy of the 39 K Transitions at 770 nm and ${}^{13}C_2H_2$ Saturated Lines by a Solid-State Laser at 1.54 μ m: Toward an Accurate Frequency Standard in the Optical Communication Band

764

Cesare Svelto, Member, IEEE, Gianluca Galzerano, Elio Bava, Associate Member, IEEE, Fabio Ferrario, Ady Arie, Senior Member, IEEE, R. Klein, M. A. Arbore, M. A. Fejer, Atsushi Onae, and Marcello Marano



Fig. 3. Schematics of the experimental setup for frequency doubling of the Er-Yb: glass laser and high-resolution spectroscopy of the ³⁹K line; M: Mirror; PD: silicon photo detector; PBS: polarizing beam splitter.







Fig. 6. First derivative voltage signal as obtained at the lock-in output after amplification of 50 V/V.

Stab. freq. ∆*v*/*v*≈10⁻¹² 35/45







Fig. 4. Experimental setup. PZT: piezoelectric transducer; L: lens; OI: optical isolator; $\lambda/2$: half-wave plate; EOM: electro-optic modulator; PBS: polarizer beam splitter; PD: photodiode; FR: Faraday rotator; M: mirror; DBM: doubled balanced mixer.

IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT, VOL. 51, NO. 4, AUGUST 200



Fig. 7. Saturation spectroscopy of the $^{13}C_2H_2$ P(16) line at $\lambda=1542.384$ nm. The saturation line contrast is $\sim 3\%$ and its linewidth is 1.2 MHz.



36/45

768



Orologio atomico a multi ione Sr^+ (1/3)

-
- f " waits for no man",

	<u></u>	
 <u> </u>	 	

. . . .

Orologio atomico a multi ione $Sr^+(2/3)$

. : .

.

"ne way to create a more accurate clock is to increase the rate at which it ticks"

with___oscillations_per_second.__ow_we_have_the_caesium_clock_counting_with__billion oscillations_per_second."

Orologio atomico a multi ione $Sr^+(3/3)$

•

.

. .

OPTICAL LATTICE CLOCK

Six laser beams create a pattern of standing waves that traps strontium atoms in energy wells. The trapping laser frequency is one that does not interfere with the atoms, which tick at about 429 terahertz, providing unsurpassed timekeeping accuracy





Spettroscopia ottica e il "metro SI"

· _ _ .

· .

٠

.

42/45

.

Limiti di accuratezza nelle MISURE

esures, èvres,

Riferimenti bibliografici

- M. Ohtsu, Frequency Control of Semiconductor Lasers, Wiley, New York, 1996
- R.W.P. <u>**Drever</u>**, J.L. Hall, F.V.Kowalsky, J. Hough, G.M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, *Laser Phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97-105, 1983</u>
- C. Svelto, G. Galzerano, *Frequency-Stabilized Near-Infrared Solid-State Lasers*, Recent Research Developments in Applied Physics, 2001

• T. J. Quinn, *Practical realization of the definition of the metre, including recommended radiations of other optical frequency standards (2001),* Metrologia **40**,103–133, 2003