

---

# “Misure Ottiche”

Corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria  
Elettronica e delle Telecom. e Fisica



## Telemetri Ottici

Cesare Svelto  
Politecnico di Milano

---

# Sommario

---

- **Principi di misura e applicazioni**
- **Triangolazione**
  - passiva
  - attiva
- **A tempo di volo**
  - pulsati
  - a onda continua (CW) [mediante modulazione sinusoidale]
  - *power budget* nel telemetro laser e equazioni del sistema
  - *timing* e filtraggio ottimo, rumore e accuratezza, ambiguità
  - ottiche di lancio/ricezione, sviluppi strumentali
- **LIDAR** (*L*ight *D*etection *A*nd *R*anging)

# Principi di misura nella Telemetria (1/2)

- **tele-metria** = distanza-misura = misura di distanza (anche misura a distanza)  
si rileva la distanza  $L$  tra lo strumento e un oggetto remoto (bersaglio)
- a triangolazione (metodo trigonometrico)  
il bersaglio è "triangolato" da **due punti a distanza  $D$  su una stessa linea di base** (v. misura di distanza delle stelle); misurando l'angolo tra le due linee di vista si ricava la distanza come  $L \simeq D/\alpha$  ( $L = D/\text{tg}\alpha$ )
- a tempo di volo (misura per conteggio di un intervallo di tempo)  
laser pulsato o laser CW modulato sinusoidalmente ( $f_m$ )  
 $T = 2L/c \Rightarrow L = cT/2 \propto T$  ("2L" percorrendo un cammino di andata-e-ritorno)  
 $\Delta\varphi = 2\pi f_m T \Rightarrow \Delta\varphi/2\pi f_m = 2L/c \Rightarrow L = c/2 \cdot \Delta\varphi/2\pi f_m = \lambda_m/2 \cdot \Delta\varphi/2\pi \propto \Delta\varphi$   
*"conteggio in termini di  $\lambda_m/2$ "*  
*( la risoluzione dipende da  $f_m$  )*

---

# Principi di misura nella Telemetria (2/2)

- **tele-metria** = distanza-misura = misura di distanza (anche misura a distanza) si rileva la distanza  $L$  tra lo strumento e un oggetto remoto (bersaglio)
- a interferometria (mediante conteggio di lunghezze d'onda ottiche) un fascio laser (monocromatico) è inviato al bersaglio e sulla luce di ritorno si fa **rivelazione coerente**, con il battimento su un fotorivelatore; il segnale rivelato va come  **$\cos(2kL)$** , con  $k=2\pi/\lambda$ , e dalla fase della funzione coseno si può "contare" l'incremento di distanza in termini di  $\lambda/2$  e sue frazioni, da 0 sino a  $L$  oppure per piccole variazioni  $\Delta L$  a partire da un  $L^*$

$$\Delta\varphi = 2kL \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot 2\pi / \lambda \cdot L \Rightarrow L = \lambda/2 \cdot \Delta\varphi / 2\pi \propto \Delta\varphi$$

*"conteggio  $L$  in termini di  $\lambda/2$ "  
( la ris. dipende da  $\lambda$  del laser )*

con  $\lambda$  tipicamente di  $\approx 0.5 \mu\text{m}$  (VIS)

si conta  $L$  in termini di  $\Delta L = 250 \text{ nm}$  (risolvendo  $\Delta\varphi = 2\pi$ )

ma con  $\Delta\varphi = \pi$  o  $\pi/2$  si ottiene  $\Delta L = 125 \text{ nm}$  o  $\sim 60 \text{ nm}$

# Campi di misura per i telemetri ottici

Misure di distanza e spostamento

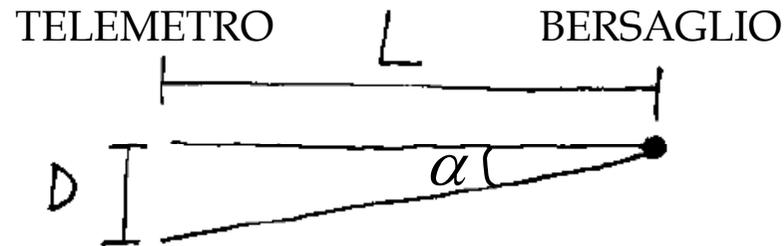


# Metodo di misura per triangolazione

- *Triangolazione*

- PASSIVI

- ATTIVI

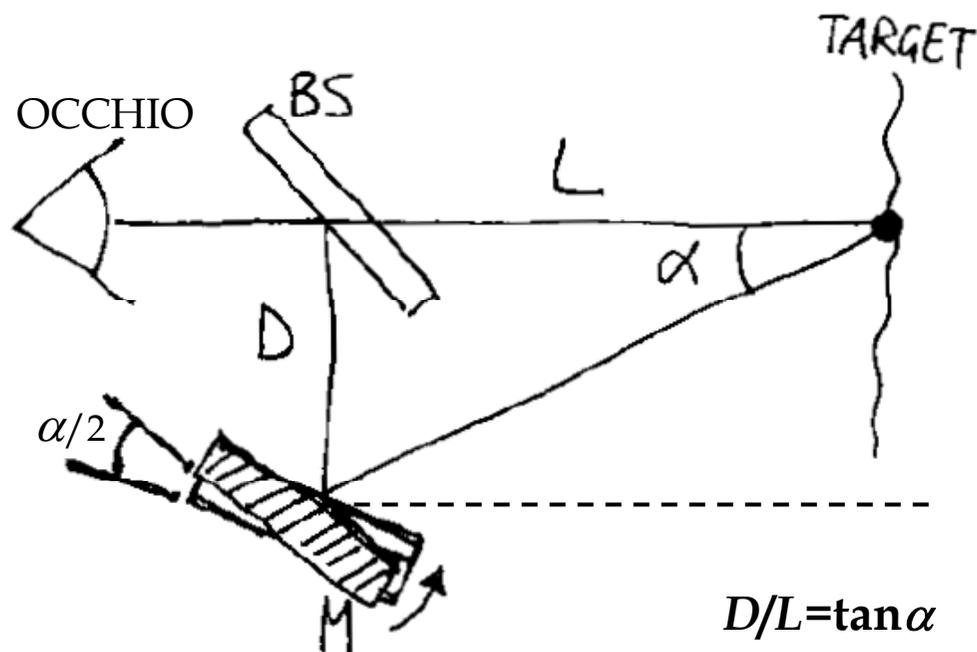


$$\frac{D}{L} = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \quad \text{se } \alpha \ll 1$$

$$L = \frac{D}{\operatorname{tg} \alpha} \approx \frac{D}{\alpha}$$

- La misura diviene **poco accurata su grande distanza** (di fatto per  $L \gg D$ ). Infatti, se l'angolo da rilevare diventa piccolo ( $\alpha < 10 \text{ mrad} = 0.57^\circ$ ) l'incertezza rel.  $\Delta\alpha / \alpha$  cresce

# Triangolatore ottico passivo



$$L = \frac{D}{\tan \alpha} \cong \frac{D}{\alpha}$$

*dalla misura angolare  
si ricava la distanza L*

sensibilità di L  
rispetto ad  $\alpha$

$$\Delta L = -\frac{D}{\alpha^2} \Delta \alpha = -\frac{L^2}{D} \Delta \alpha = k \cdot \Delta \alpha$$

errore o  
inc. o ris.  
assoluta

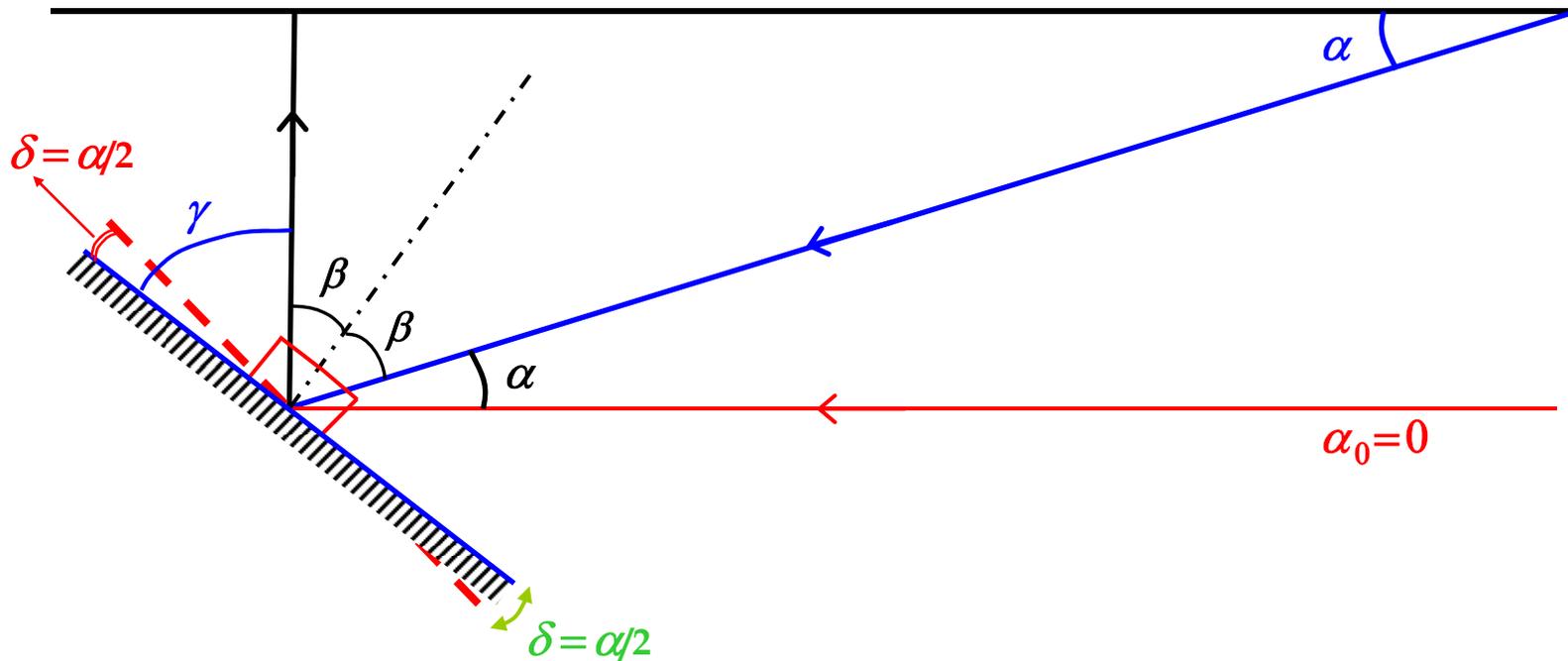
si osservi che  $\Delta L$   
cresce come  $L^2$   
la ris. peggiora  
al crescere della  
distanza

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \propto L$$

errore o  
inc. o ris.  
relativa

**INC**ertezza  
 $u(L) = \sigma(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{12}}$   
 su mis. quantizzata

# La “leva ottica” sullo specchio



1.  $\gamma + \beta = 90^\circ$
2.  $\alpha + 2\beta = 90^\circ$
3.  $\gamma - \delta = 45^\circ$

da 1.-3. si ha  $\delta + \beta = 45^\circ$   
da 2./2 si ha  $\alpha/2 + \beta = 45^\circ$   
sottraendo a membro a  
membro si ricava  $\delta = \alpha/2$

---

## Risoluzione e accuratezza in un triangolatore ottico passivo (esempi)

---

- L'accuratezza/risoluzione della misura di distanza dipende dall'accuratezza/risoluzione con cui si determina l'angolo  $\alpha$
- Ad esempio, con un goniometro a vite micrometrica si può risolvere  $\Delta\alpha \approx 3 \text{ mrad}$  ( $0.17^\circ$ ) mentre con un *encoder angolare* si può raggiungere  $\Delta\alpha \approx 0.1 \text{ mrad}$  ( $0.0057^\circ$ )

Es.: per  $L=1 \text{ m}$  scegliamo  $D=10 \text{ cm} \Rightarrow \alpha \cong D/L=0.1 \text{ rad}$

$$\frac{\Delta L}{L} = \begin{array}{l} 3\% \quad \text{vite} \quad (3 \text{ cm}) \\ 0.1\% \quad \text{encoder} \quad (1 \text{ mm}) \end{array}$$

se per  $L=100 \text{ m}$  scegliamo  $D=1 \text{ m} \Rightarrow \alpha = D/L=0.01 \text{ rad}$

$$\frac{\Delta L}{L} = \begin{array}{l} 30\% \quad \text{vite} \quad (30 \text{ m}) \\ 1\% \quad \text{encoder} \quad (1 \text{ m}) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{sarebbe insensato} \\ \text{tenere } D=10 \text{ cm} \end{array}$$

- Le prestazioni sono buone se  $D/L$  non diventa troppo piccolo e quindi per range medio-brevi

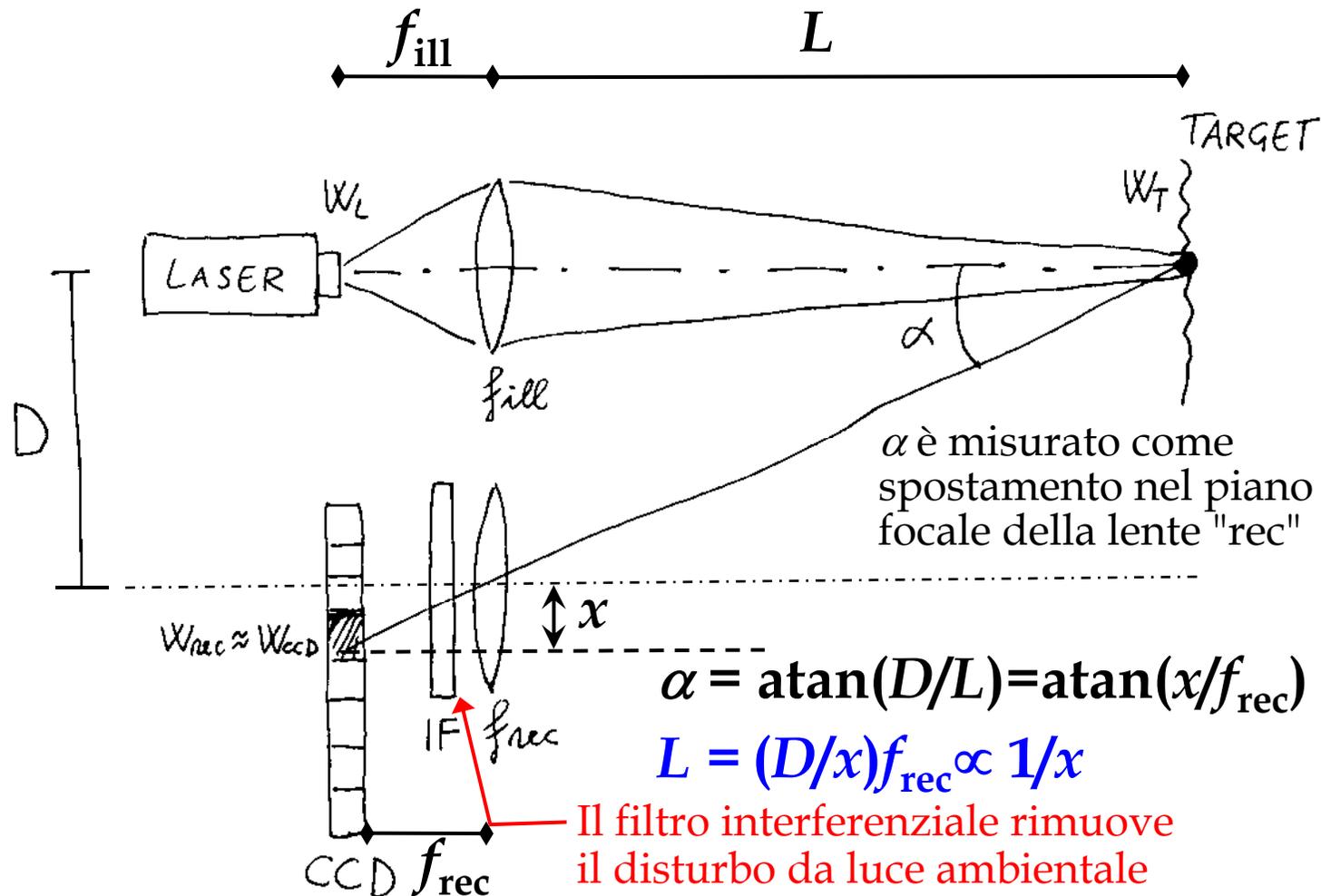
---

## — Triangolatore ottico “attivo” (laser)

---

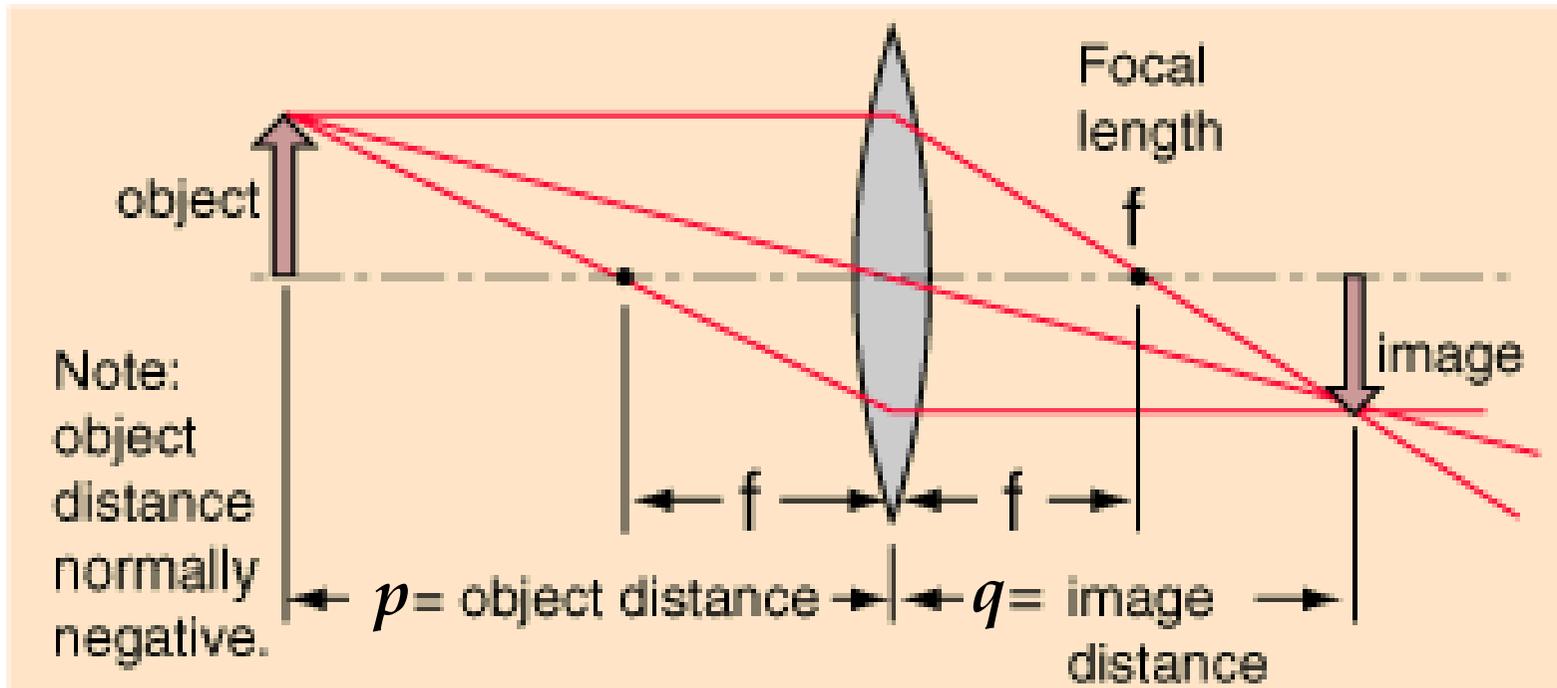
- **Si eliminano le parti in movimento** (rispetto al triangolatore passivo) e si ottiene una risposta molto rapida e accurata, e ben ripetibile
- Una  $\lambda$  **nel visibile** per semplicità di “vedere il bersaglio” (He-Ne a 633 nm o LD-VIS o Nd:YAG-2 $\times$ )
- Il **fascio laser** esegue un percorso di **andata e ritorno** dal telemetro al bersaglio. **Misura con sensore di posizione** ottica (2Q/PSD/CCD) dell'**angolo  $\alpha$**  tra il fascio d'andata e quello di ritorno. L'ottica di ricezione è disassata a distanza  $D$  dall'ottica di lancio: si ricava poi  $L=D/\tan\alpha$

# Triangolatore laser o triangolatore attivo



$$\frac{w_L}{f_{\text{ill}}} = \frac{w_T}{L} \quad \frac{w_T}{L} = \frac{w_{\text{rec}}}{f_{\text{rec}}} \quad \Rightarrow \quad w_{\text{rec}} = \frac{f_{\text{rec}}}{f_{\text{ill}}} w_L$$

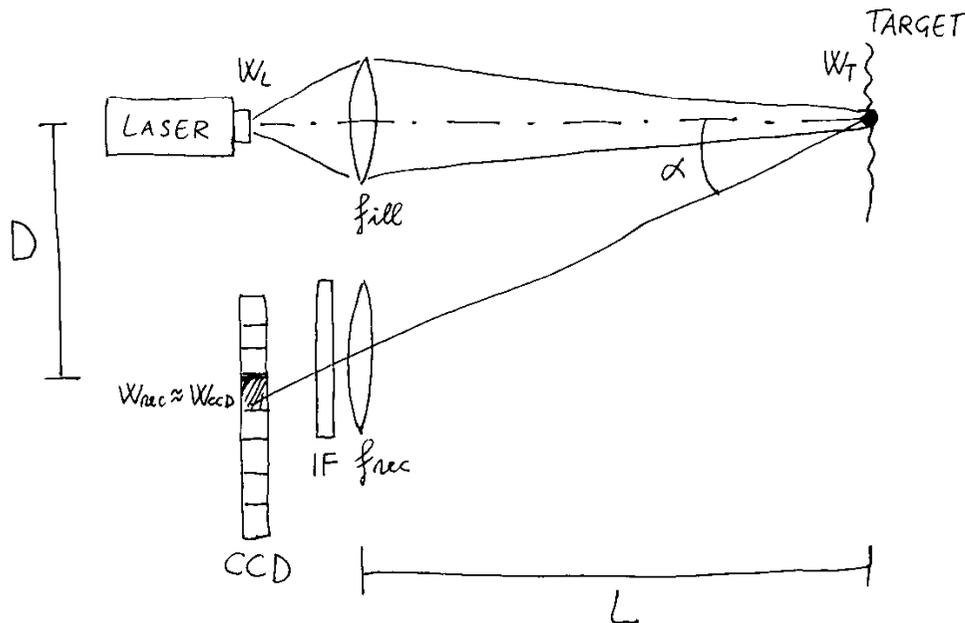
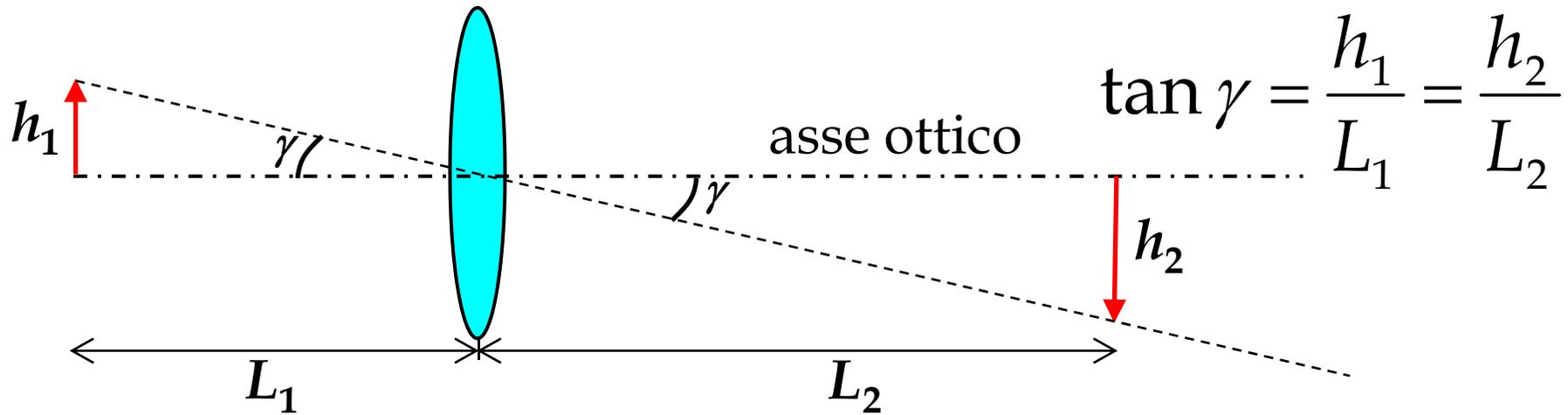
# Immagine da una lente sottile in "ottica geometrica" [richiami]



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Per un oggetto a distanza  $p=f$  (distanza focale) dalla lente, l'immagine si forma "all'infinito" ovvero a una distanza  $q=\infty$

# Dimensionamento della macchia laser nel triangolatore attivo [passaggi]



verso il bersaglio

$$\begin{aligned} h_1 &= w_L \text{ e } L_1 = f_{\text{ill}} \Rightarrow w_T = \frac{L}{f_{\text{ill}}} w_L \\ h_2 &= w_T \text{ e } L_2 = L \end{aligned}$$

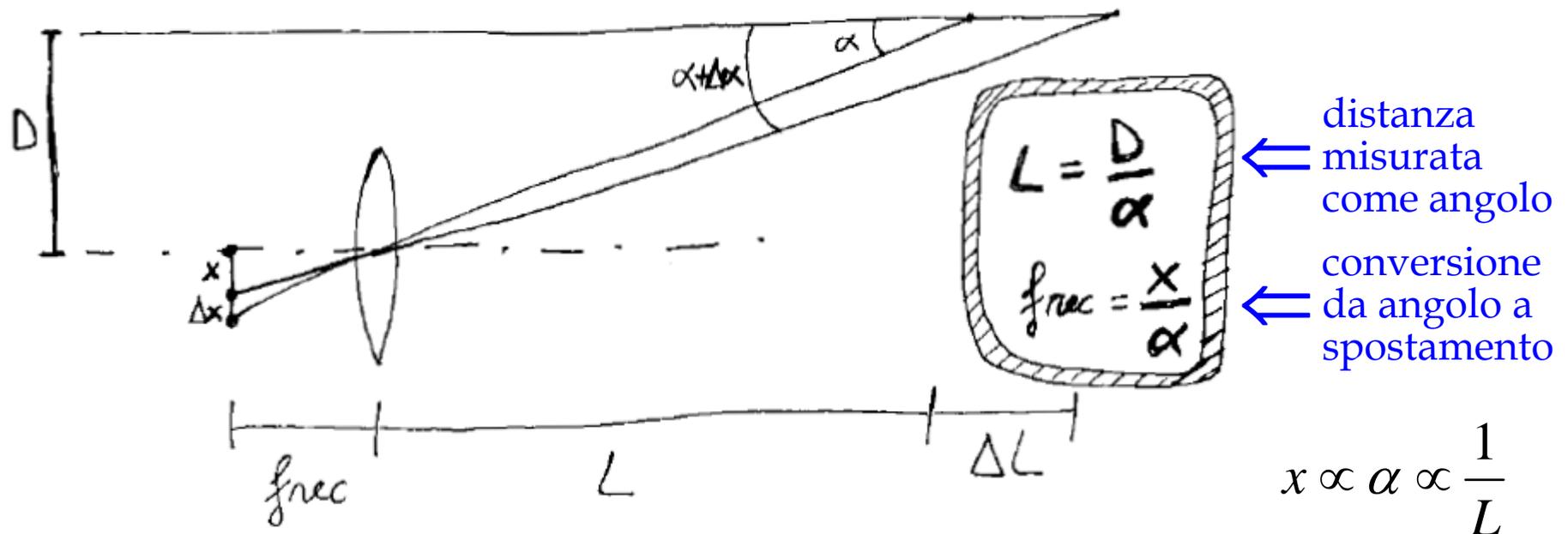
verso il rivelatore

$$\begin{aligned} h_1 &= w_T \quad L_1 = L \\ h_2 &= w_{\text{rec}} \quad L_2 = f_{\text{rec}} \Rightarrow w_{\text{rec}} = \frac{f_{\text{rec}}}{L} w_T \end{aligned}$$

$$w_{\text{rec}} = \left( \frac{f_{\text{rec}}}{f_{\text{ill}}} \right) w_L$$

## Equazioni della misura per il triangolatore ottico attivo (1/2)

Indichiamo con  $x$  la **distanza** della macchia rivelata sul CCD **dall'asse ottico della lente di ricezione** (che a sua volta è a distanza  $D$ , fissa, dall'asse ottico di lancio)



A una piccola variazione  $L \pm \Delta L$  corrisponde una var.  $\alpha \mp \Delta \alpha$  e  $x \mp \Delta x$  (è la lente che converte  $\alpha$  in  $x$  e  $\Delta \alpha$  in  $\Delta x$ ) 14/57

## Equazioni della misura per il triangolatore ottico attivo (2/2)

La misura di  $L$  ricavata dalla posizione  $x$  sul CCD è

$$L = \frac{D}{x} f_{\text{rec}} \rightarrow \frac{1}{\alpha}$$

per cui, differenziando in  $L$  e in  $x$ , si ottiene

$$\Delta L = -\frac{D}{x^2} f_{\text{rec}} \Delta x \quad \text{come per il triangolatore passivo}$$

ma con  $x$  e  $\Delta x$  al posto di  $\alpha$  e  $\Delta \alpha$

e infine

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta x}{x} = -\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$$

$$\Delta L = -\frac{f_{\text{rec}}}{D} \cdot L^2 \cdot \Delta x \propto L^2$$

$$\frac{\Delta L}{L} \propto L$$

ancora come per il  
triangolatore ottico passivo

---

## Esercizio sul triangolatore laser (formule "note": solo calcoli)

---

DATI: analogamente al caso del triangolatore ottico passivo, lavoriamo con  $D=10$  cm (e  $f_{\text{rec}}=25$  cm) per  $L=1$  m e consideriamo ora  $w_L=5$   $\mu\text{m}$  e  $w_{\text{CCD}}=10$   $\mu\text{m}$ :

$$x = -\frac{D}{L} f_{\text{rec}} = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ m}} 250 \text{ mm} = 25 \text{ mm}$$

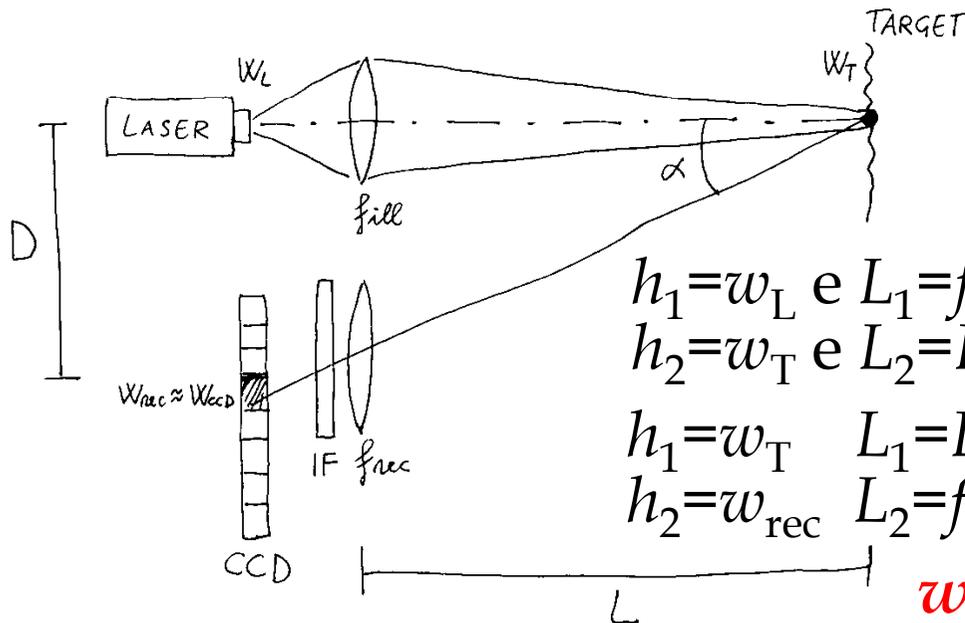
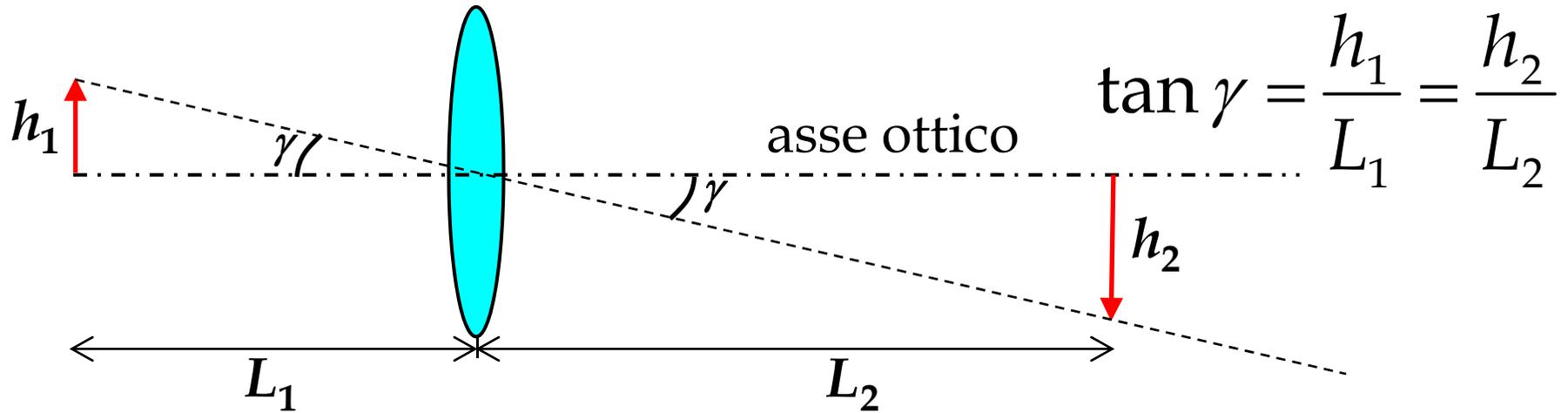
Se risolviamo  $\Delta x=10$   $\mu\text{m}$  ( $\approx w_{\text{CCD}}$ ) ul rivelatore,

$$\frac{\Delta L}{L} = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{25} = 4 \cdot 10^{-4} \quad \left( \begin{array}{l} \Delta L=400 \mu\text{m} \\ \text{(su } L=1 \text{ m)} \end{array} \right)$$

$$|\Delta \alpha| = 4 \cdot 10^{-4} \alpha \cong 4 \cdot 10^{-4} \frac{D}{L} = 40 \mu\text{rad}$$

Ricordiamo che per il triangolatore passivo si aveva  $\Delta \alpha \approx 3$  mrad (goniometro micrometrico) e  $\Delta \alpha \approx 0.1$  mrad (*encoder* angolare) 16/57

# Esercizio sul triangolatore attivo (con dati, calcoli e passaggi per ricavare $w_{rec}$ )



DATI:

$L=1 \text{ m}$     $w_L=5 \mu\text{m}$   
 $f_{ill}=125 \text{ mm}$     $f_{rec}=250 \text{ mm}$

$$h_1=w_L \text{ e } L_1=f_{ill} \Rightarrow w_T = \frac{L}{f_{ill}} w_L = \frac{1000}{125} \cdot 5 \mu\text{m} = 40 \mu\text{m}$$

$$h_2=w_T \text{ e } L_2=L$$

$$h_1=w_T \quad L_1=L$$

$$h_2=w_{rec} \quad L_2=f_{rec} \Rightarrow w_{rec} = \frac{f_{rec}}{L} w_T = \frac{250}{1000} \cdot 40 \mu\text{m} = 10 \mu\text{m}$$

**$w_{rec} = (f_{rec}/f_{ill})w_L = 10 \mu\text{m} \approx w_{CCD}$**  <sup>57</sup>

---

## Interpolazione nel triangolatore laser

La risoluzione spaziale  $\Delta x$  sul CCD limita la risoluzione angolare  $\Delta\alpha$  e dunque la ris.  $\Delta L$  nella misura di distanza

Sfruttando l'estensione spaziale della macchia laser sul CCD, si può **interpolare su più pixel** illuminati e risolvere agevolmente anche la frazione di pixel (ad es.  $\Delta x = 0.2w_{\text{CCD}}$  o anche meno) con il conseguente miglioramento in risoluzione angolare e di distanza

ESERCIZIO:

impiegando un triangolatore con una macchia laser (gaussiana) con dimensione  $w_{\text{rec}} = 50 \mu\text{m}$  su un CCD da 1024 pixel (a 12 bit in ampiezza e con  $w_{\text{CCD}} = 10 \mu\text{m}$ ), si vuole ricavare la posizione del "centro di macchia" ottenuta per interpolazione tra i pixel illuminati

---

## Esercizio sul triangolatore laser

---

DOMANDE:

- se il laser del telemetro è un He-Ne a 633 nm, quale tipo di CCD conviene impiegare? perché?
- quanti e quali pixel sul CCD sono "sufficientemente illuminati" quando la "luce diffusa" copre  $1/1000$  (in ampiezza) della dinamica di misura?
- come conviene ricavare la posizione del centro dello spot sul CCD? quanto è l'angolo spot "visibile"?
- quali sono i limiti all'accuratezza?
- ipotizzando di poter ottenere una risoluzione di 0.1 pixel, si ricavi la risoluzione assoluta del telemetro alla minima distanza misurabile  $\approx 10 \text{ m}$

---

## Esercizio sul triangolatore laser

RISPOSTE:

- per un laser a He-Ne nel rosso conviene impiegare un **CCD al silicio**, sensibile nel visibile ed economico
- per calcolare quanti e quali **pixel** sul CCD sono "**sufficientemente illuminati**", occorre prima stabilire cosa intendiamo per "sufficientemente illuminati": siccome il singolo pixel risolve  $N=2^n=2^{12}=4096$  livelli di fotocorrente e dunque di potenza ottica incidente, diremo che un pixel è suff. illuminato ( $SNR=1$ ) se la fotocorrente di segnale è uguale alla fotocorrente minima rivelabile (dettata dalla quantizzazione o dal rumore elettronico del rivelatore + la "luce di fondo")  
[in generale un pixel è illuminato se il suo livello di segnale di luce porta l'uscita a un livello diverso da zero (sola quantizzazione) oppure il pixel è bene illuminato quando il suo livello di "segnale" è  $>1/100$  del picco/dinamica del segnale ottico ("rumore" e luce di fondo)]

---

## Esercizio sul triangolatore laser

---

La potenza ottica sul singolo pixel è l'intensità ottica per la dimensione (area) del pixel (precisamente, occorre integrare l'intensità sulla superficie del pixel)

L'intensità ottica decresce come  $\exp(-2r^2/w_{\text{rec}}^2)$  allontanandosi dal picco (in  $r=0$ ). Dunque si otterrà  $1/M$ -esimo del valore di picco quando  $2r^2=w_{\text{rec}}^2 \ln(M)$  ovvero  $r/w_{\text{rec}}=(0.5 \ln M)^{0.5}=[0.5 \cdot 2.3 \cdot \log_{10} M]^{0.5}$

Si ottiene allora

$$r \approx k \cdot w_{\text{rec}} \text{ con } k = [0.5 \cdot 2.3 \cdot \log_{10} M]^{0.5}$$

naturalmente poi  $w_{\text{rec}}$  corrisponde a un certo numero di pixel e quindi  $r$  è esprimibile "conteggiato in pixel"

---

## Esercizio sul triangolatore laser

per  $1/M=1/10$  del picco,  $r \cong 1.1 \cdot w_{\text{rec}}$   
sola quantizzazione: [d'altronde  $\exp(-2)=13\% \approx 1/10$ ]

si otterrà  $1/4096 \approx 1/4000$  del valore di picco quando  
 $2r^2 = w_{\text{rec}}^2 \ln(4000)$  ( $\approx 4000$  sono i livelli di ampiezza per  $n=12$  bit)

$$r/w_{\text{rec}} = (0.5 \cdot \ln 4000)^{0.5} = [1.15 \cdot \log_{10} 4000]^{0.5} = [1.15 \times 3.6]^{0.5} \approx 2$$

si ottiene allora  $r \approx 2w_{\text{rec}} = 2 \cdot 50 \mu\text{m} \cong 100 \mu\text{m}$  il che  
corrisponde a 10 pixel di dimensione  $10 \mu\text{m}$  (partendo  
dal centro della gaussiana). Il totale di pixel bene  
illuminati è dunque 20 pixel ( $\pm 10$ ), per una dimensione  
(diametro) dello *spot* "visibile" di circa  $200 \mu\text{m}$

con rumore e fondo (a  $1/100$  dal picco):

si otterrà  $1/100$  del valore di picco per  $2r^2 = w_{\text{rec}}^2 \ln(100)$

$$r/w_{\text{rec}} = (0.5 \cdot \ln 100)^{0.5} = [1.15 \cdot \log_{10} 100]^{0.5} = [2.3]^{0.5} \approx 1.5$$

e  $r \cong 75 \mu\text{m}$  con uno *spot* ben illuminato di circa  $150 \mu\text{m}$ ,  
come diametro, il che corrisponde a 15 pixel

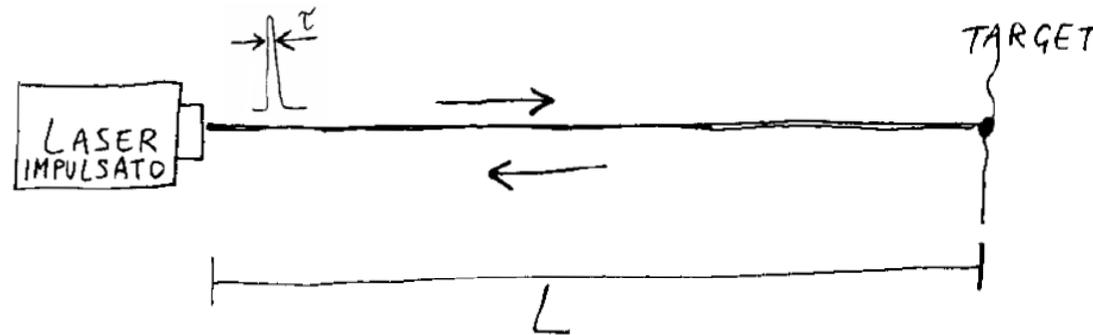
---

## Esercizio sul triangolatore laser

usando come pesi le fototensioni corrispondenti

- La **posizione** dello *spot* sul CCD può essere ricavata dalla media pesata dei punti della gaussiana, magari sottratto il rumore di fondo, e preferibilmente dalla media dei soli punti bene illuminati; oppure da una regressione ai min. quad. con funz. (gaussiana + *offset*): immaginiamo di riuscire a ottenere  $\Delta x = 0.1 \text{ pixel} = 1 \mu\text{m}$
- I limiti all'**accuratezza** sono imposti dal rumore al rivelatore (luce ext., rumore *shot*, corrente di buio del CCD, altro rumore quantizz./elettronico) che può dare una stima errata del baricentro della gaussiana ideale
- Il CCD ha dimensione  $x_{\text{max}} = 1024 \cdot 10 \mu\text{m} \approx 1 \text{cm}$  e, considerando che  $\Delta x / x_{\text{max}} = \Delta \alpha / \alpha_{\text{max}} = -\Delta L / L_{\text{min}}$ , la **risoluzione** assoluta cercata è  $\Delta L = L_{\text{min}} (\Delta x / x_{\text{max}}) = 10 \text{m} \cdot (1 \mu\text{m} / 1 \text{cm}) = 1 \text{mm}$  [su dieci metri:  $10^{-4}$ ]

# Telemetri a tempo di volo (principio e equazioni di funzionamento)



La radiazione laser percorre un cammino  $2L$  (andata e ritorno) in un tempo  $T$ , viaggiando a velocità  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s

$$T = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{c}{2} T$$

**$\Delta L$  è costante e dipende solo dal  $\Delta T$  che si riesce a risolvere**

$$\Delta L = \frac{c}{2} \Delta T \quad \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta T}{T}$$

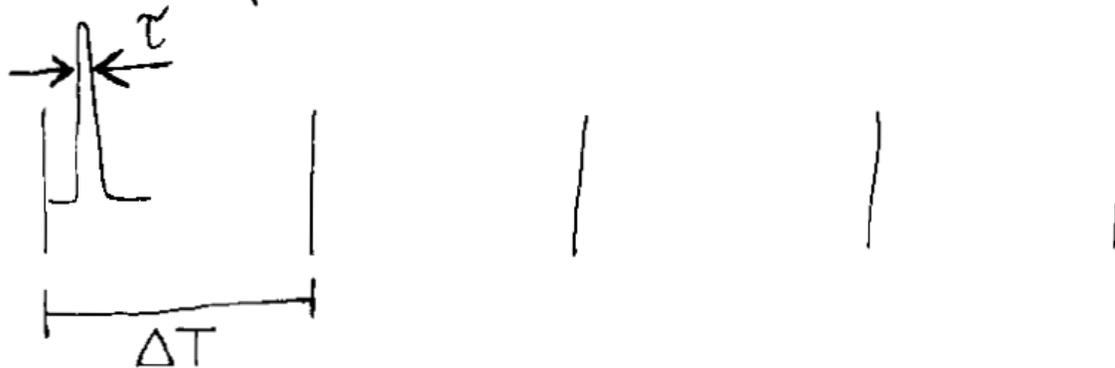
Ad es., per risolvere  $\Delta L = 1$  m occorre  $\Delta T = 2 \cdot 1 \text{ m} / 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cong 7 \text{ ns} \approx \tau$  (limite per laser *Q-switching*; per  $\tau$  più brevi occorre *mode-locking*; potenza...)  
per  $\Delta L = 1$  mm  $\rightarrow \Delta T \cong 7$  ps... difficile andare sotto il mm con TOF convenzionale

---

## Telemetri a tempo di volo (risoluzione spaziale e temporale)

---

- in impulsata  $\tau \lesssim \Delta T$



essendo 
$$\Delta T = \frac{2 \Delta L}{c}$$

La **risoluzione spaziale**  $\Delta L$  della misura dipende dalla **risoluzione temporale**  $\Delta T$  e dunque dalla durata dell'impulso

Per risolvere un intervallo ("distanza") temporale  $\Delta T$  occorre lavorare con **impulsi di durata**  $\tau \lesssim \Delta T$  e quindi anche con un'elettronica di fotorivelazione "veloce" con **banda**  $B \approx (1/\tau)$  25/57

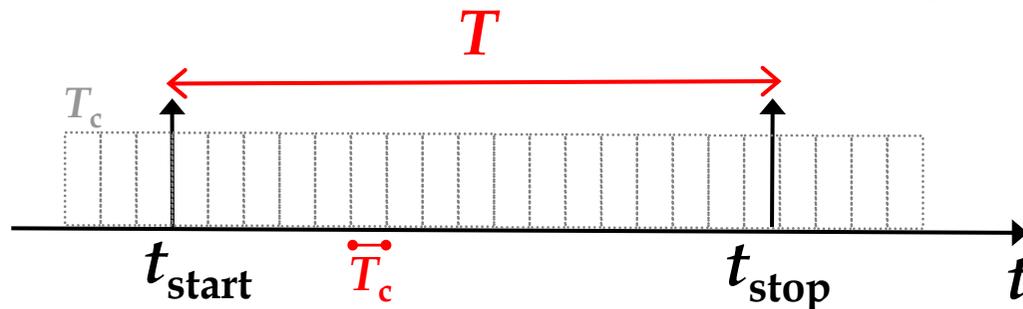
---

## Telemetri a tempo di volo (misura di intervallo di tempo)

---

La misura dell'intervallo di tempo  $T$  si fa con un contatore elettronico, che "conta" la **distanza tra**  $t_{\text{start}}$  (impulso lanciato e  $t_{\text{stop}}$  (eco ricevuto), sui segnali elettrici fotorivelati.

La posizione degli impulsi sull'asse del tempo è determinata da un **discriminatore a soglia (trigger)** sugli impulsi di tensione



$$T = T_{\text{stop}} - T_{\text{start}} \cong N T_c$$

Non è detto che un particolare tempo  $t$  cada esattamente su una transizione del *clock* e quindi nella misura di  $t$  ci sarà una risoluzione finita  $T_c$  del contatore elettronico, con incertezza di quantizzazione  $u_q(t) = \sigma(t) = T_c / \sqrt{12}$

---

## Telemetri a tempo di volo (incertezza di misura per $T=t_{\text{stop}}-t_{\text{start}}$ )

---

Se si ha incertezza  $u(t)=u_q(t)$  sia su  $t_{\text{start}}$  che su  $t_{\text{stop}}$  allora l'incertezza complessiva sulla misura del tempo di volo  $T$  è  $u(T) = [u^2(t_{\text{stop}})+u^2(t_{\text{start}})]^{1/2} = \sqrt{2}u_q(t) = T_C/\sqrt{6}$

Se  $t_{\text{start}}$  fa partire il *clock* con periodo  $T_C$  allora  $u(t_{\text{start}})=0$   
[ gli impulsi di *clock* partono al tempo  $t=t_{\text{start}}$  ]  
e per il tempo di volo si ha  $u(T) = u(t_{\text{stop}}) = T_C/\sqrt{12}$

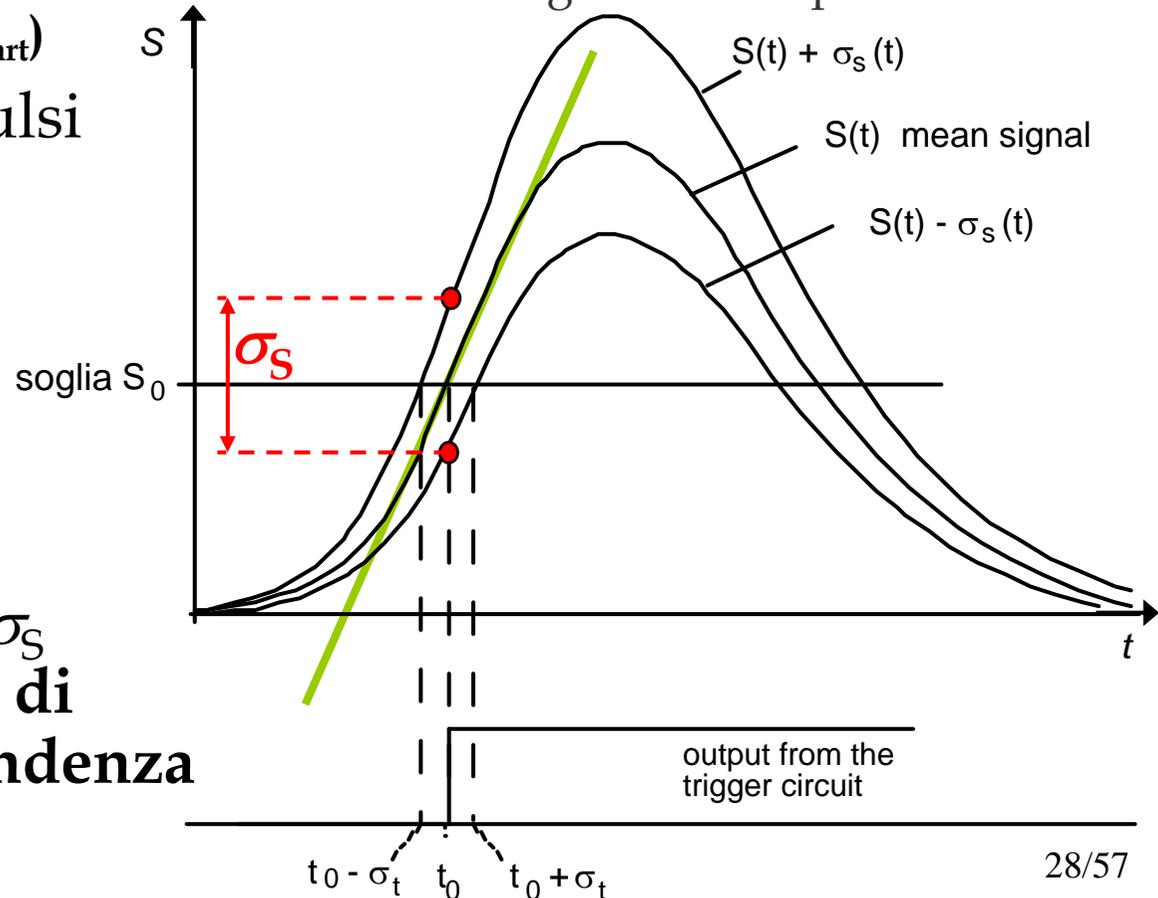
In generale, scegliendo il periodo  $T_c$  del *clock* sufficientemente breve, l'incertezza di misura dipenderà da altri fattori (dominanti sulla “piccola quantizzazione”):  
in particolare dal **rumore di ampiezza** al discriminatore di soglia (*trigger*). Tale rumore dipenderà dal rumore elettronico del circuito e dal **rumore di ampiezza sul segnale fotorivelato**

# Telemetri a tempo di volo (discriminazione a soglia e rumore: $\sigma^2$ )

Il tempo di volo è misurato come  $T = t_{\text{stop}} - t_{\text{start}}$  e la varianza associata è  $\sigma^2(T) = \sigma^2(t_{\text{start}}) + \sigma^2(t_{\text{stop}}) \cong \sigma^2(t_{\text{stop}})$  **segnale più rumoroso**  
La rivelazione dell'impulso di luce che segna  $t_{\text{stop}}$  è "più rumorosa" (ovvero con SNR più basso) in quanto il segnale di luce di ritorno dal bersaglio è molto più debole di quello lanciato  $\sigma^2(t_{\text{stop}}) \gg \sigma^2(t_{\text{start}})$

La posizione degli impulsi sull'asse del tempo è determinata da un **discriminatore a soglia (trigger)** che agisce sul segnale  $S(t)$  all'uscita del foto-rivelatore

Il **rumore di ampiezza  $\sigma_s$**  si traduce in un **rumore di tempo  $\sigma_t$**  secondo la **pendenza nel punto di trigger**



# Telemetri a onda continua (principio)

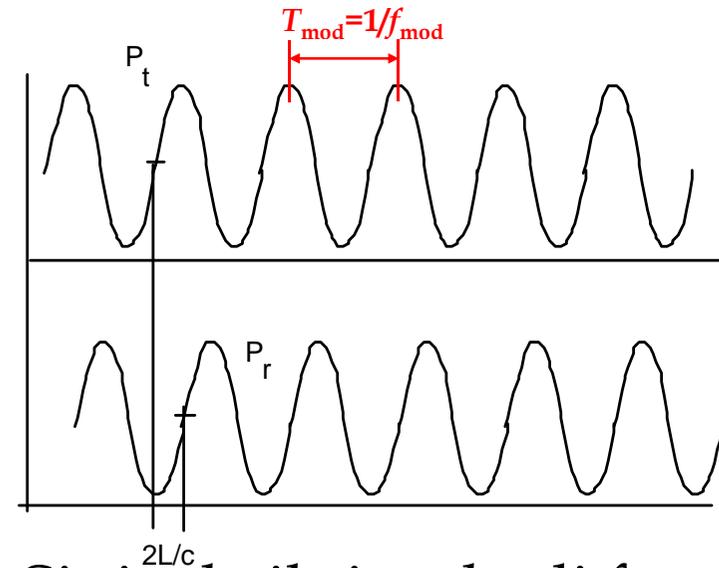
Potenza ottica modulata sinusoidalmente a frequenza  $f_{\text{mod}}$

$$P(t) = P_0 [1 + m \cdot \sin(2\pi f_{\text{mod}} t)]$$

- in CW con modulazione sinusoidale  
Si misura lo sfasamento tra il segnale ricevuto e quello trasmesso

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta T}{T_{\text{mod}}}$$

con  $\Delta T = \frac{2L}{c}$  tempo di volo



Si rivela il ritardo di fase  $\Delta\varphi$  tra segnale ricevuto ( $P_r$ ) e segnale trasmesso ( $P_t$ )

# Telemetri a onda continua (equazioni di funzionamento)

La misura di distanza si ottiene come

$$L = \frac{c}{2} \frac{1}{2\pi f_{\text{mod}}} \Delta\varphi = S^{-1} \Delta\varphi$$

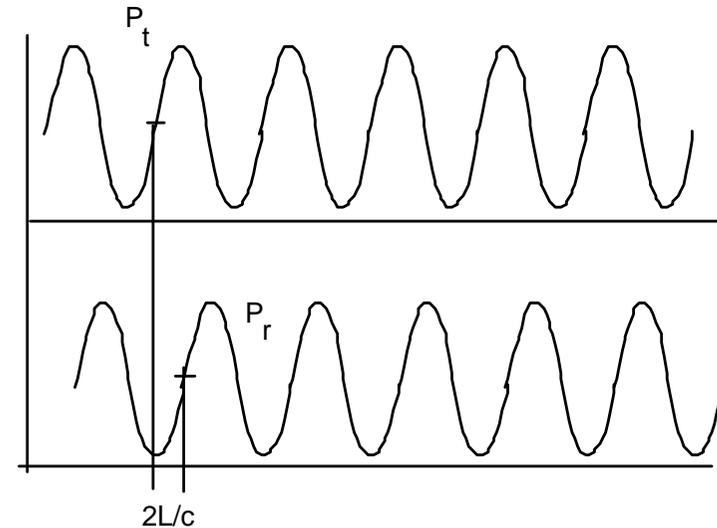
la sensibilità  $S$  della misura cresce all'aumentare della  $f_{\text{mod}}$

dice come varia  $\Delta\varphi$  (misurando)  
per una variazione della distanza  $L$

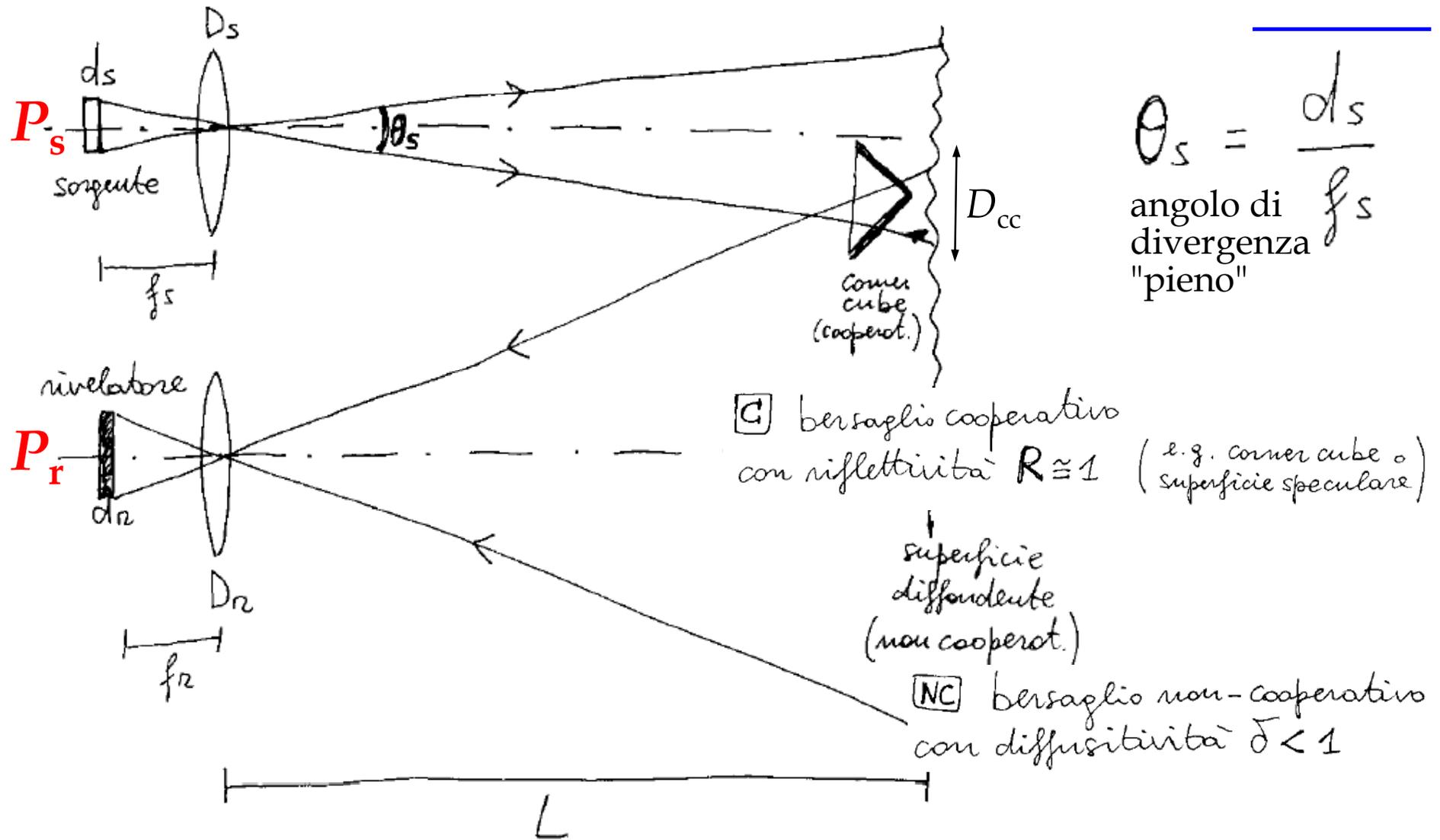
$$S = \frac{\delta(\text{uscita})}{\delta(\text{ingresso})} = \frac{\delta(\Delta\varphi)}{\delta(L)} = \frac{2\pi f_{\text{mod}}}{c/2} \propto f_{\text{mod}}$$

con  $f_{\text{mod}} = 10 \text{ MHz}$   
e  $\delta(\Delta\varphi) = 2 \text{ mrad}$   
si ottiene  $\delta(\Delta L) \cong 5 \text{ mm}$

La sensibilità della misura (di fase  $\Delta\varphi$ ) cresce all'aumentare della frequenza di modulazione, ma se  $f_{\text{mod}}$  è troppo alta si avranno altri problemi (ambiguità della misura)



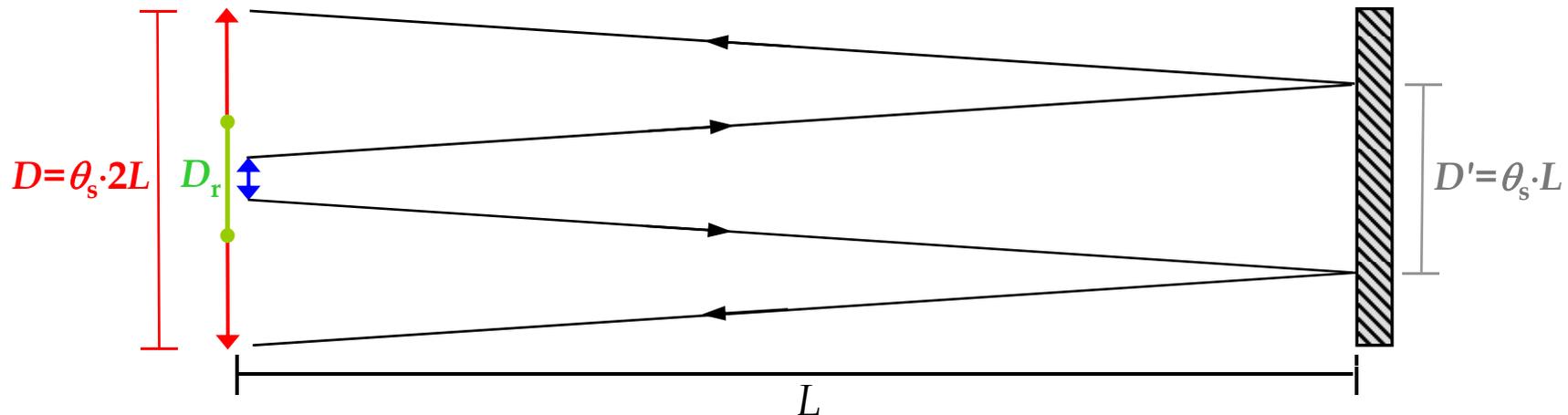
# Power budget per i telemetri ottici



Naturalmente  $L \gg f_s, f_r, D_s, D_r$

# Bersaglio cooperativo (riflettente) (1/2)

Quando il bersaglio è cooperativo, ad es. un *corner cube*, si comporta **come uno specchio** e quindi il ricevitore vede la sorgente come se fosse a una **distanza  $2L$**  superficie riflettente di dimensione infinita



La dimensione di macchia (diametro) a una distanza  $2L$  è  $\theta_s \cdot 2L$  e dunque la frazione di potenza raccolta (rispetto alla potenza lanciata dalla sorgente), su un'area circolare di diametro  $D_r$  (lente ricevente) posta a distanza  $2L$  è pari a

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{(\pi/4) D_r^2}{(\pi/4) \theta_s^2 4L^2}$$

rapporto tra l'area del ricevitore e l'area del fascio d'arrivo  
 rapporto d'aree al ricevitore

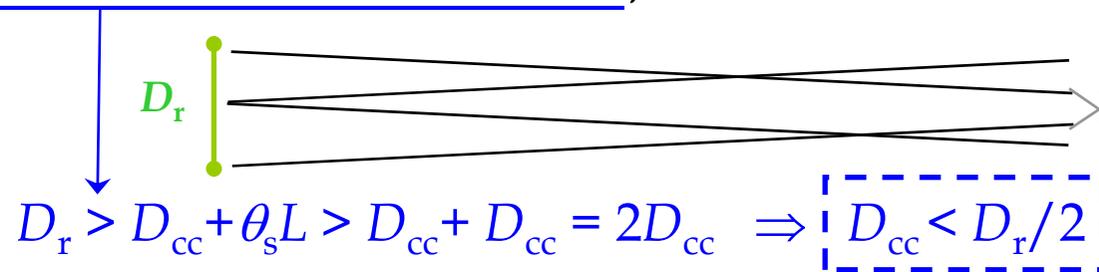
**se tutto il ricevitore è illuminato ( $D > D_r$ )**

# Bersaglio cooperativo (riflettente) (2/2)

Se il *corner cube* ha un diametro inferiore a quello dello *spot* laser che lo investe ( $D_{cc} < \theta_s L$  ovvero "*corner cube* che diaframma") e il ricevitore raccoglie tutto il fascio riflesso, si ha

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{D_{cc}^2}{\theta_s^2 L^2}$$

rapporto d'area al CC



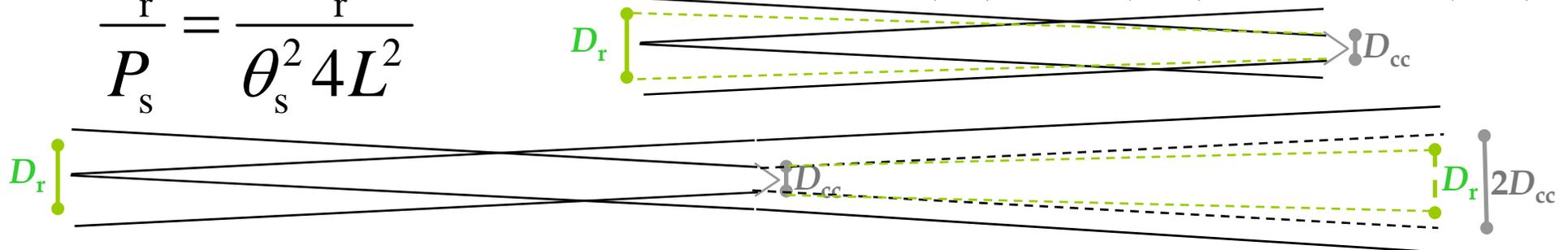
$\frac{(2D_{cc})^2}{\theta_s^2 4L^2}$   
è come un r. con  $D_r = 2D_{cc}$

Se oltre al *corner cube* anche il ricevitore diaframma il fascio, si ha nuovamente (come per il riflettore infinitamente esteso)

rapporto d'area al ricevitore

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{D_r^2}{\theta_s^2 4L^2}$$

$$\alpha_1 = \frac{D_{cc}^2}{(\theta_s L)^2} \quad \alpha_2 = \frac{D_r^2}{(2D_{cc})^2} \quad \alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2 = \frac{D_r^2}{(\theta_s 2L)^2}$$

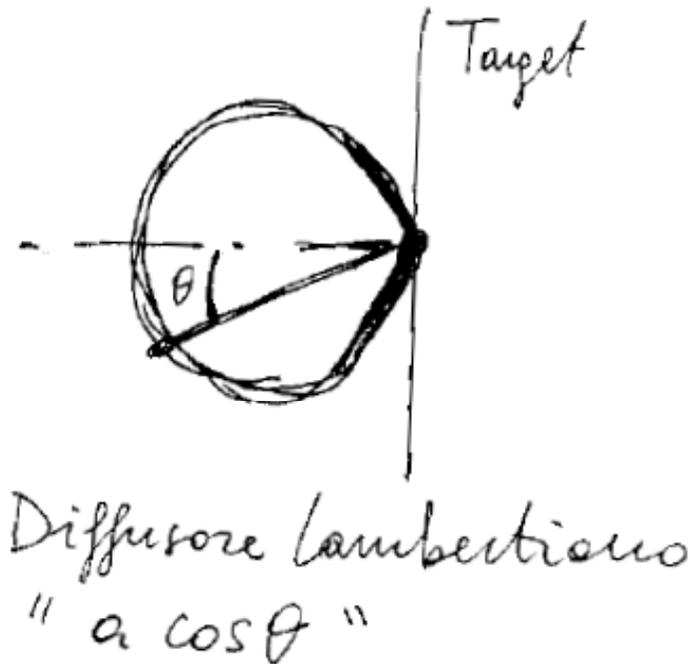


La condizione di ricevitore che diaframma vale quando  $D_r/2L < D_{cc}/L$   
 $\Rightarrow$  solo per  $D_{cc} < D_r/2$  sarà il *corner cube* a diaframmare

## Bersaglio non-cooperativo (diffondente)

Quando il bersaglio è non-cooperativo, la **superficie** illuminata, di area  $A_T$ , è **diffondente** con un coefficiente di diffusività  $\delta < 1$

la radianza del bersaglio è  $1/\pi$  volte la intensità ottica (che senza attenuazione è  $\delta P_s / A_T$ )



$$B = \frac{1}{\pi} \delta \frac{P_s}{A_T} \text{ radianza (W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Sr}^{-1}\text{)}$$

---

## Bersaglio non-cooperativo (diffondente)

---

Indicando con  $\Omega_r$  l'angolo solido con cui il bersaglio vede il ricevitore, sarà

$$\Omega_r = \pi \theta_r^2 = \frac{\pi D_r^2}{4L^2} \quad \text{essendo } \theta_r = (D_r/2)/L \quad \begin{array}{l} \text{angolo di vista} \\ \text{del ricevitore} \\ \text{dal bersaglio} \end{array}$$

e dunque la potenza raccolta al ricevitore è

$$P_r = B \cdot A_T \cdot \Omega_r = \frac{\delta P_s}{\pi A_T} \cdot A_T \cdot \frac{\pi D_r^2}{4L^2} = \delta P_s \frac{D_r^2}{4L^2}$$

con una frazione di potenza raccolta

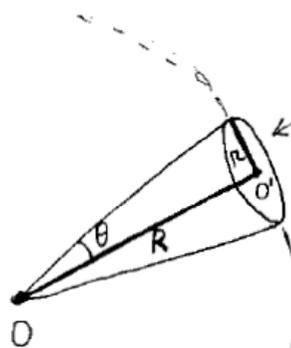
$$\frac{P_r}{P_s} = \delta \frac{D_r^2}{4L^2} \quad \begin{array}{l} \text{come per il cooperativo} \\ \text{ma con } \delta \text{ al posto di } 1/\theta_s^2 \\ \text{e naturalmente } \delta \leq 1 \ll 1/\theta_s^2 \end{array}$$

# Angolo solido

$$\Omega = \int d\Omega = \int_0^r \frac{2\pi\rho \cdot d\rho}{R^2} = \frac{2\pi}{R^2} \int_0^r \rho \cdot d\rho = \frac{2\pi}{R^2} \frac{r^2}{2} = \pi \frac{r^2}{R^2}$$

ANGOLO SOLIDO

$$d\Omega = \frac{\vec{M}_m \cdot \vec{M}_R}{R^2} dS$$



superficie "elementare"  $S$ , di raggio  $r$ , centrata attorno al punto  $O'$  della direzione di vista  $\overline{OO'}$

← superficie sferica, di raggio  $R$ , centrata nel punto di vista  $O$

L'angolo piano è  $\theta = \frac{r}{R}$  ( $r \ll R$ )

$S_{\text{sfera}} = 4\pi R^2$  e  $\Omega_{\text{giro}} = 4\pi$

L'angolo solido è t.c.

$\Omega : \Omega_{\text{giro}} = S : S_{\text{sfera}}$

$$\Omega = \frac{S}{S_{\text{sfera}}} \cdot 4\pi = \frac{\pi r^2}{4\pi R^2} 4\pi = \pi \frac{r^2}{R^2} = \pi \theta^2$$

Def. # Il radiante

è l'angolo piano che sottende, su una circonferenza centrata nel suo vertice, un **arco di lunghezza uguale al raggio** (della circonfer.).

Def. # Lo steradiano

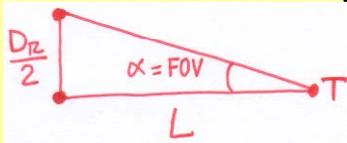
è l'angolo solido che sottende, su una sfera centrata nel suo vertice, una **calotta sferica di area uguale al quadrato del raggio** (della sfera).

# Power budget con diffrazione e perdite aggiuntive

Tenendo conto anche delle **perdite di potenza** delle ottiche attraversate ( $T_{\text{opt}} \leq 1$ ) e della tratta  $2L$  in atmosfera ( $T_{\text{atm}} \leq 1$ ):

$$\left[ \frac{P_r}{P_s} \right]_C = T_{\text{opt}} T_{\text{atm}} \frac{D_r^2}{\theta_s^2 4L^2}$$

$$\left[ \frac{P_r}{P_s} \right]_{\text{NC}} = T_{\text{opt}} T_{\text{atm}} \delta \frac{D_r^2}{4L^2}$$

$$\frac{P_r}{P_s} = G \cdot FOV_{\text{eq}}^2$$


con  $FOV_{\text{eq}} = \frac{D_r / 2}{L_{\text{eq}}}$

Si può infine scrivere una **espressione generalizzata**

$$\frac{P_r}{P_s} = G \frac{D_r^2}{4L_{\text{eq}}^2}$$

$L_{\text{eq}} = L / \sqrt{T_{\text{atm}}}$   
**lunghezza equivalente**

$G = \begin{cases} T_{\text{opt}} / \theta_s^2 & \text{cooperativo} \\ T_{\text{opt}} \delta & \text{non-cooperativo} \end{cases}$   
**guadagno equivalente**

---

## Guadagno del telemetro

---

Il guadagno del telemetro può anche essere  $G \gg 1$  nel caso di un **bersaglio cooperativo**

$$G = T_{\text{opt}} / \theta_s^2 \approx 10^6 \quad \text{se } \theta_s = 1 \text{ mrad e } T_{\text{opt}} \cong 1$$

e in questo caso l'espressione è del tutto analoga al "guadagno d'antenna" in una trasmissione radio

Il guadagno del telemetro è sempre  $G < 1$  nel caso di un **bersaglio non-cooperativo** ( $\delta_{\text{typ.}} = 0.5-0.1$ )

Delle buone **ottiche** (trattate **antiriflesso** alla  $\lambda$  laser) danno perdita per riflessione  $< 1\%$ , ad ogni superficie attraversata, e perdita per assorbimento+diffusione nel materiale (vetro o quarzo)  $< 10^{-3} \Rightarrow$  trasmissività complessiva  $T_{\text{opt}} > 0.9-0.98 \cong 1$

---

## Coefficiente di attenuazione

---

Durante la sua propagazione , il fascio laser subisce **perdite per assorbimento e diffusione** da parte di molecole o particolato comunque presenti **nell'atmosfera**

$$T_{\text{atm}} = \exp ( -2\alpha L ) = P(z=2L) / P(z=0) \quad \text{dalla legge di Lambert-Beer}$$

$$\alpha = a(\lambda) + s(\lambda) = \alpha(\lambda) \quad \text{coefficiente di attenuazione}$$

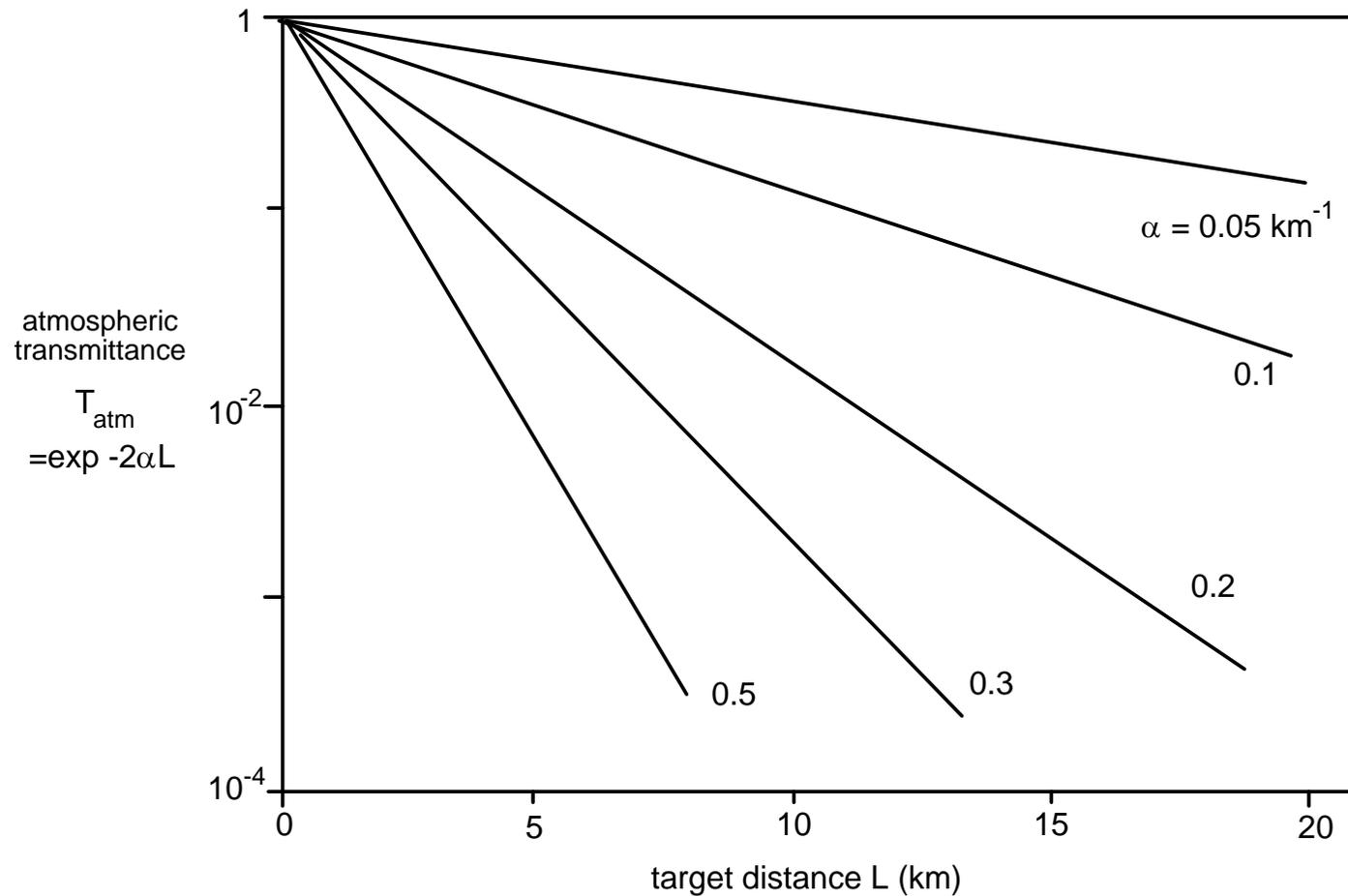
↑  
assorbimento

↙  
*scattering* (diffusione)

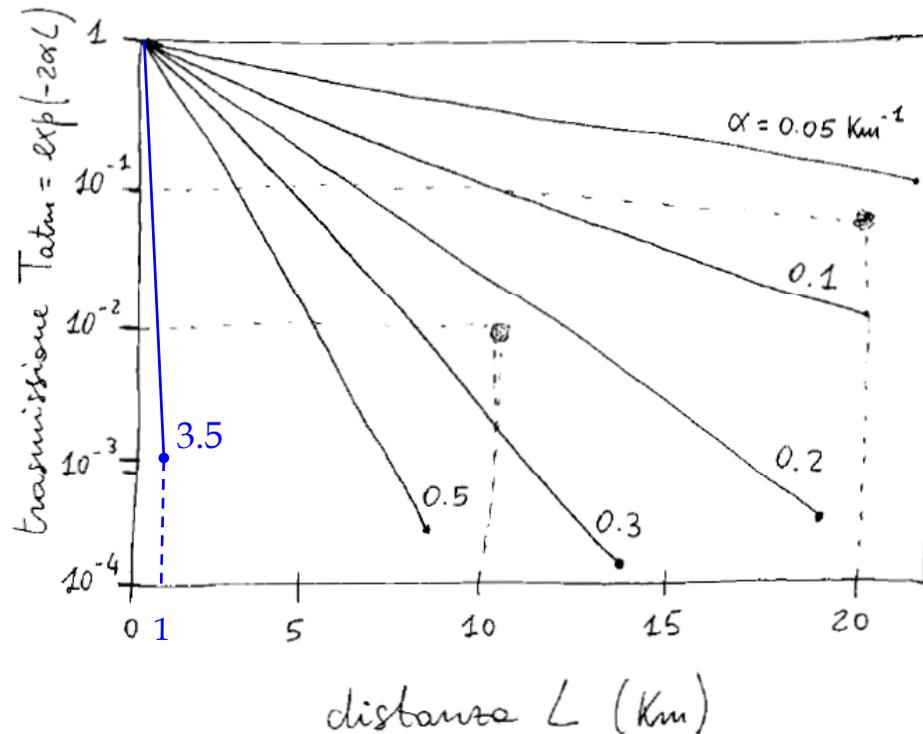
Evitando i picchi di assorbimento molecolari, si può approssimativamente ritenere  $\alpha=0.1\text{km}^{-1}$  per atmosfera eccezionalmente limpida,  $\alpha=0.3\text{km}^{-1}$  per atmosfera limpida,  $\alpha=0.5\text{km}^{-1}$  per un inizio di foschia, e  $\alpha \gg 0.5\text{km}^{-1}$  in caso di nebbia: senza assorbimento  $\alpha(\lambda) \cong s(\lambda)$

# Atenuazione atmosferica

Naturalmente, una volta fissato  $\alpha$ , la trasmissione decresce esponenzialmente con  $L$  (limitando la potenza ricevuta  $P_r$ )



## Attenuazione atmosferica (esempi)



Per avere  $T_{atm}$  più alta possibile, conviene evitare alcuni picchi di assorbimento atmosferico (dove  $\alpha(\lambda)$  è massimo e  $T_{atm}$  è minimo):  
e.g. 0.70, 0.76, 0.80, 0.855, 0.93, 1.13  $\mu\text{m}$ : → si usano laser a He-Ne (0.633  $\mu\text{m}$ ) o a Nd:YAG (1.064  $\mu\text{m}$ ) o ancora LD-GaAlAs (0.82-0.88  $\mu\text{m}$ )

Con atmosfera eccezionalmente limpida, si può arrivare a 20 km (e tornare!) con una trasmissione  $\sim 10\%$

Con un po' di foschia, già a 10 km la trasmissione si è ridotta a  $\sim 1\%$

Con la nebbia, anche a 1 km di distanza la trasmissione scende ben sotto l'1‰ (con  $\alpha = 3.5 \text{ km}^{-1}$  si ha  $T_{atm} = \exp(-7) \approx 10^{-3}$  a 1 km)

## Attenuazione atmosferica (calcoli con exp)

$$T_{\text{atm}} = \exp(-2\alpha L_{20\text{km}}) = 10^{-1}$$

$$\log_{10} [\exp(-2\alpha L_{20\text{km}})] = \log_{10} [10^{-1}]$$

$$-2\alpha L_{20\text{km}} \log_{10} e = -1$$

$$\alpha = \frac{1}{2L_{20\text{km}}} \frac{1}{\log_{10} e} = \frac{1}{40 \text{ km}} \frac{\ln 10}{\ln e}$$

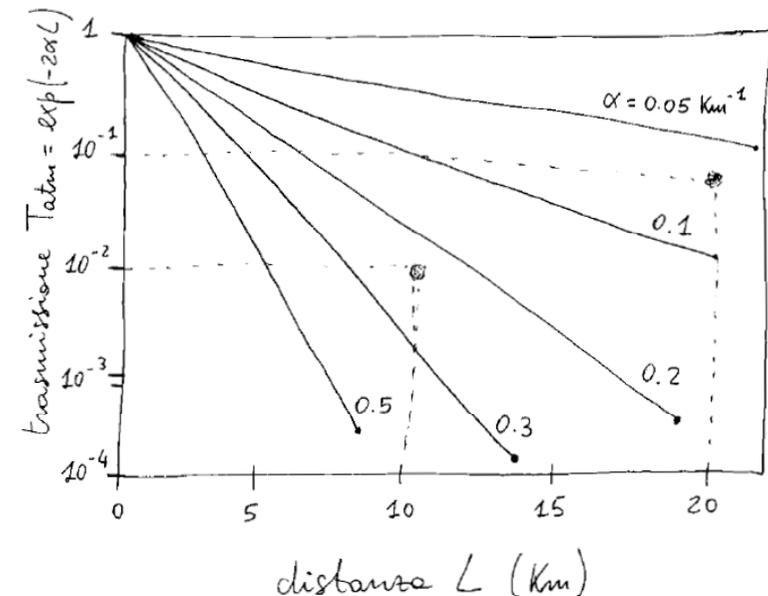
$$\alpha = \frac{2.3}{40} \text{ km}^{-1} = 0.0525 \text{ km}^{-1}$$

$$T_{\text{atm}} = \exp(-2\alpha L_{10\text{km}}) = 10^{-2}$$

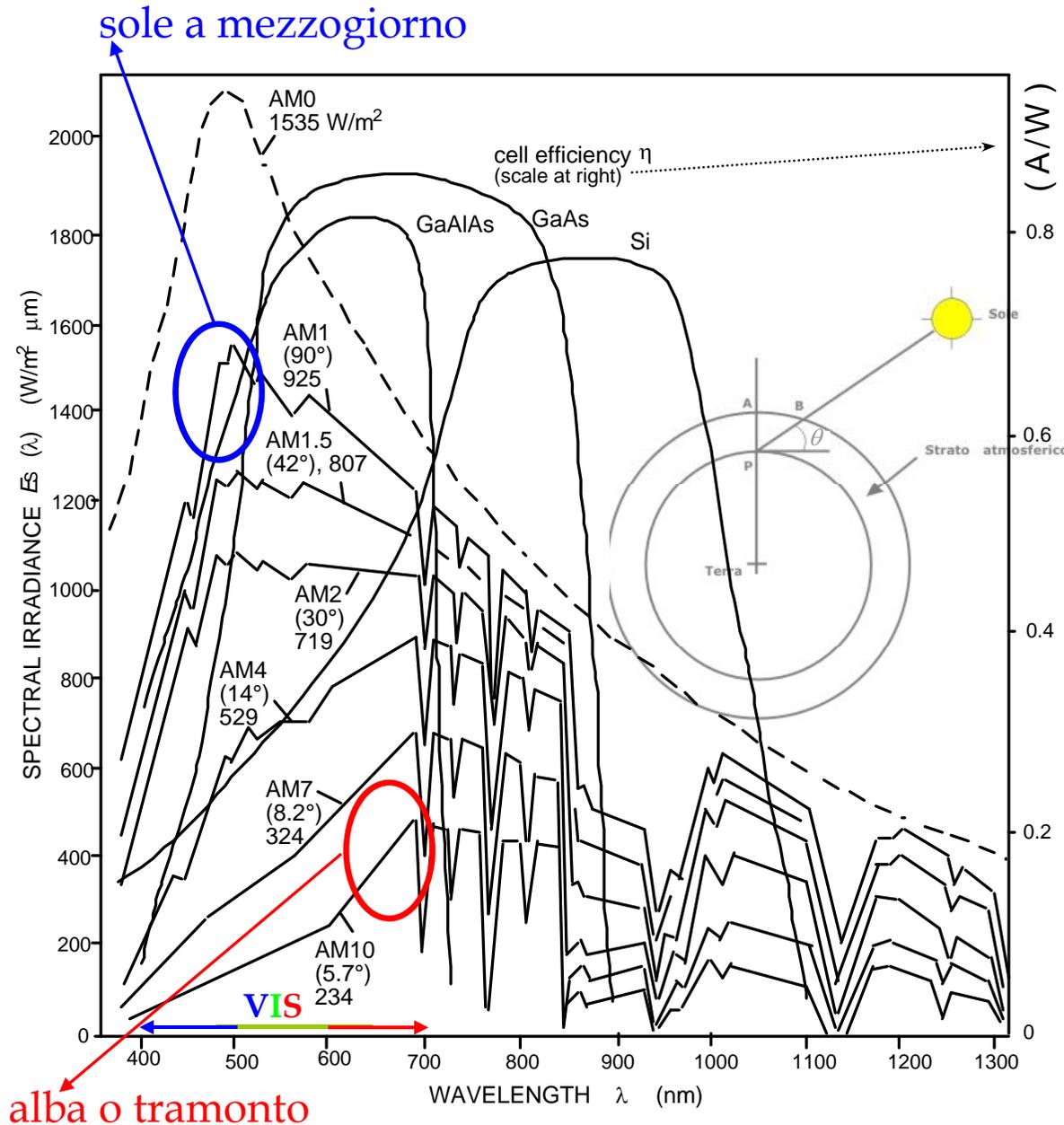
$$\log_{10} [\exp(-2\alpha L_{10\text{km}})] = \log_{10} [10^{-2}]$$

$$-2\alpha L_{10\text{km}} \log_{10} e = -2$$

$$\alpha = \frac{1}{L_{10\text{km}}} \frac{1}{\log_{10} e} = \frac{1}{10 \text{ km}} \frac{\ln 10}{\ln e} = \frac{2.3}{10} \text{ km}^{-1} = 0.23 \text{ km}^{-1}$$



# Attenuazione atmosferica (esempi)



Lo spettro della luce solare che raggiunge la superficie terrestre rivela le finestre di trasparenza e i picchi di assorbimento dell'atmosfera

$AM = (\sin \theta)^{-1}$  "Air Mass" dove  $\theta$  è l'angolo di arrivo rispetto alla superficie terrestre ("orizzonte")  
 $\theta = \text{Sun elevation}$

Si osservi come per angoli di elevazione bassi lo spettro e.m. della luce solare si impoverisce della luce **blu** ( $\text{scattering} \propto \lambda^{-4}$ ) colorandosi, relativamente, di **rosso**

---

## Equazioni di sistema e SNR nel telemetro

---

Il circuito di fotorivelazione e amplificazione del segnale ricevuto avrà un rumore che va sommato al rumore ottico e *shot* per ottenere la **potenza complessiva di rumore**  $P_n$  (riportata come potenza ottica incidente sul fotodiodo)

Il **segnale fotorivelato** ha potenza ottica  $P_r$  (che dipende da  $P_s$ )

Se si vuole lavorare con un dato **rapporto**  $(S/N)=P_r/P_n$  al ricevitore del telemetro, occorre imporre la condizione:

$$\underbrace{GP_s}_{\substack{\text{potenza equivalente} \\ \text{del telemetro}}} = \frac{4L_{\text{eq}}^2}{D_r^2} P_r = \frac{4L_{\text{eq}}^2}{D_r^2} \left( \frac{S}{N} \right) P_n$$

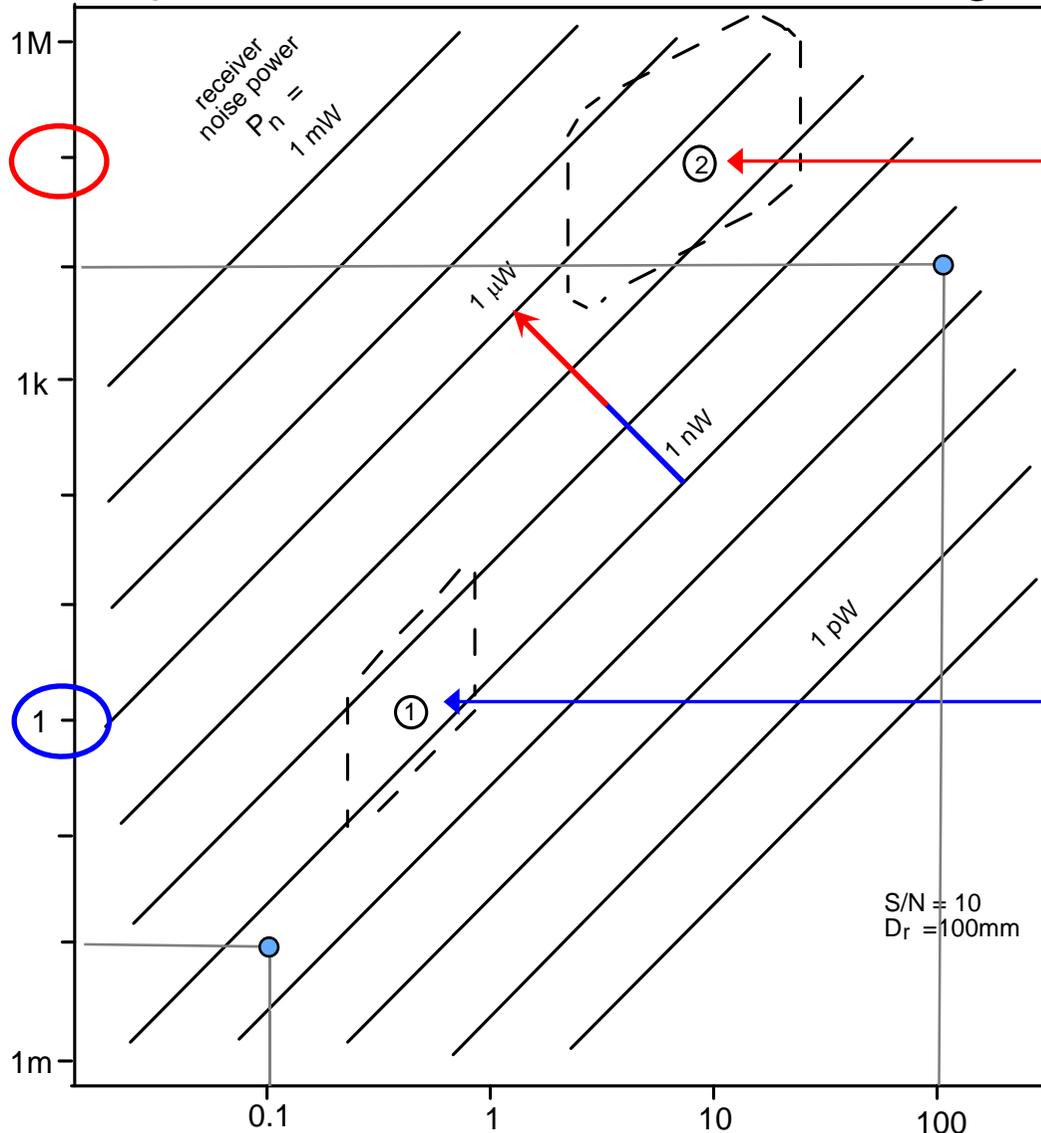
avendo ricordato che  $\frac{P_r}{P_s} = G \frac{D_r^2}{4L_{\text{eq}}^2}$

$$\Rightarrow \left( \frac{S}{N} \right) = \frac{GP_s}{P_n} \frac{D_r^2}{4L_{\text{eq}}^2} \propto \left\{ \frac{D}{L} \right\}^2$$

44/57

# Potenza vs distanza (equivalenti)

$GP_s \propto L^2$  deve aumentare di due ordini di grandezza per ogni aumento di  $L$  di un ordine di grandezza



Telemetro pulsato  
 $E_p \approx 2\text{mJ}$   $\tau \approx 10\text{ns}$   $P_{s,p} = 0.2\text{MW}$   
 $G \approx \delta \approx 0.5$  (non-cooperativo)

$$B \approx 1/\tau = 100\text{MHz}$$

$P_n \approx \text{"}\mu\text{W"}$

$$i_{n,\text{rec}}^2 = 2eI_{\text{rec}}B$$

ottica  $\leftarrow P_n \propto i_{n,\text{rec}} \propto \sqrt{B}$

Telemetro a onda continua  
 $P_s = 0.1\text{mW}$   $G = 10^4$  ( $\theta_s = 10\text{mrad}$ )

$$T_{\text{mis}} = 10\text{ms} - 1\text{s}$$

$$B = 1/2T_{\text{mis}} = 100\text{Hz} - 1\text{Hz}$$

$P_n \approx \text{"nW"}$

---

## Rumore al ricevitore del telemetro

$P$  potenza ottica;  $I$  corrente in DC;  $i$  corrente in AC

3 contributi di rumore "ottico" alla potenza di rumore  $P_n$ :

- rumore  $P_{n,r}$  associato al segnale ricevuto ( $P_r$ )
- rumore  $P_{n,bg}$  associato alla "luce di fondo" ( $P_{bg}$  sul ricevitore)
- rumore  $P_{n,el}$  del rivelatore e del suo amplificatore (*front-end*)

$$P_n = P_{n,s} + P_{n,bg} + P_{n,el}$$

$I_r = \rho P_r$  è il segnale "utile",  $I_{bg} = \rho P_{bg}$  è il *background* e  
naturalmente  $I_{rec} = I_r + I_{bg}$  (resp.  $\rho = \eta e / h \nu$ )

Valutiamo il rumore di corrente  $i_{rec}$  sull'uscita  $I_{rec}$  del fotodiode:

- rumore *shot* su  $I_r \rightarrow i_r^2 = 2eI_r B \rightarrow i_{n,s}$
  - rumore *shot* su  $I_{bg} \rightarrow i_{bg}^2 = 2eI_{bg} B \rightarrow i_{n,bg}$
  - rumore dell'elettronica  $\rightarrow i_{el}^2 = 2e I_{el,0} B \rightarrow i_{n,el}$
- in realtà questo rumore è osservato DOPO il fotodiode ma viene "riportato" al suo "ingresso"

## Rumore al ricevitore del telemetro

A partire dai 3 contributi di rumore:

- rumore *shot* su  $I_r \rightarrow i_r^2 = 2eI_r B \rightarrow i_{n,s}$

- rumore *shot* su  $I_{bg} \rightarrow i_{bg}^2 = 2eI_{bg} B \rightarrow i_{n,bg}$

- rumore dell'elettronica  $\rightarrow i_{el}^2 = 2eI_{el,0} B \rightarrow i_{n,el}$

corrente "equivalente" in DC  
che genera un rumore *shot*  
pari al rumore elettronico  
riportato all'ingresso del  
ricevitore (fotodiodo)

la potenza/varianza complessiva del rumore di corrente  
(somma di varianze per grandezze incorrelate) vale:

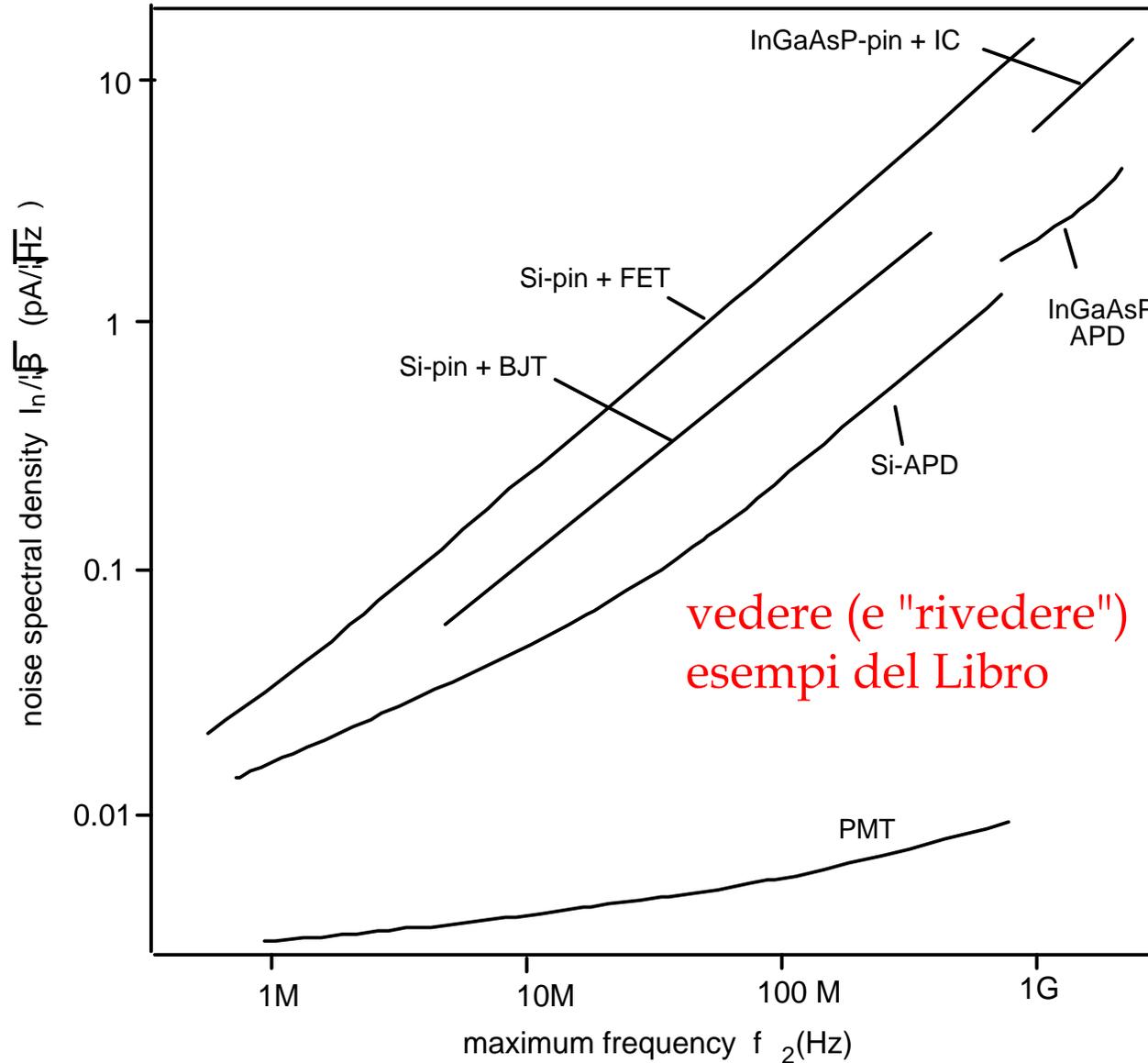
$$i_{rec}^2 = i_{n,s}^2 + i_{n,bg}^2 + i_{n,el}^2 = 2eB (I_s + I_{bg} + I_{el,0})$$

Dividendo le due fotocorrenti DC e la corrente equivalente  
di rumore elettronico per la sensibilità spettrale ( $\rho^2$ )  
si ottiene il rumore sulla potenza ottica al ricevitore:

$$P_n^2 = (2h\nu/\eta) B (P_r + P_{bg} + P_{el,0})$$

Consideriamo adesso alcuni andamenti tipici del **rumore elettronico**  $i_{n,el}$  (A/Hz<sup>1/2</sup>) per **fotorivelatori** (fotodiodo+ampl.) a semiconduttore, al variare della frequenza di lavoro...

# Andamenti del rumore nei fotoricevitori



Area riv.  $A < 0.5 \text{mm}^2$   
Capacità  $C < 0.5 \text{pF}$

## Valutazione della "luce di fondo" (potenza ottica di *background* $P_{bg}$ )

Si parte dal diagramma di irradianza solare mostrato (luc.42) in precedenza. Dalle condizioni di lavoro ( $AM$ , nuvolosità, *etc.*) si ricava l'irradianza spettrale della scena  $E_{scena}$  ( $W/m^2\mu m$ ) che moltiplicata ("integrata") per la larghezza di banda  $\Delta\lambda$  del filtro interferenziale da l'intensità ottica della luce di fondo

$$I_{scena} = E_{scena} \cdot \Delta\lambda \quad (\mathbf{W/m^2}) \quad \text{intensità "di fondo" della scena}$$

La potenza ottica raccolta al ricevitore è  $1/\pi$  volte l'intensità di fondo ( $I_{sc}$ ) per il coefficiente di diffusività della scena ( $\delta_{sc}$ ) per l'angolo solido ( $\Omega_{sc}$ ) di vista [intensità ricevuta  $I_{bg}$ ] poi moltiplicata per l'area del rivelatore ( $A=\pi d_r^2/4$ ):

$$\boxed{\Omega_{sc} = \pi NA^2} \quad I_{bg} = (1/\pi) [ \delta_{sc} I_{sc} ] \cdot \Omega_{sc} \quad (\mathbf{W/m^2})$$

$$P_{bg} = [ \delta_s E_{sc} \Delta\lambda NA^2 ] \cdot (\pi d_r^2/4) \quad (\mathbf{W})$$

essendo  $\Omega = \pi \theta^2 \cong \pi (NA)^2$  con  $NA = \sin(D_r/2f)$  apertura numerica  
( in questo lucido "I" indica una intensità ottica e non una corrente ) 49/57

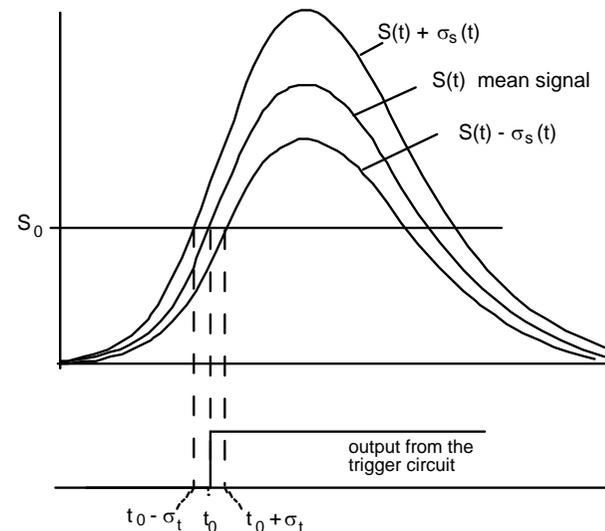
## Accuratezza del telemetro pulsato

$$L = c \frac{T}{2} \quad \Rightarrow \quad \sigma_L = \frac{c}{2} \sigma_T$$

$$T = T_{\text{stop}} - T_{\text{start}}$$

$$\sigma_T^2 = \sigma_{\text{stop}}^2 + \sigma_{\text{start}}^2 \cong \sigma_{\text{stop}}^2$$

$$\sigma_T^2 = \frac{\sigma_S^2}{|dS/dT|^2}$$



In un ricevitore ben progettato (*shot-noise limited, SNL*)

$$\sigma_T \propto \frac{\tau}{\sqrt{N_r}}$$

numero di fotoni ricevuti (su un singolo impulso o anche come cumulo da "media" di  $N$  impulsi)

In generale, se non SNL, pesa anche il contributo del rumore dovuto alla luce di *background* e all'elettronica, peggiorando le prestazioni!

---

## Accuratezza del telemetro a modulazione sinusoidale

---

$$\sigma_T \propto \frac{1}{2\pi f_m} \frac{1}{\sqrt{N_r}} \quad \text{e ancora} \quad \sigma_L = \frac{c}{2} \sigma_T$$

In analogia con il telemetro pulsato, adesso **il termine  $1/2\pi f_m$  è equivalente alla durata  $\tau$**  dell'impulso:

- **telemetro pulsato** conviene lavorare con impulsi corti ( **$\tau$  basso**)
- **telemetro a modulazione sinusoidale** conviene lavorare con una alta frequenza di modulazione elevata ( **$f_m$  alta**)

Solitamente  $\tau \approx 10\text{ns} \ll (1/2\pi f_m) \approx 1\mu\text{s}$  per una tipica  $f_m = 200\text{kHz}$   
per cui  $\sigma_{T,p} \ll \sigma_{T,CW\text{-mod.}}$  (come SNL) ma per il rumore dell'elettronica  
 $B_p \approx 1/\tau \approx 100\text{MHz} \gg B_{CW\text{-mod.}} \approx 1/2T_{\text{mis}} \approx 100\text{Hz}-1\text{Hz}$  (difficile SNL nel pulsato)

Si vorrebbe lavorare a  **$f_m$  alta** (o ad elevata cadenza di ripetizione degli impulsi, per "fare medie") ma ciò comporta altri problemi di **ambiguità della misura di distanza**

---

## Ambiguità nei telemetri a tempo di volo

---

Essendo il segnale (trasmesso e quindi anche quello rivelato) di tipo periodico, nasce un **problema di ambiguità** nel dover distinguere **bersagli a distanza diversa** che possono ritornare un **segnale con la stessa informazione di misura** (tempo di volo "misurato" o sfasamento "cumulato" nel *round-trip*):

Per non avere ambiguità nella misura deve essere:

- telemetro pulsato:

$$T_{\max} = T(L_{\max}) \leq T_{\text{rep}} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{rep}} \geq T_{\max}$$

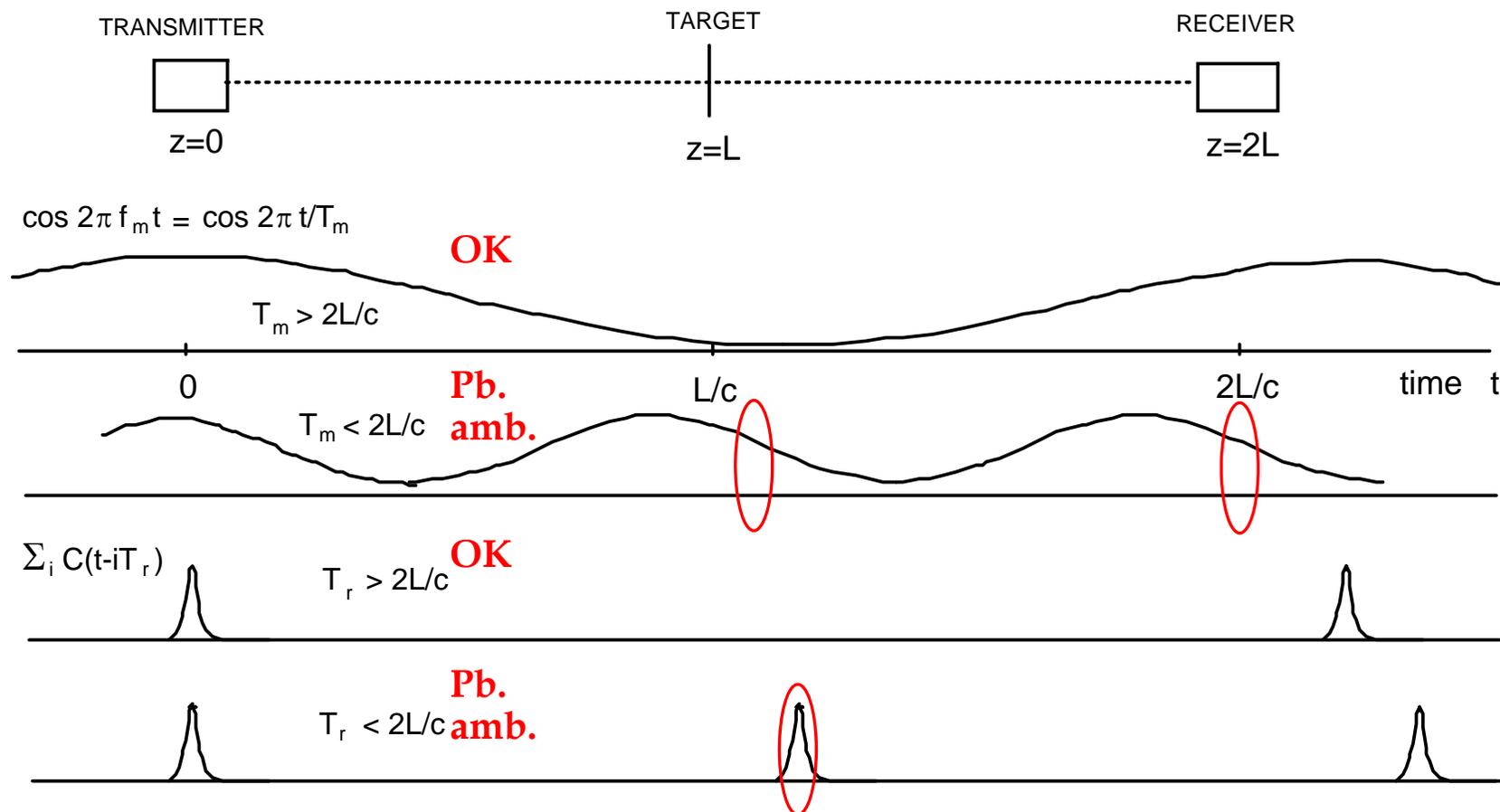
- telemetro a modulazione sinusoidale:

$$\varphi_{\max} = \varphi(L_{\max}) = 2\pi f_m T_{\max} \leq 2\pi \quad \Rightarrow \quad f_m \leq 1/T_{\max}$$

$$T_{\max} = \frac{2L_{\text{NA}}}{c} \leq \frac{1}{f_{\text{tel}}}$$

dove  $T_{\max}$  è il **massimo tempo di volo** corrispondente alla massima distanza  $L_{\max}$ , detta  $L_{\text{NA}}$ , correttamente misurabile

# Ambiguità nei telemetri a tempo di volo



$$T_{\max} = \frac{2L_{NA}}{c}$$

Se  $f_{\text{mod}}$  è "bassa" e  $T_{\text{rep}}$  "alto"  
(o ancora  $f_{\text{rep}}$  bassa) non ci sono  
problemi di ambiguità

---

## Ambiguità nei telemetri a tempo di volo

---

- telemetro **pulsato**:

laser Q-switch  $\tau \approx 10$  ns  $f_{\text{rep}} = 10\text{Hz} \neq 10\text{kHz}$  (*repetition rate*)

da  $T_{\text{rep}} = T_{\text{max}}$  si ottiene  $L_{\text{NA}} = (c/2)T_{\text{rep}} = c/2f_{\text{rep}} = 15000\text{km} \neq 15\text{km}$

il problema si pone solo per grandi distanze e/o alle alte frequenze di ripetizione dell'impulso [si ricorda che conviene ripetere e la misura dei singoli impulsi per migliorare l'accuratezza ("medie")]

- telemetro a **modulazione** sinusoidale:

laser a diodo con  $f_m = 10\text{MHz} \neq 10\text{kHz}$  (si modula la corrente)

da  $f_m = 1/T_{\text{max}} = 1/(2L_{\text{NA}}/c)$  si ottiene

$L_{\text{NA}} = (c/2)T_m = (c/2) \cdot (1/f_m) = 15\text{m} \neq 15\text{km}$

il problema si pone già a medio-breve distanza

Per avere accuratezza si desidera  $f_m$  alta ("medie") ma per "andare lontano" si deve tenere  $f_m$  bassa... si possono usare 2 distinte frequenze  $f_{m1}$  e  $f_{m2}$

---

# LIDAR

Light Identification Detection And Ranging

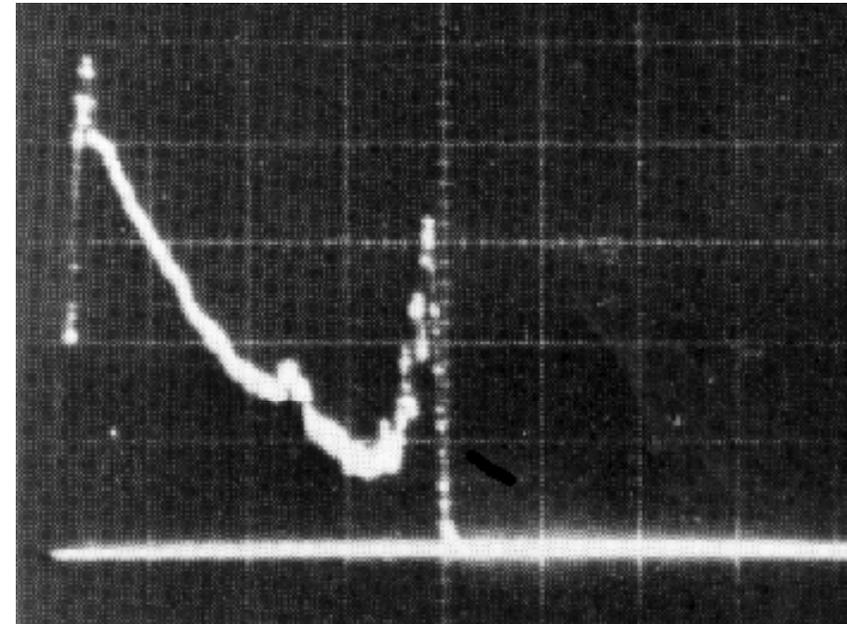
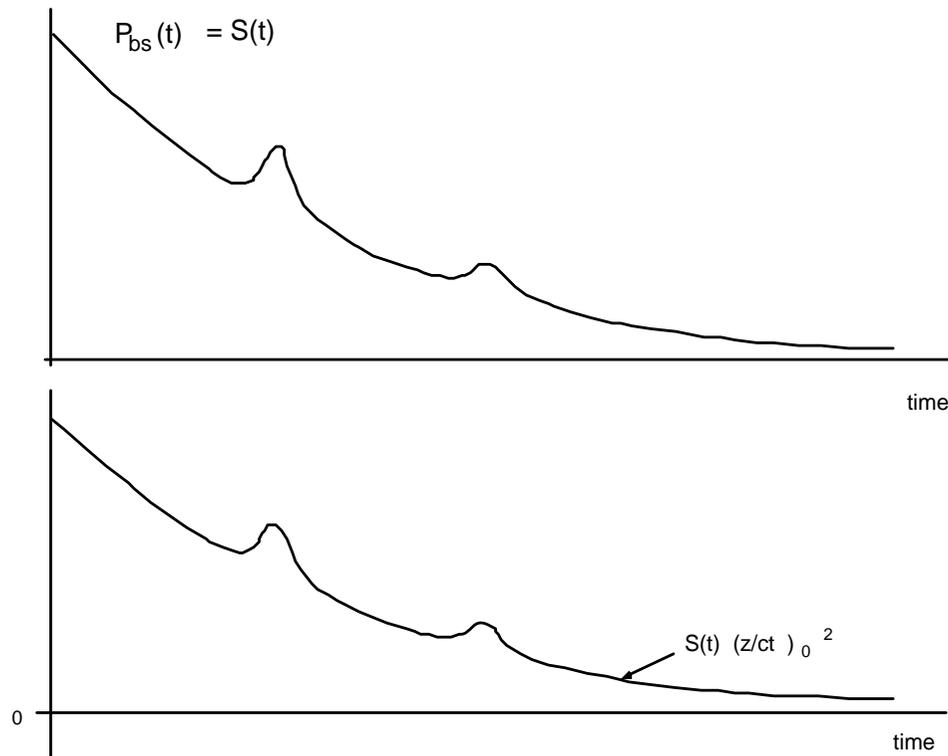
molto simile a un telemetro, è uno strumento per la misura a distanza delle **proprietà di un mezzo** all'interno del quale si trasmette (e si retrodiffonde, *backscattering*) l'**impulso ottico**

---



# LIDAR

Sorgente laser con elevata potenza di picco (**Q-switch**) e a una o più lunghezze d'onda opportune per misurare picchi di **assorbimento/scattering** del componente presente nel mezzo (**gas o particolato in atmosfera, oppure inquinanti o plancton/clorofilla/alghe nell'acqua, etc.**).



segnale di backscattering  
(tecnica OTDR)

---

# LIDAR

Dalla misura del tempo di volo  $t=2L/c$  si deduce la distanza del bersaglio analizzato ( $\tau \rightarrow$  porzione di volume analizzato); dall'intensità del segnale retrodiffuso si deduce la composizione chimico/fisica del volume in analisi; si costruiscono **mappe, anche in falsi colori, in funzione dell'angolo di elevazione del telemetro e della distanza.**

