
— “Misure Ottiche”

Corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria
Elettronica e delle Telecomunicazioni
e Ingegneria Fisica e dell'Automazione



Allineamento / Puntamento e Misure Dimensionali

Cesare Svelto
Politecnico di Milano

Sommario

- **Propagazione e trasformazione** (focalizzazione, allargamento-e-collimazione) dei fasci gaussiani
- Rivelatori di **posizione del fascio laser**
 - fotodiodo a 4 quadranti
 - PSD (*Position Sensitive Detector*)
 - a reticolo
- **Livella laser**
- Misura laser del **diametro di fili**
- Misura laser delle **dimensioni di particelle**

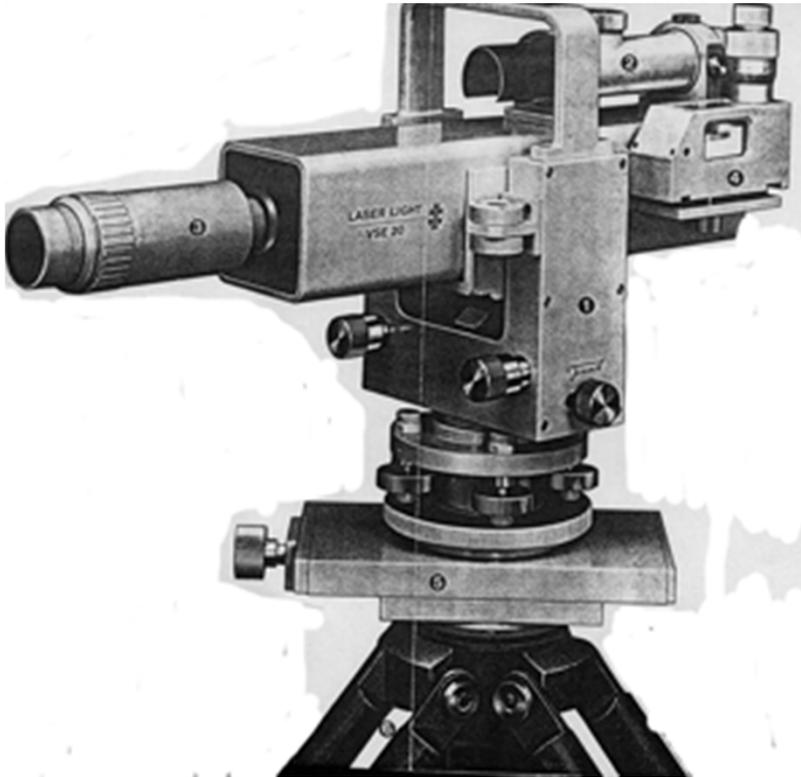
— Allineamento laser

Una peculiarità delle **sorgenti laser** è la possibilità di mantenere il **fascio ottico ben collimato** (poco divergente, e dunque a "**dimensione costante**" nella propagazione)

Limite di divergenza imposto dalla **diffrazione** (TEM_{00}) è condizione "semplice": ad es. per laser a **He-Ne (633 nm)**. Luce visibile comoda per l'**allineamento** secondo una **direzione preferenziale** ("filo a piombo" non solo verticale)

Occorre **minimizzare la dimensione di macchia laser** su tutto l'intervallo lavoro (di ampiezza $\pm z^*$) e per questo si deve dimensionare un **valore ottimo di *beam waist*** (w_0) al centro della zona di interesse: allo scopo si utilizza un **telescopio** che "**allarga la dimensione di macchia** sino al valore voluto"

— Allineamento laser nelle costruzioni



Tipico strumento per l'allineamento laser e suo impiego nella costruzione di un gasdotto (LaserLight AG, Monaco)



Propagazione del fascio gaussiano

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \cong \frac{\lambda z}{\pi w_0} = \theta z \quad \text{per } z \gg z_R$$

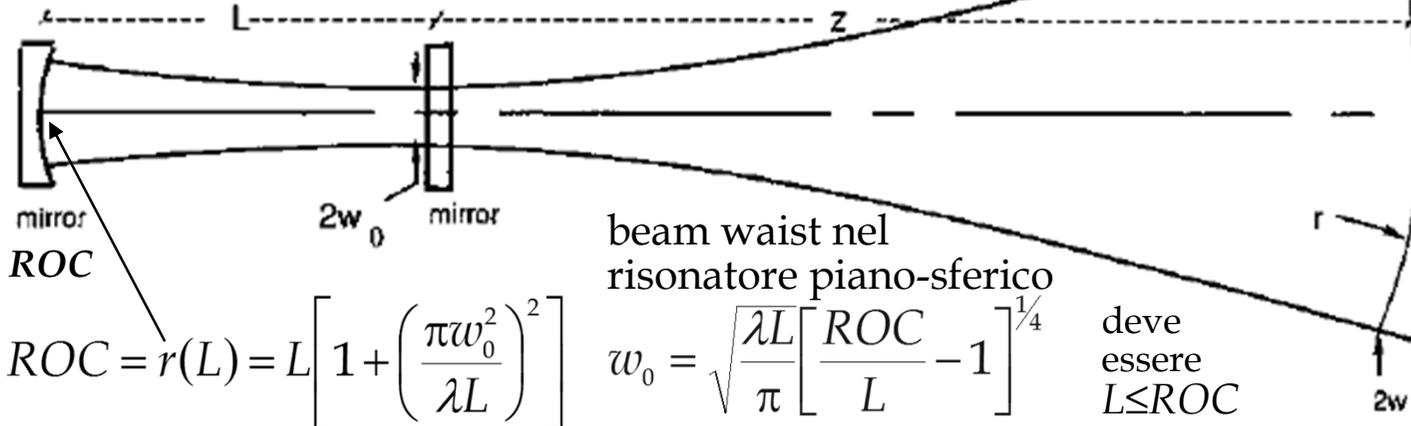
Divergenza della dimensione di macchia (prop. lib.)

$$r(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2 \right] \cong z \quad \text{per } z \gg z_R$$

Raggio di curvatura del fronte d'onda

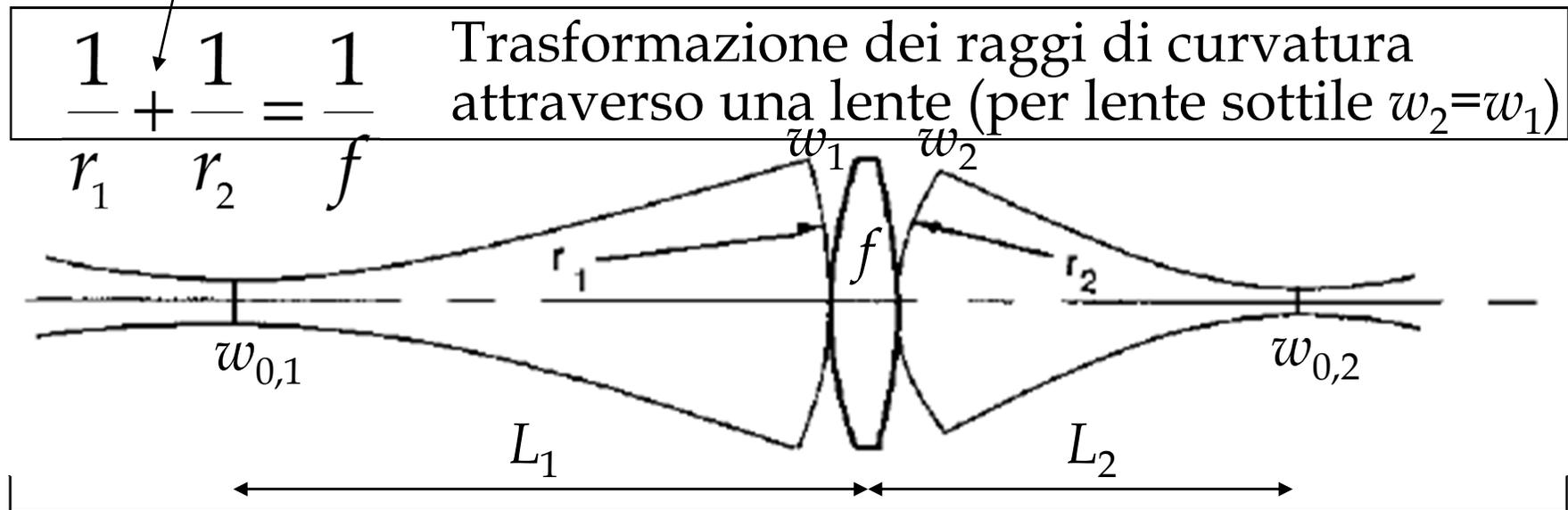
$r = \infty$ in $z=0$ e in $z=\infty$ (onda piana) ed è minimo $r_{\text{MIN}} = 2z_R$ in $z=z_R$

Fascio d'uscita da un laser (ad es. a He-Ne) con cavità piano-sferica



Propagazione attraverso una lente

analogo di $1/p + 1/q = 1/f$ dell'ottica geometrica



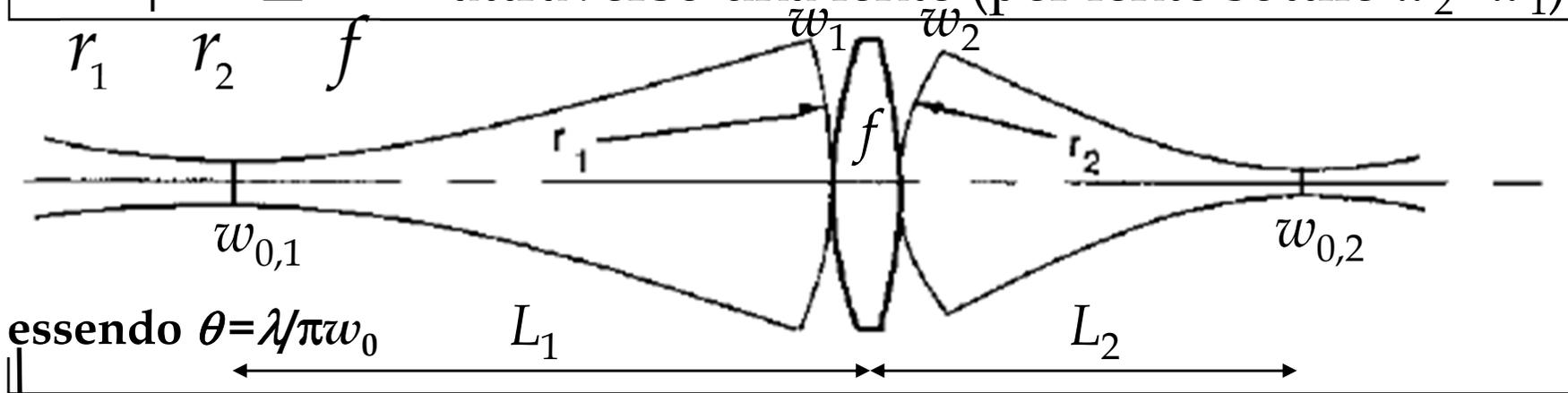
1. conosco/misuro il fascio incidente ($w_{0,1}$ o w_1, r_1)
2. ricavo r_2 [come $(1/f - 1/r_1)^{-1}$]
3. utilizzo $w_2 = w_1$ ["lente sottile"]
4. ricavo $w_{0,2}$ [da propagazione fascio gaussiano su tratta L_2]
(conoscendo sia r_2 che w_2 , da 2. e 3.)

**Prima ("oggetto") e dopo ("immagine") la lente si mantiene $\underline{w_0/r = \text{cost.}}$
e anche $\underline{w_0/L = \text{cost.}}$ vediamo nel prossimo lucido il perché ...**

Propagazione attraverso una lente

$r_{1,2}$ non si misurano agevolmente mentre $L_{1,2}$ si misurano bene

$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{f}$	Trasformazione dei raggi di curvatura attraverso una lente (per lente sottile $w_2 = w_1$)
---	--

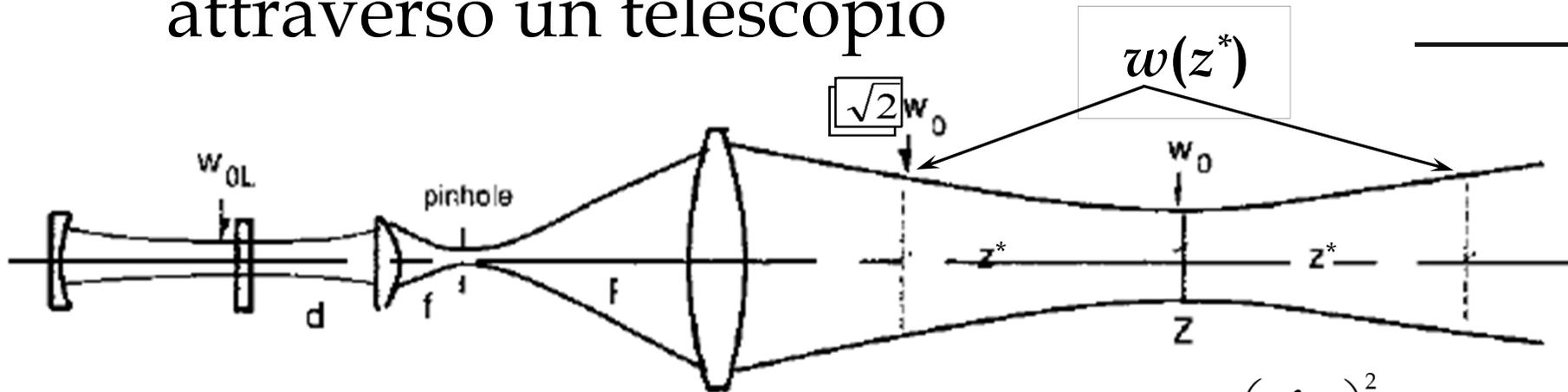


Se $z > z_R$ ($z \gg z_R$) $\Rightarrow r_{1,2} \cong L_{1,2}$ e dunque $\theta_1 r_1 \cong w_1 = w_2 \cong \theta_2 r_2 \Rightarrow$
 $\rightarrow r_1/w_{0,1} \cong r_2/w_{0,2}$ $w_{0,1}/w_{0,2} \cong r_1/r_2 \cong L_1/L_2$ e $w_{0,1}/L_1 \cong w_{0,2}/L_2$

Nella propagazione attraverso una lente il fascio subisce allora un fattore di **magnificazione** $m = w_{0,2}/w_{0,1} = r_2/r_1 = L_2/L_1$ $L_2 = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{L_1}\right)^{-1}$

Se vogliamo "allargare" $w_{0,1}$ rispetto a $w_{0,2}$, occorre lavorare con $r_1 > r_2$ e dunque con la lente più distante da $w_{0,1}$ ($L_1 > L_2$) di quanto non sia distante da $w_{0,2}$ (o se $L_1 < L_2$ si avrà $w_{0,1} < w_{0,2}$) 7/38

Collimazione su un $range \pm z^*$ attraverso un telescopio



$$w^2(z) = w_0^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0} \right)^2$$

condizione di collimazione su un $range \pm z^*$

Al variare di w_0 si cerca il **minimo** $w(z^*)$, a distanza $\pm z^*$ fissata dal *beam waist*... si differenzia l'espressione di macchia w rispetto a w_0 , o si differenzia $y=[w]^2$ rispetto a $W=[w_0]^2$:

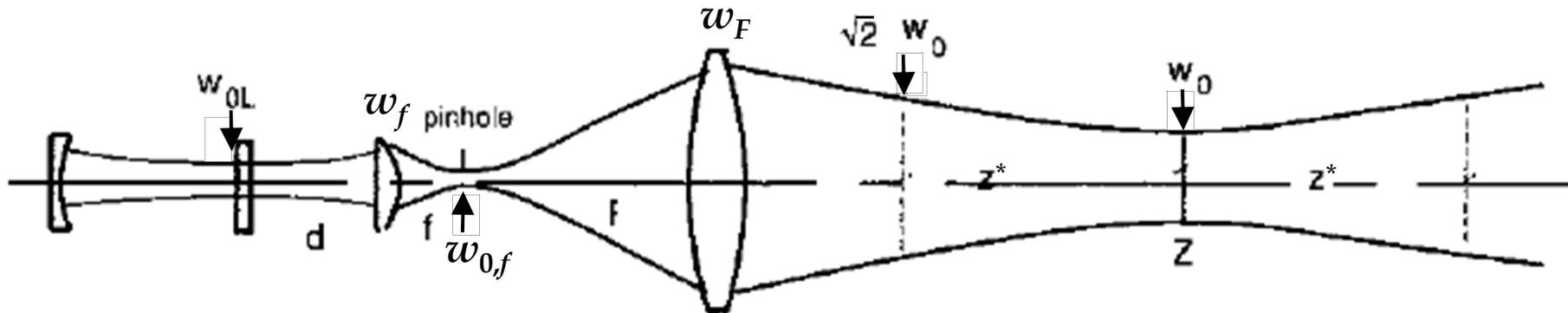
$$y = W \left[1 + \left(\frac{\lambda z^*}{\pi W} \right)^2 \right] = W + k W^{-1} \quad \frac{\partial y}{\partial W} \dots$$

la semiampiezza del *range* collimato è

$$\boxed{w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z^*}{\pi}}} \quad \frac{\partial y}{\partial W} = \frac{\partial w^2}{\partial w_0^2} = 1 - \left(\frac{z^*}{z_R} \right)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{z^* = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = z_R}$$

con $w(z^*) \cong 1.4 w_0$ 8/38

Dimensionamento della macchia laser dopo un telescopio



$$w_{0,f}/w_{0L} \cong f/d \quad \text{e} \quad w_0/w_{0,f} \cong Z/F \quad \Rightarrow \quad w_0 \cong (Z/F) \cdot (f/d) w_{0L}$$

Magnificazione dello spot: $m = w_0/w_{0L} = (Z/d) \cdot (1/M)$
 con $M = F/f = w_F/w_f$ magnificazione del telescopio

Tipicamente si ha $f \ll F$, e risulta piuttosto semplice "aggiustare" la dimensione w_0 ($\propto f$) e la distanza Z muovendo di poco l'oculare (lente a focale corta f) (infatti come variazione relativa: $\Delta w_0/w_0 = \Delta f/f$)

Esempio di collimazione di un laser a He-Ne per allineamento

DATI:

Laser a **He-Ne** con cavità piano-concava ($L=20$ cm e $ROC=1$ m).
Si vuole coprire $\pm z^* = \pm 20$ m con minima dimensione di macchia:
calcolare la magnificazione m della macchia laser e quella M del telescopio.

$$\text{Da } w_{0L} = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi} \left[\frac{ROC}{L} - 1 \right]^{1/4}} \text{ si ricava } w_{0L} = 282 \mu\text{m} \approx 0.3 \text{ mm}$$

$$\text{Da } z^* = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = 20 \text{ m} \text{ si ricava } w_0 = 2 \text{ mm} \text{ (diam. } 2w_0 = 4 \text{ mm)}$$

Ipotizziamo di usare un telescopio con distanza oculare $d=10$ cm e di poter lavorare con $Z \cong z^* = 20$ m.

Da $w_0 \cong (Z/F) \cdot (f/d) w_{0L}$ si ha $m = w_0/w_{0L} = 7.1 = (Z/d)/M$ come magnificazione della macchia laser, e invece come magnificazione del telescopio si ottiene $M = F/f = (Z/d)/m = (20/0.1)/7.1 = 28$

A ± 20 m dal *waist* il fascio è largo $D \cong 2 \cdot 1.41 w_0 \cong 2.8 \cdot 2 \text{ mm} = 5.6 \text{ mm}$

Diapositiva 10

CS7

qui termina la 6a lezione dell'AA 2005/2006

Cesare Svelto; 31/03/2006

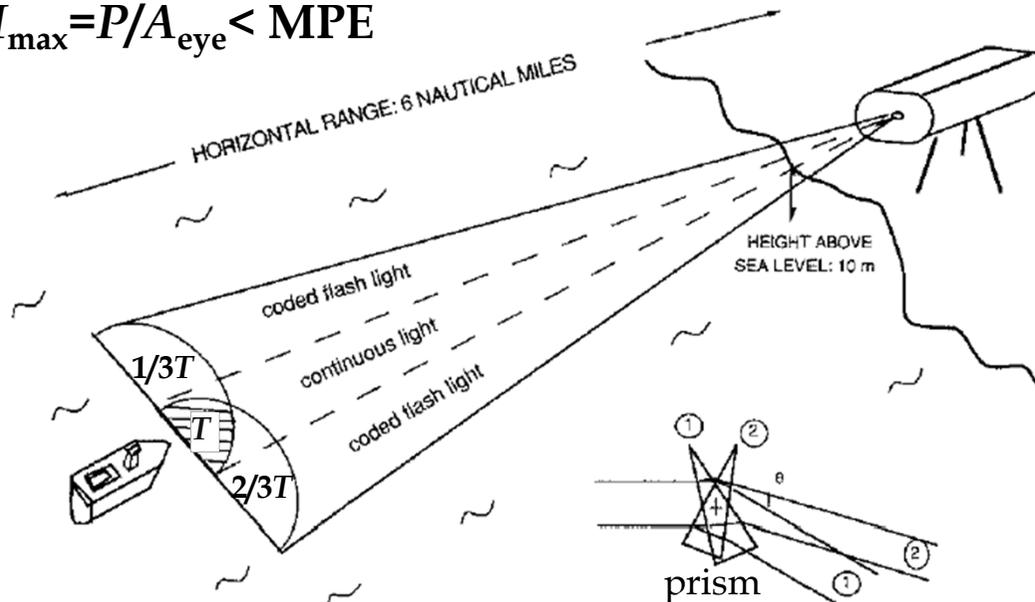
Telescopio per allineamento e sistema di canalizzazione marino

Solitamente uno strumento per allineamento impiega un laser a He-Ne (0.5-2 mW) e un telescopio con diametro 50 mm e magnificazione $M=20-50$. Nella norma, il fascio può rimanere collimato da alcune decine ad alcune centinaia di metri

Con un telescopio da $D=100$ mm e un laser a He-Ne da 10 mW si può di vedere il fascio fino ad alcune miglia di distanza:

$$I_{\max} = P/A_{\text{eye}} < \text{MPE}$$

*Fare 3 onde quadre
con diversi d.c.
a sx, centro, dx*



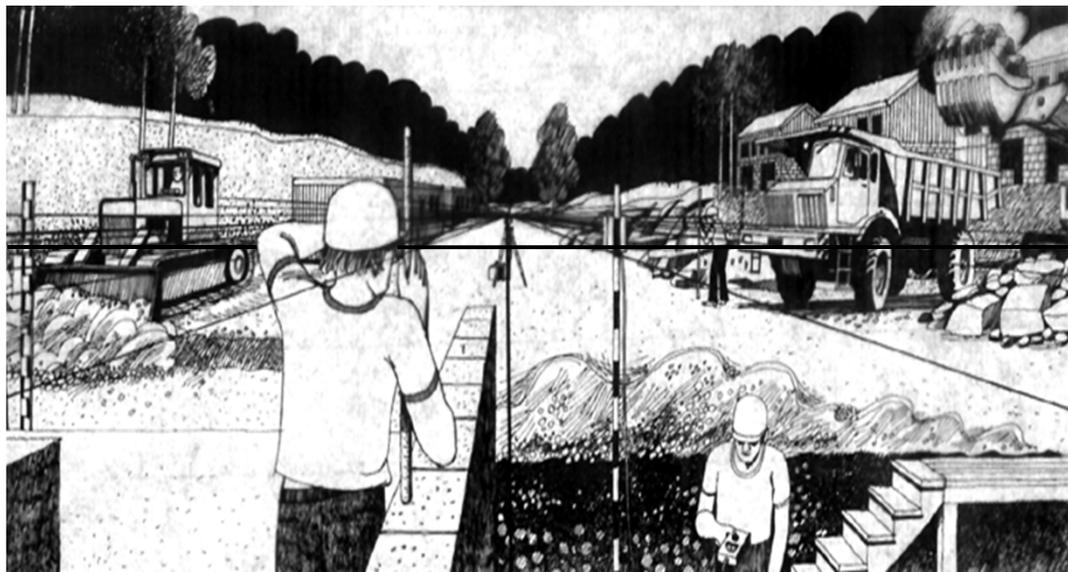
Diapositiva 11

CS8

qui inizia la 7a lezione dell'AA 2005/2006

Cesare Svelto; 05/04/2006

Allineamento con la livella laser



Quando occorre **misurare la quota h** o l'**angolo φ** su una **superficie di lavoro** (area di costruzione, piscina, risaia, ...)

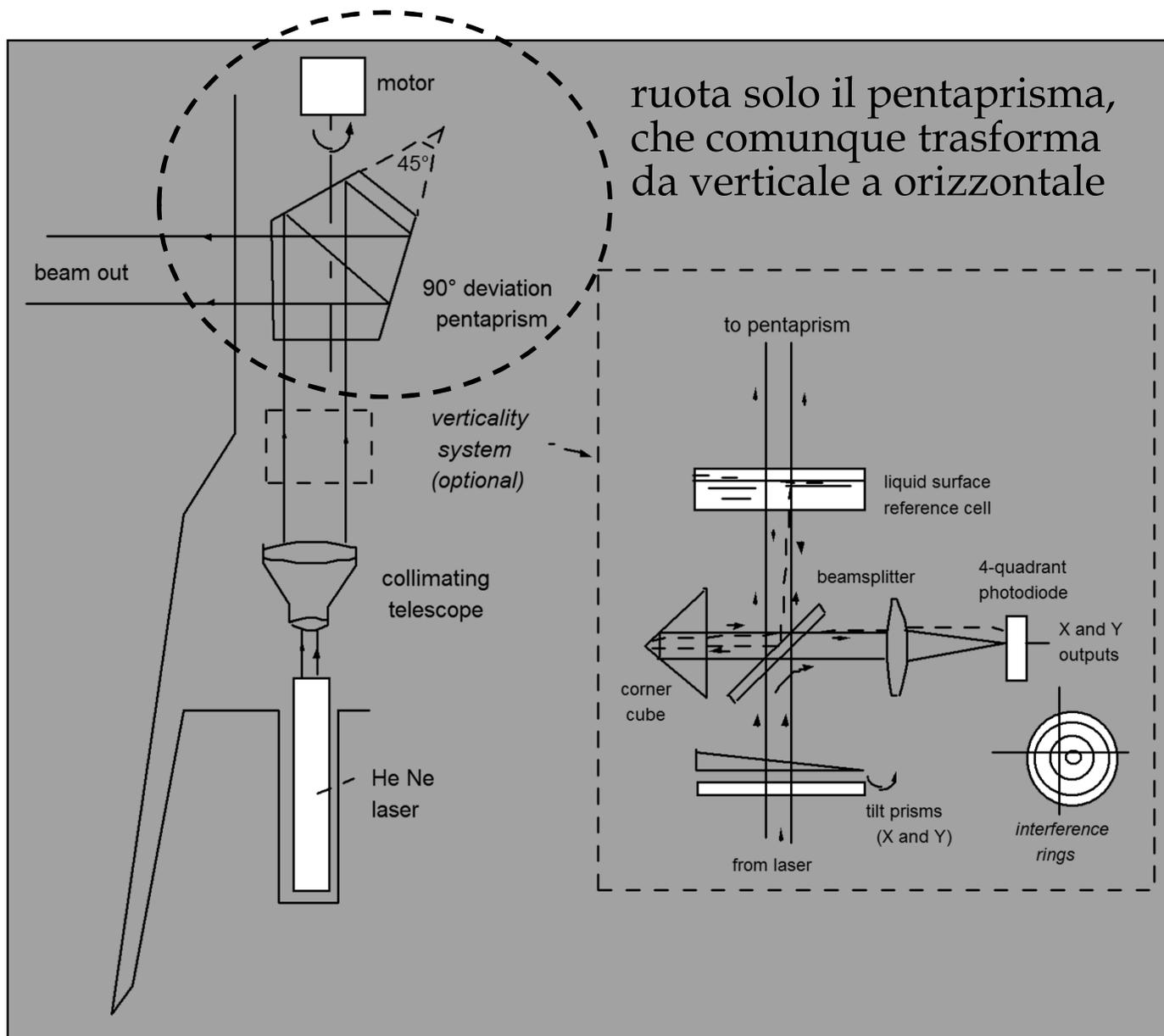
Una livella laser distribuisce, su un'area di raggio 20-50 m, un fascio "a ventaglio orizzontale", a quota costante, variando l'angolo di rotazione

Occorre "**mettere in bolla**" il fascio lanciato: il laser+telescopio illumina verticalmente (dal basso) uno specchio a 45° , o un pentaprisma che riflette la luce a 90° e dunque nella direzione orizzontale



Tipico strumento a livella laser montato su un treppiedi 12/38

Messa in bolla della livella laser



ruota solo il pentaprisma, che comunque trasforma da verticale a orizzontale

Il riferimento per la verticale è la superficie del liquido (acqua) nella vaschetta. Il fascio riflesso dalla superficie acqua-aria viene ricombinato con quello lanciato e solo se i due sono allineati si ha interferenza al centro del rivelatore ottico (schermo o fotodiode a 4 quadranti). Con 2 prismi si può regolare la direzione X e Y del lancio

Centratura del fascio laser sul bersaglio e fotorivelatori sensibili alla posizione

Per le applicazioni meno stringenti, come nelle costruzioni, è sufficiente un **allineamento a occhio** ($\Delta x \approx \Delta y \approx 1 \text{ mm}$)

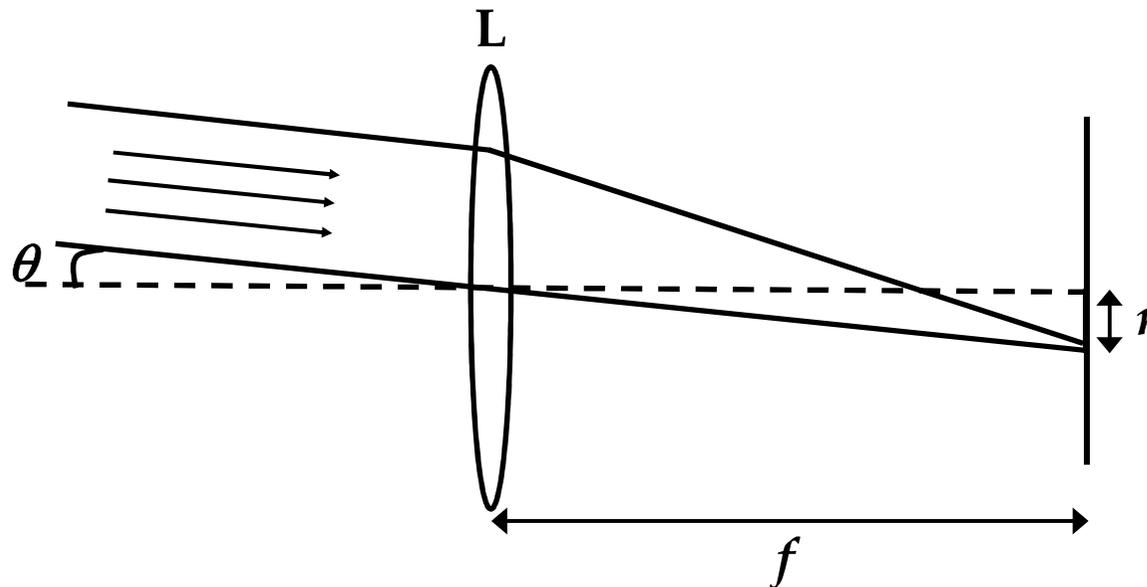
Per misure più accurate, si usa un **fotorivelatore** per produrre un **segnale proporzionale all'errore** di allineamento.

Un sistema di **controreazione** consente quindi di regolare l'allineamento minimizzando il segnale d'errore

Il fotorivelatore sensibile alla posizione del fascio può essere un "**fotodiode**" speciale (fotodiode a **4 quadranti**, sensore **PSD** o addirittura **CCD**) oppure un fotodiode normale accoppiato a un filtro/maschera spaziale (**reticolo rotante**) che trasmette la luce in funzione della posizione di arrivo del fascio

Trasformazione da coordinata angolare a coordinata spaziale (posizione)

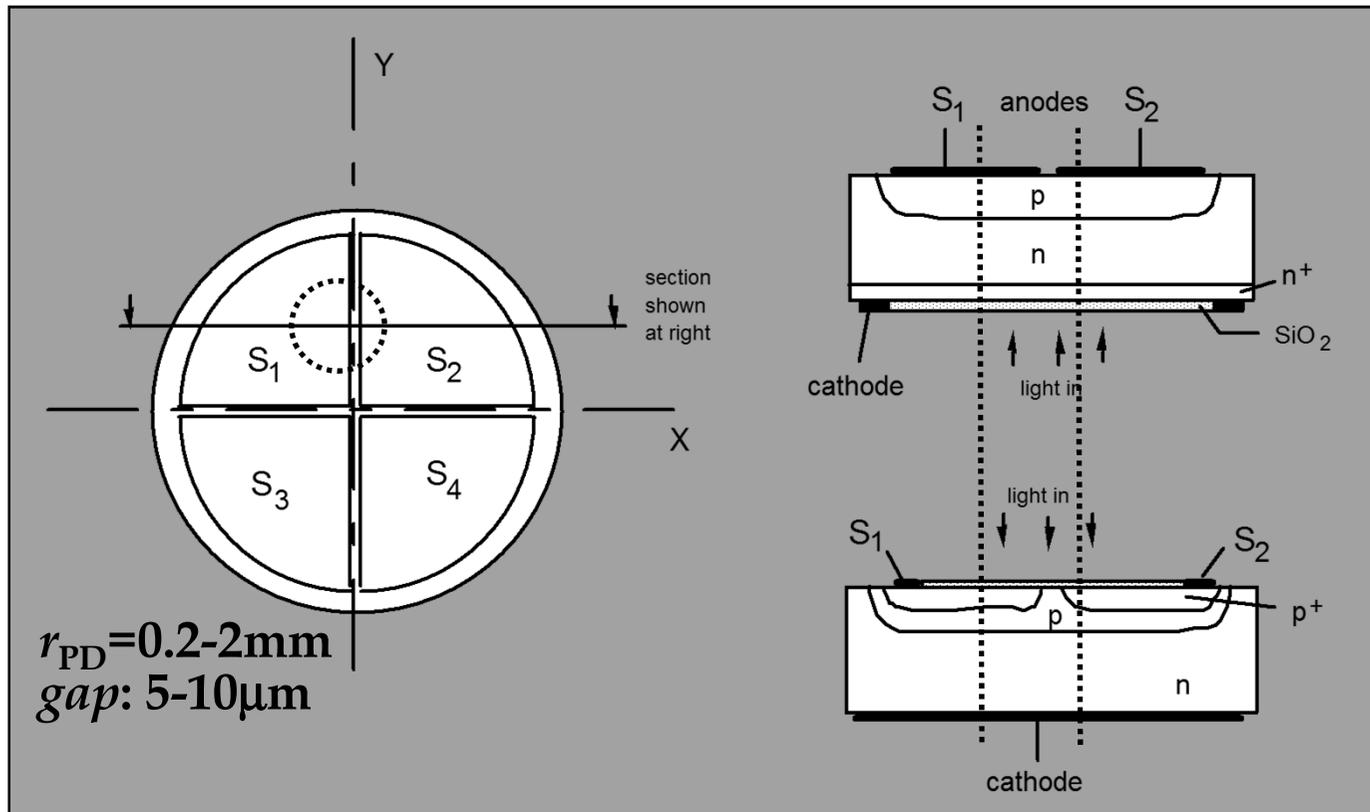
Quando occorre **misurare la direzione** (angolo) di arrivo del fascio ottico, si impiega una lente di raccolta con distanza focale f e si **osserva lo spostamento** (posizione) dello *spot* rispetto all'asse ottico, **nel piano focale della lente**:



La legge di trasformazione tra coordinata angolare e spaziale è:

$$r = f \cdot \tan(\theta) \approx f \cdot \theta \quad \text{quando } \theta \ll 1$$

Fotodiodo a 4 quadranti (riv. di posizione)



Nella regione di svuotamento della giunzione p-n i fotoni incidenti producono una corrente che può fluire verso 4 distinti elettrodi di raccolta (uno per ciascun settore circolare S_1, S_2, S_3, S_4)

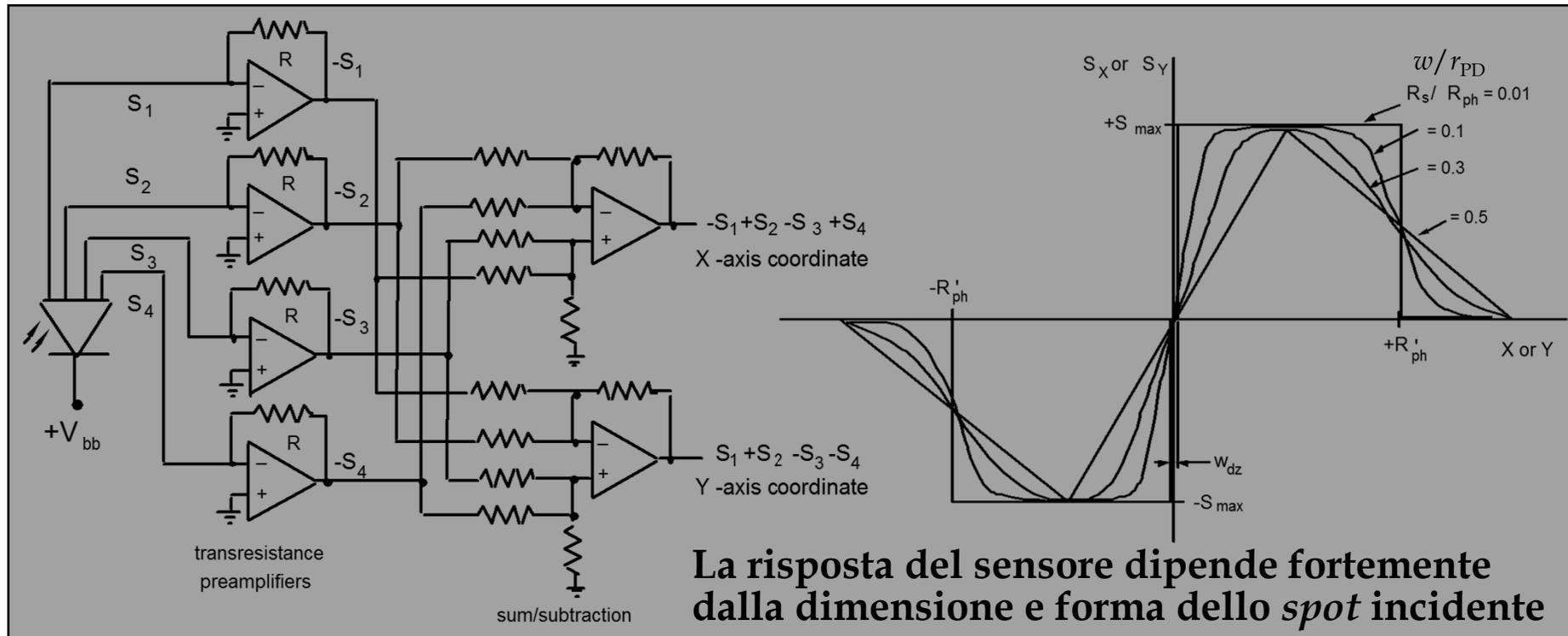
Le 4 fotocorrenti possono essere combinate per ricavare due segnali proporzionali alle coordinate X e Y del fascio rispetto al punto centrale del fotodiodo:

$$S_X = (S_2 + S_4) - (S_1 + S_3)$$

$$S_Y = (S_1 + S_2) - (S_3 + S_4)$$

Si può infine normalizzare rispetto a $P_0 \propto S_0 = (S_1 + S_2 + S_3 + S_4)$

Estrazione delle coordinate X e Y dal fotodiodo a 4 quadranti



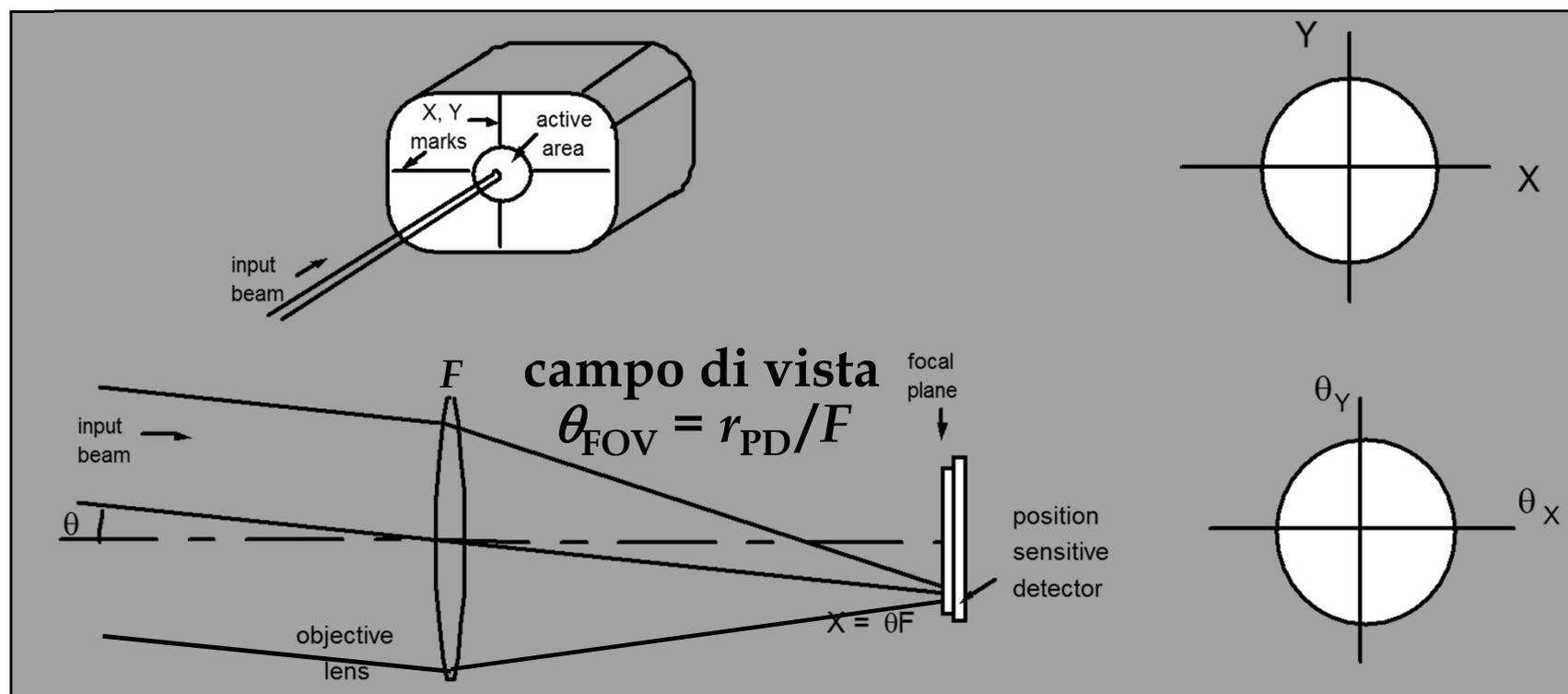
Circuito con OP-AMP (conversione a transimpedenza delle fotocorrenti e sommatore/sottrattori di tensione) per generare i segnali di coordinate S_X e S_Y

Accuratezza di localizzazione spaziale sul 4 quadranti (dipende da P_{spot} e w e forma *spot*, e da gap e r_{PD}): $\sigma_{X,Y} = 10\% - 3\% \cdot r_{PD}$

Dipendenza del segnale di coordinata S_X (o S_Y) dal valore della coordinata X (o Y) della macchia laser (o di luce).

Per piccolo *spot* ($w_0 \ll r_{PD}$) la risposta è quadrata con una piccola zona morta in $X=0$ (o $Y=0$). Per *spot* più grandi il segnale "si linearizza" (al centro)

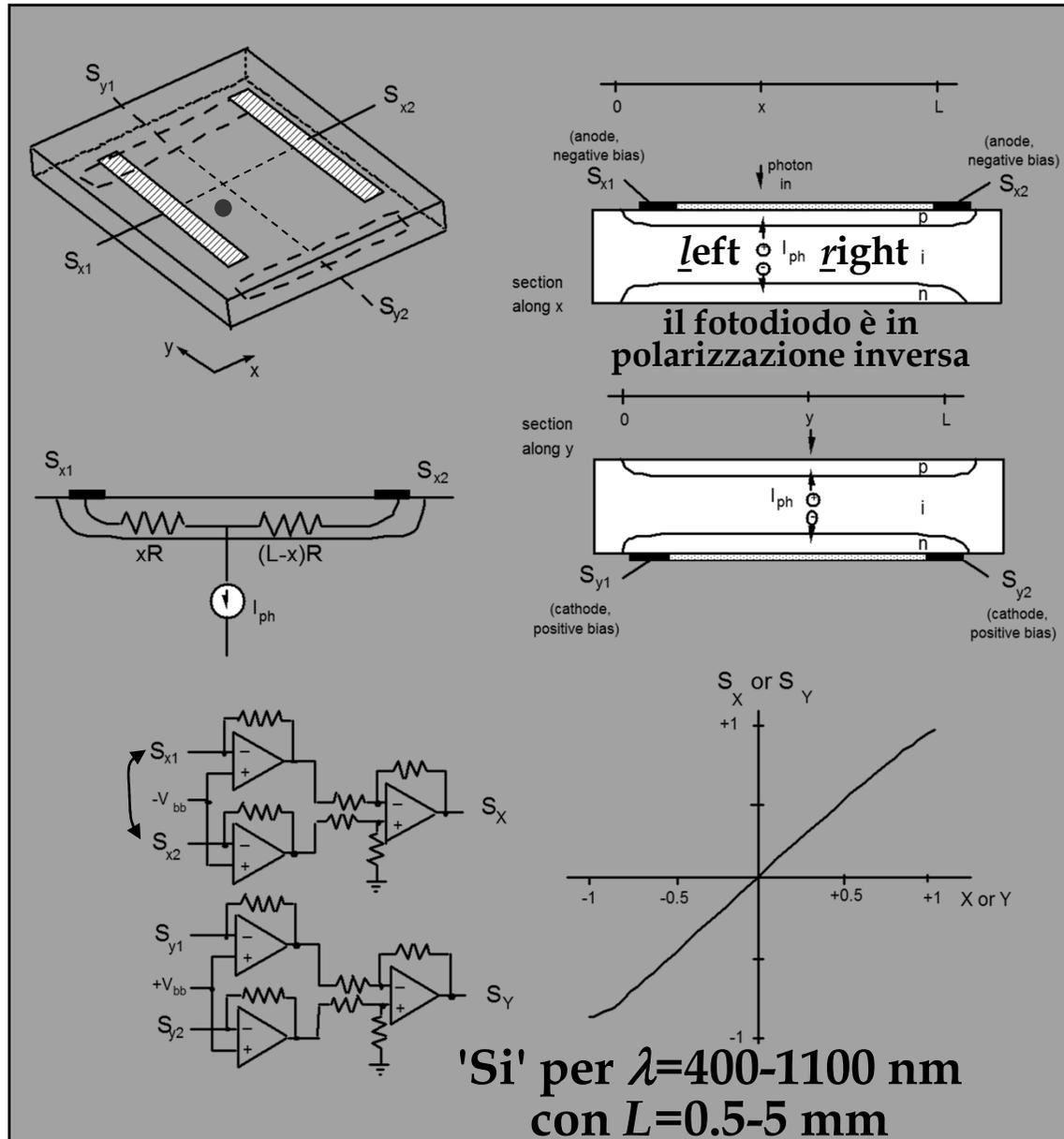
Sensore di posizione angolare con il fotodiodo a 4 quadranti



Un fotodiodo sensibile alla posizione (4 quadranti, PSD, reticolo) oltre che come indicatore di coordinate X e Y può anche rilevare la direzione angolare (θ_X e θ_Y) del fascio d'arrivo

Se il sensore è posto nel piano focale di una lente, la **coordinata angolare** viene trasformata in una corrispondente deflessione spaziale: $X = F\theta_X$ e $Y = F\theta_Y$

Fotodiodo PSD (schema e principio)

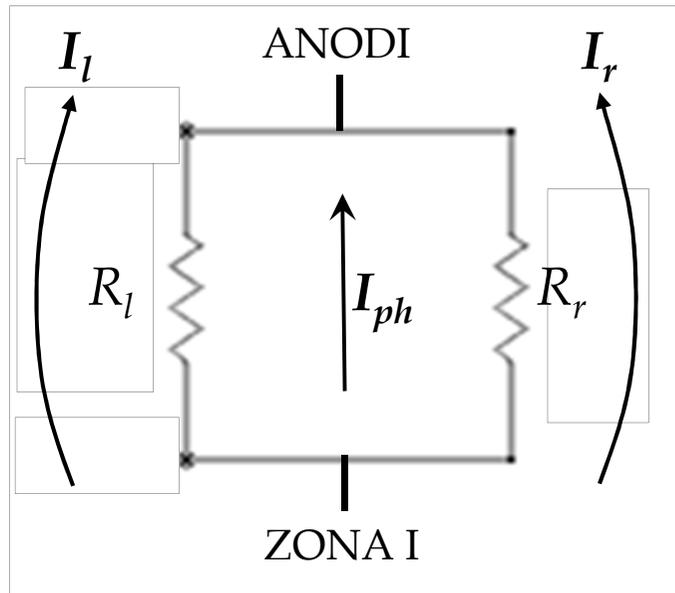
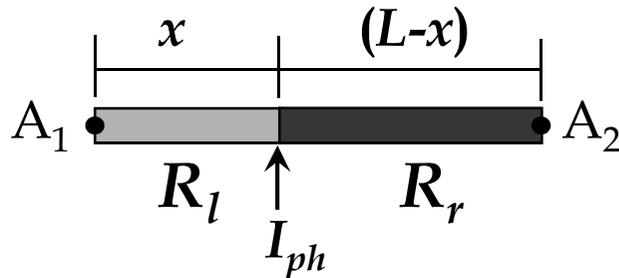


Elevata linearità su tutto il range di misura

Position Sensitive Detector è un normale fotodiodo PIN con regioni p e n sottili e poco drogate (per aumentare la resistenza serie delle regioni p e n che si affacciano alla zona svuotata) La luce incidente in coordinate (X, Y) produce una fotocorrente che passa dagli elettrodi Y (catodo) agli elettrodi X (anodo)

La corrente, dovendo attraversare le regioni p e n di alta resistività si divide con la regola del partitore di corrente tra due resistenze La differenza tra le correnti raccolte su una coppia di elettrodi omologhi (X o Y) fornisce la coordinata (X o Y)

Fotodiiodo PSD (modello elettrico)



$$R_l = x\rho^*$$

$$R_r = (L-x)\rho^*$$

$$R_l + R_r = L\rho^*$$

con ρ^* resistività per unità di lunghezza
(della regione p debolmente drogata)

si ha partizione di corrente

verso i due anodi A_1 e A_2

t.c. $I_{ph} = I_l + I_r$ con d.d.p.

$$\frac{R_l R_r}{R_l + R_r} I_{ph} = R_l I_l = R_r I_r$$

$$I_l = \frac{R_r}{R_l + R_r} I_{ph} = \frac{L-x}{L} I_{ph}$$

$$I_r = \frac{R_l}{R_l + R_r} I_{ph} = \frac{x}{L} I_{ph}$$

Fotodiode PSD (equazioni di funz.)

$$I_{x1} = I_l = \left(1 - \frac{x}{L}\right) I_{ph}$$

$$I_{x2} = I_r = \frac{x}{L} I_{ph}$$

Analogamente

$$I_{y1} = \left(1 - \frac{y}{L}\right) I_{ph}$$

$$I_{y2} = -\frac{y}{L} I_{ph}$$

Dal circuito a OP-AMP si ricava poi

$$S_X = -R(I_{x1} - I_{x2}) = \left(\frac{2x}{L} - 1\right) R I_{ph} \propto X$$

$$S_Y = -R(I_{y2} - I_{y1}) = \left(\frac{2y}{L} - 1\right) R I_{ph} \propto Y$$

$I_{ph} = \rho P$
e varia con P
(e anche con ρ !)

Si ottiene infine insensibilità alla fotocorrente I_{ph} (e a P)

dividendo per il segnale somma $\Sigma_{X/Y} = R(I_{x/y1} + I_{x/y2}) = R I_{ph}$

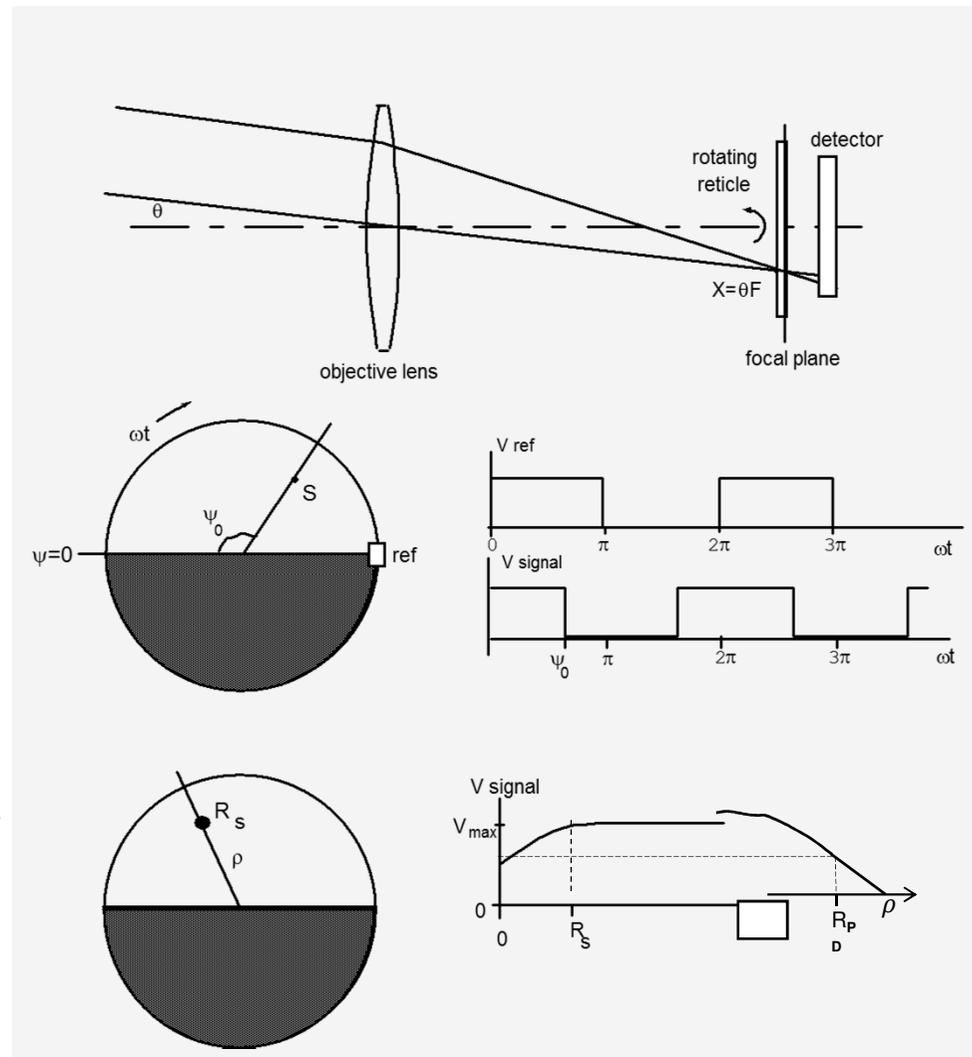
\Rightarrow misura indipendente da pot. ottica (P) e \approx responsivity (ρ) 21/38

Position Sensing with Reticules

Coordinata angolare trasformata in coordinata spaziale (fuoco lente) e misura coordinata spaziale (x,y) dalla misura coordinate polari $(\rho, \theta = \Psi_0)$

Position sensing by a rotating reticule: light from a bright spot at the angle θ is imaged by the objective lens on the focal plane, where it is chopped by the reticule placed in front of the photodetector. By comparing the **phase-shift of the square waveform from the photodetector and of a reference**, the **angular position ψ_0** of the source is determined.

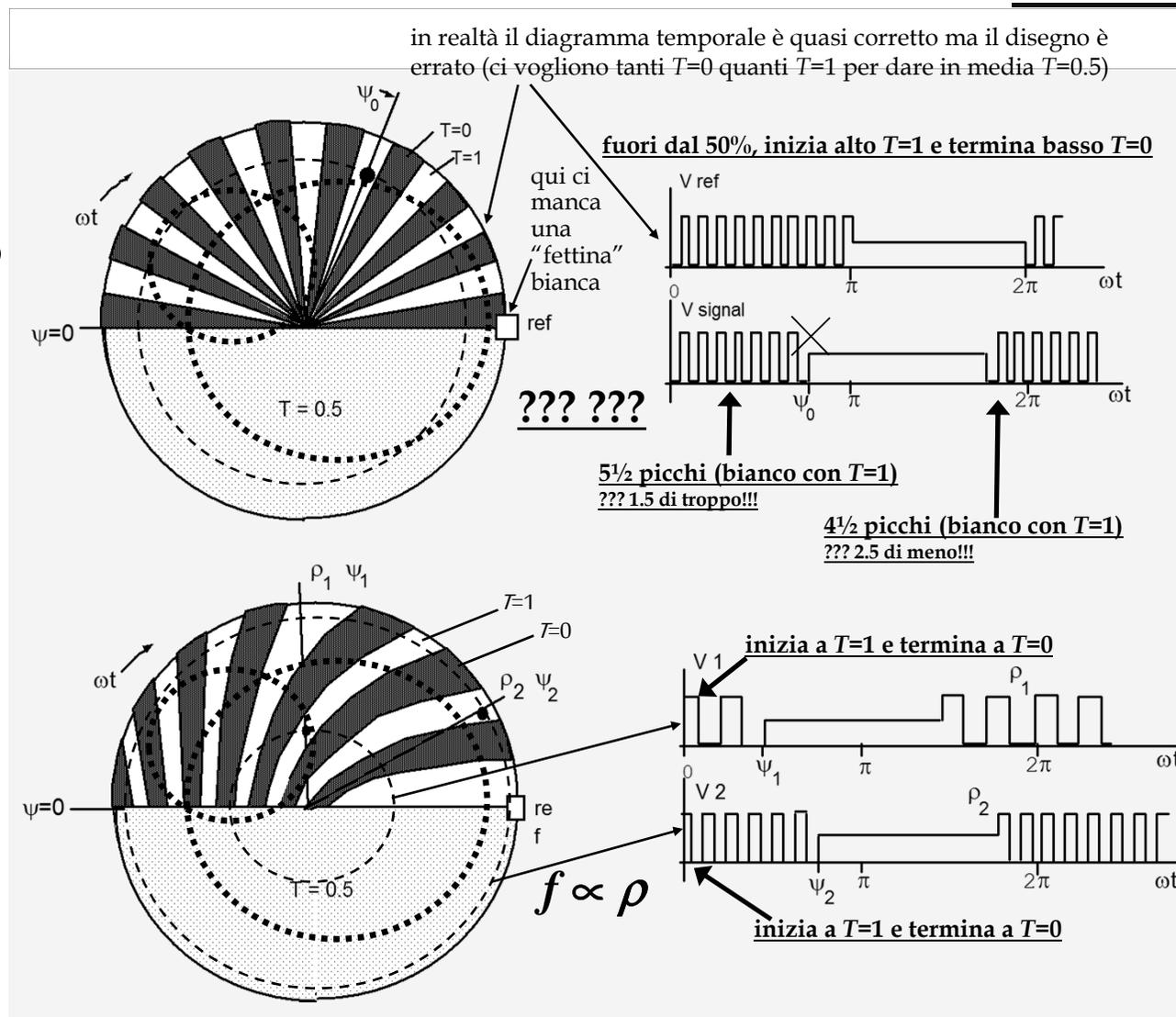
The **amplitude** of the signal, V_{signal} , carries information on the **polar coordinate ρ** , similar to that of the quadrant PD.



Position Sensing with Reticules

The rising-sun (top) reticule provides a better suppression to extended sources of **disturbance** and digital counting of the angle ψ_0 .

The digital readout reticule (bottom) supplies both ρ and ψ coordinates.



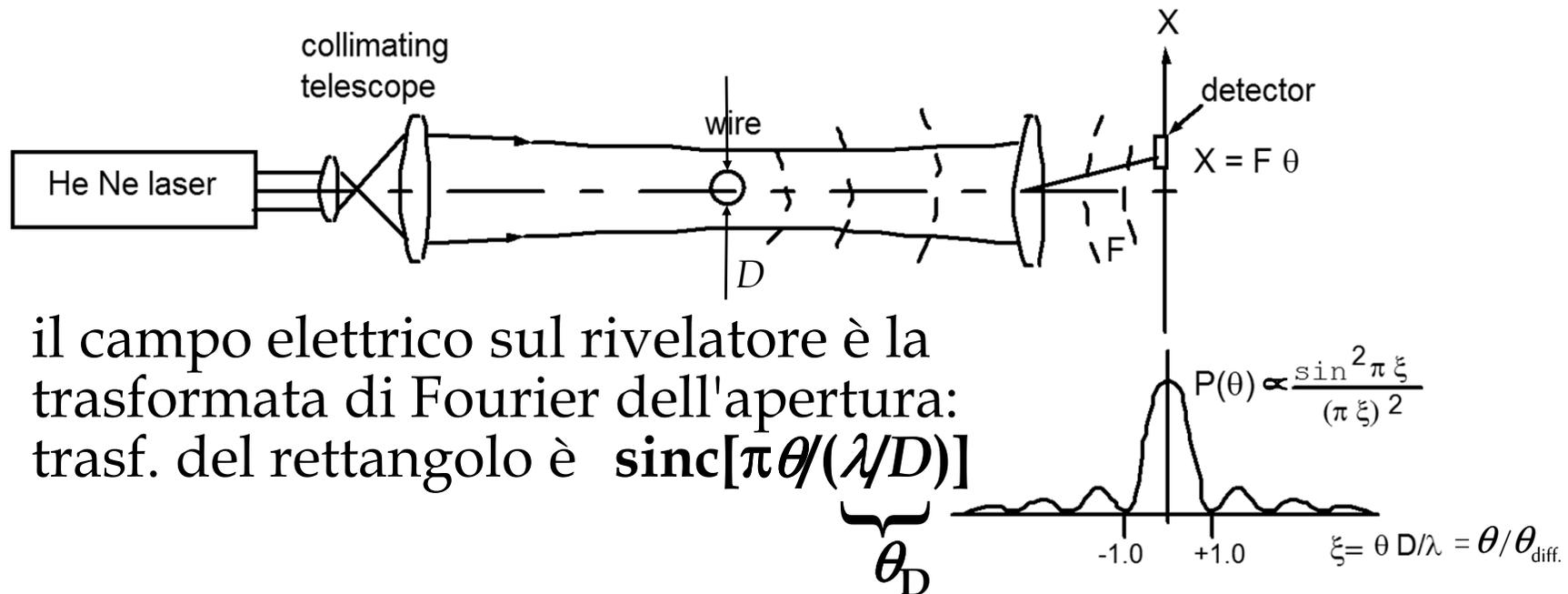
Diapositiva 23

CS10

qui termina la 7a lezione dell'AA 2005/2006

Cesare Svelto; 05/04/2006

Misure del diametro di fili dall'analisi del profilo di diffrazione



il campo elettrico sul rivelatore è la trasformata di Fourier dell'apertura:
trasf. del rettangolo è $\text{sinc}[\pi\theta/(\lambda/D)]$

la distribuzione angolare è
i primi zero del sinc sono a

$$I(\theta) = E_0^2 / \eta_0 \cdot \text{sinc}^2 \pi \theta / \theta_D$$

$$\theta_D = \theta_{\text{diff.}} = \pm \lambda / D \quad \text{e} \quad X_{\text{zero}} = \pm F \lambda / D$$

per cui si può ricavare

$$\boxed{D} = F \lambda / X_{\text{zero}}$$

Per fili piccoli (D piccolo) si avrà X_{zero} grande e viceversa
(è più facile - alta sensibilità - misurare fili con diametro piccolo)

La distanza tra gli zeri (o i picchi) sul rivelatore è proporzionale a $1/D$

Diapositiva 24

CS11

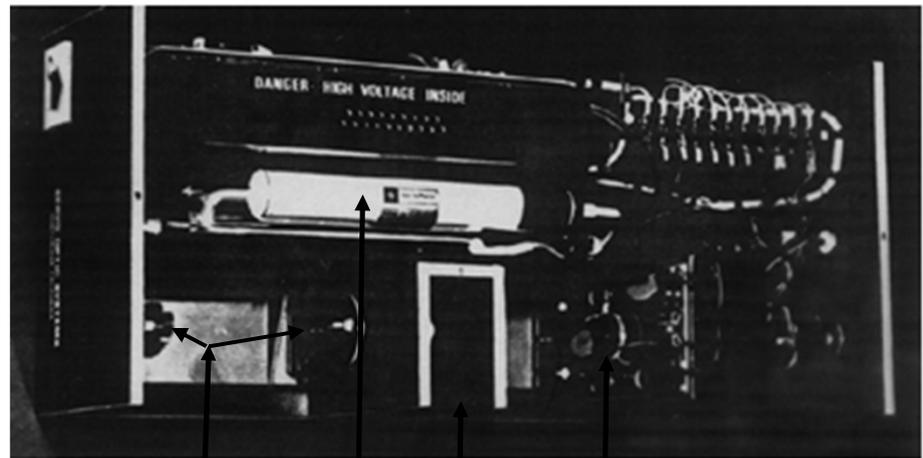
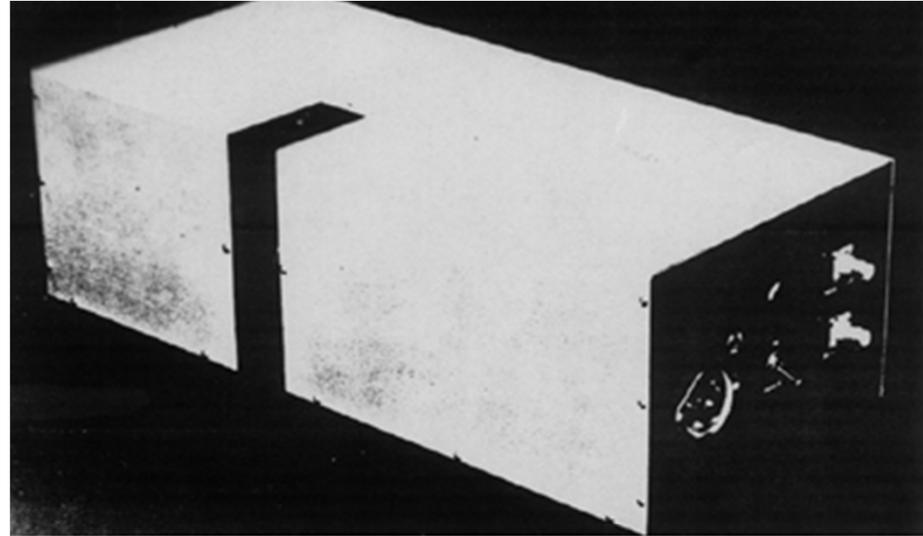
qui inizia la 8a lezione dell'AA 2005/2006

Cesare Svelto; 05/04/2006

Strumento per misura diametro fili

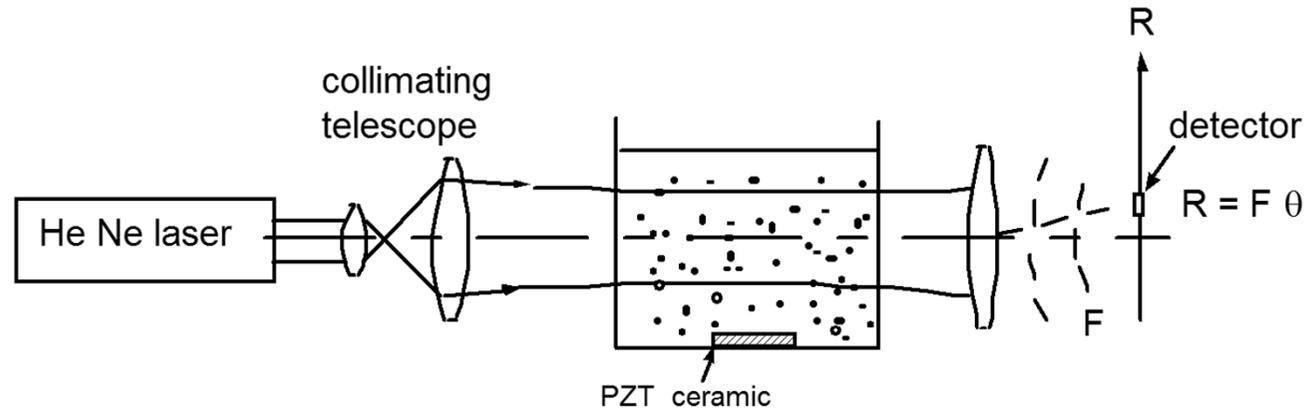
Negli strumenti commerciali per la misura del diametro di fili, il campo di diametri misurabili va da $10\ \mu\text{m}$ ($\pm 1\%$ acc.) sino a oltre $2\ \text{mm}$ ($\pm 5\%$ acc.)

Il filo viene fatto passare in un'apertura a "U": è possibile un monitoraggio durante la produzione, con correzione *online* del processo di filatura



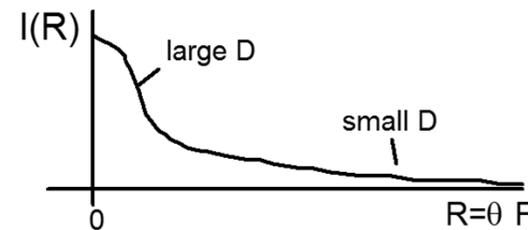
telescopio He-Ne lente e
apertura rivelatore

Misura del diametro di particelle



LAELS: Low-Angle ELastic Scattering

il campo elettrico sul rivelatore è la trasformata di Fourier dell'apertura:
la trasf. del cerchio è $\text{somb}[(R/F)/(\lambda/D)]$
 $[(\theta/\theta_{\text{diff}})]$



L'analizzatore di diametri misura la luce diffratta dalle particelle mantenute in sospensione all'interno di un liquido. All'uscita della cella una lente converte il profilo di diffrazione angolare in un corrispondente profilo spaziale nel piano focale ($\theta \rightarrow R$). Un fotorivelatore (PD scansionato o CCD) misura $I(R)$: la distribuzione dei diametri delle particelle osservate, $p(D)$, si calcola invertendo

$$I(R) = I_0 \int_0^\infty \text{somb}^2[(D/\lambda)(R/F)] \cdot p(D) dD \quad \text{con } (R/F) = \tan \theta \cong \theta$$

$$\text{somb}(x) = 2[J_1(\pi x)]/\pi x$$

PDF

Particle Size Measurement 2

Methods to solve for $p(D)$ from measured data $I(\theta)$

- *Analytical Inversion*

$$p(D) = -[(4\pi/D)^2/\lambda] \int_{\theta=0-\infty} K(\pi D \sin\theta/\lambda) d[\theta^3 I(\pi D \sin\theta/\lambda)] / I_0$$

a theoretically nice result but impractical to be used.

- *Least Square Method*

Using a discrete approximation for $p(D)=p_k$ and $I(\theta)=I_n$ and letting $S_{nk} = \text{somb}^2[(D_k/\lambda)\sin\theta_n]$, we get a set of equations:

$$I_n = \sum_{k=1..K} S_{nk} p_k \quad (n=1..N)$$

N is the number of angular measurements performed on the intensity, K is the number of unknown diameters. We start with $K < N$ and close the set adding $N-K$ equations from the LSM condition, sought from:

$$\epsilon^2 = \sum_{n=1..N} [I_n - \sum_{k=1..K} S_{nk} p_k]^2 = \min$$

Particle Size Measurement 3

Taking the derivative respect p_k 's and equating to zero gives:

$$0 = \partial(\epsilon^2)/\partial p_k = \sum_{n=1..N} 2[I_n - \sum_{k=1..K} S_{nk} p_k](-S_{nk})$$

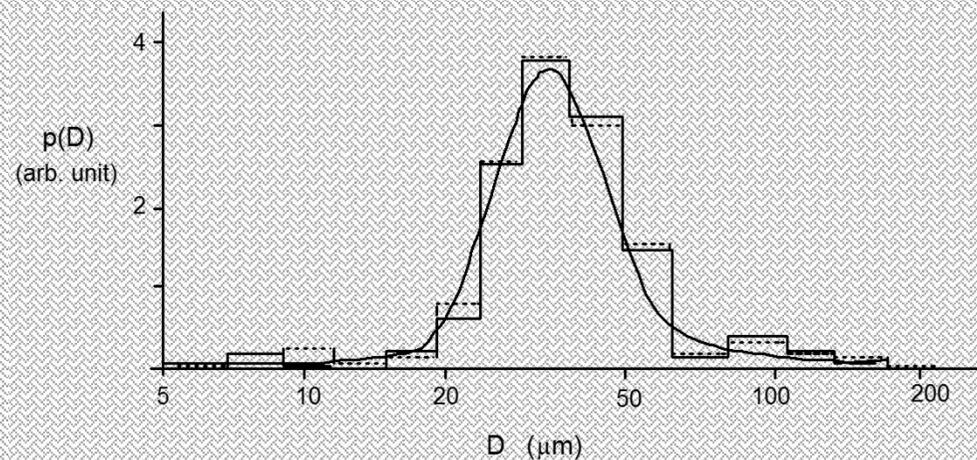
and rearranging we get

$$J_h = \sum_{k=1..K} Z_{hk} p_k \quad (h=1..K)$$

where we have let $J_h = \sum_{n=1..N} I_n S_{nh}$ and $Z_{nk} = \sum_{n=1..N} S_{nk}^2$

Now, the number of equations is equal to the number of unknown and we can solve for p_k with standard algebra.

Usually, the range of diameters of interest may be large (for example, two decades from 2 to 200 μm) but the number of affordable diameter is modest (e.g. $K=6-9$) at $\pm 10\%$ accuracy.



Particle Size Measurement 4 *

-Iterative Methods. They are based on the following approach: if the set of diameter p_k is correct, it should give the measured distribution $I_{n,calc} = \sum_k C_{nk} p_k$. If these values $I_{n,calc}$ differ from experimental values $I_{k,meas}$, then we may expect to approach the solution if we multiply p_k by $I_{k,meas}/I_{k,calc}$.

Using $p_{k+1} = I_{k,meas}/I_{k,calc} p_k$ and repeating an adequate number of times, p_k should converge to the correct solution (there is no clear sign of convergence, however)

A refinement of Chahine's method consists in weighting the iteration by the normalized kernel, $S_{nk}/\sum_{n=1..N} S_{nk}$, using

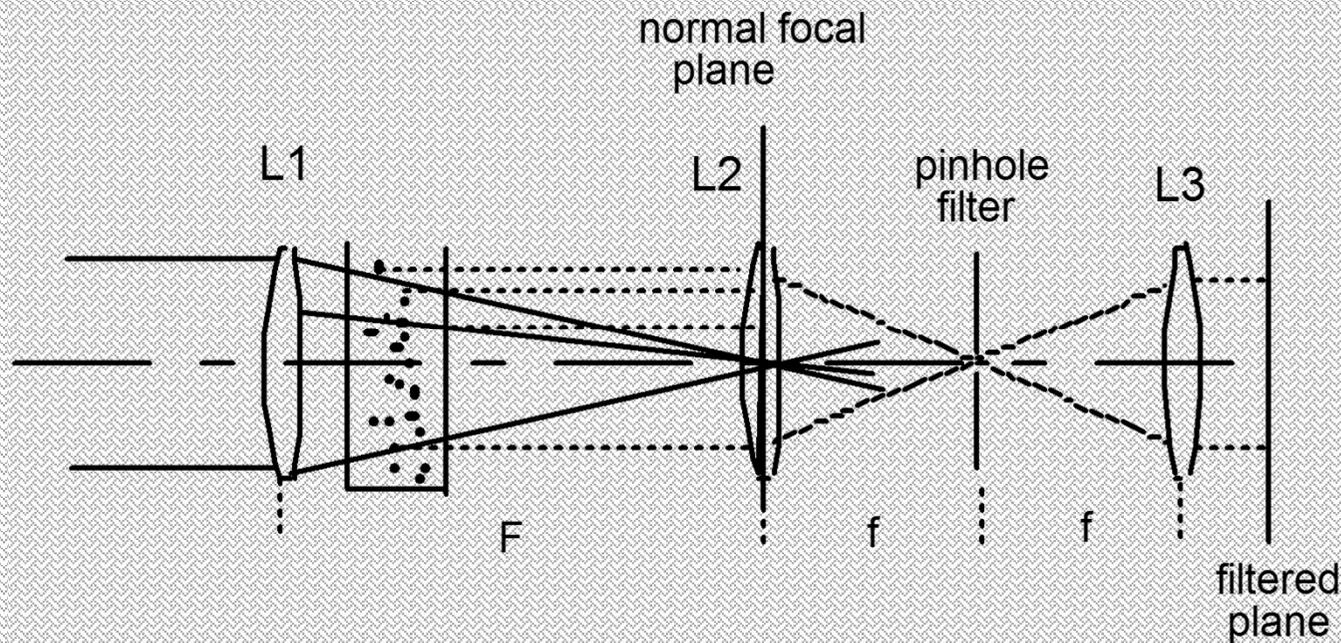
$$p_{k+1} = (S_{nk}/\sum_{n=1..N} S_{nk})(I_{k,meas}/I_{k,calc}) p_k$$

In this way, spurious peaks found in Chahine's method are suppressed, and resolution and dynamic range are improved

Particle Size Measurement 5 *

Common errors in the PSM: *finite size* of detector, *beam waist* effects, *lens vignetting*, and undiffracted beam ($\theta=0$), important for small θ (large D).

Better than a stop to block it out, we can use the filtering known as reverse Fourier-transform illumination, with a convergent beam to illuminate the cell. Diffracted rays (dotted lines) are focused on axis, and pass through the pinhole, whereas undiffracted rays arrive out-of-axis and are blocked.

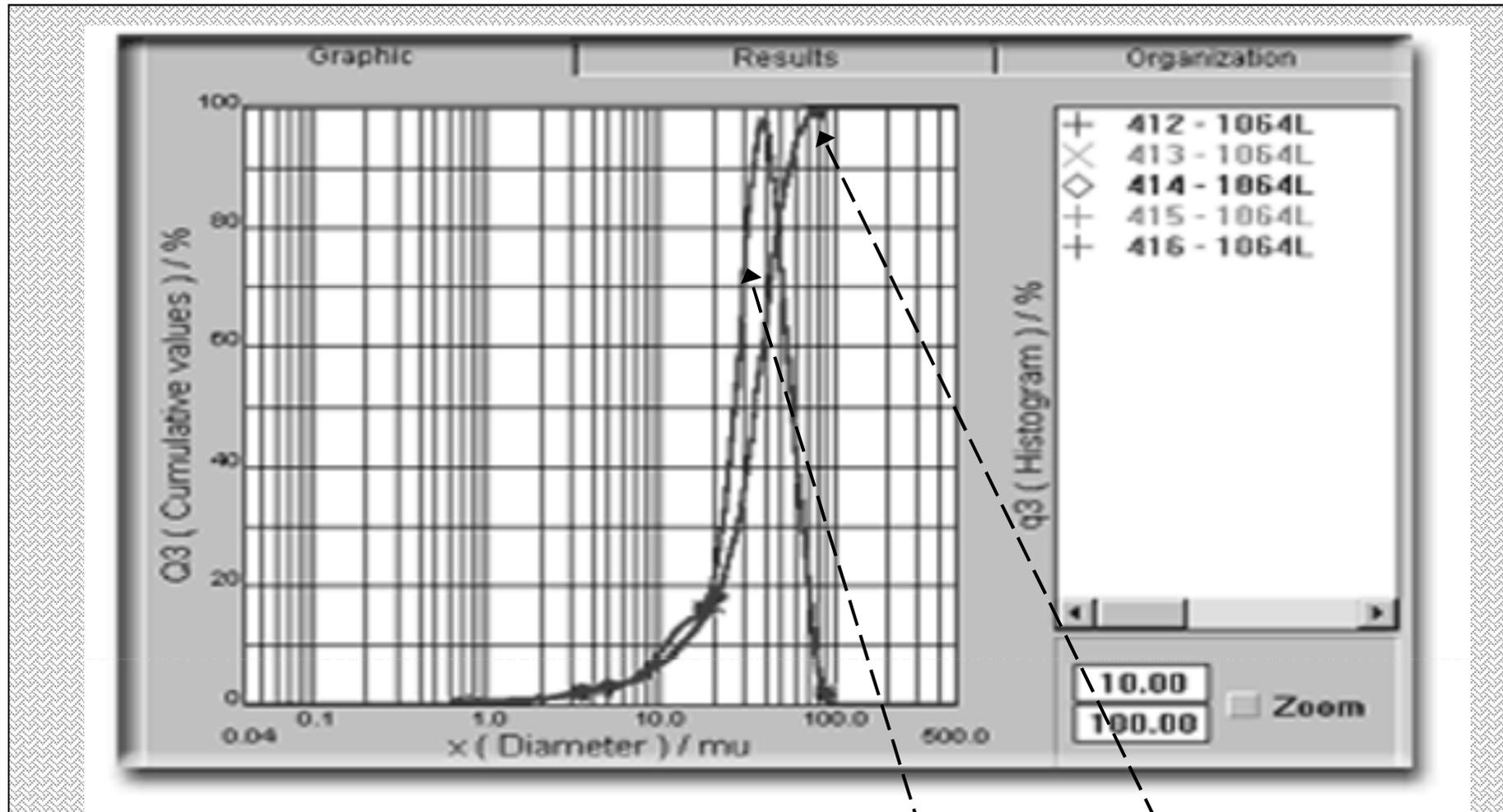


Particle Size Measurement 6



A modern, general purpose particle-size analyzer based on diffraction performs diameter measurements from 1 to 2500 μm [by CILAS, France]

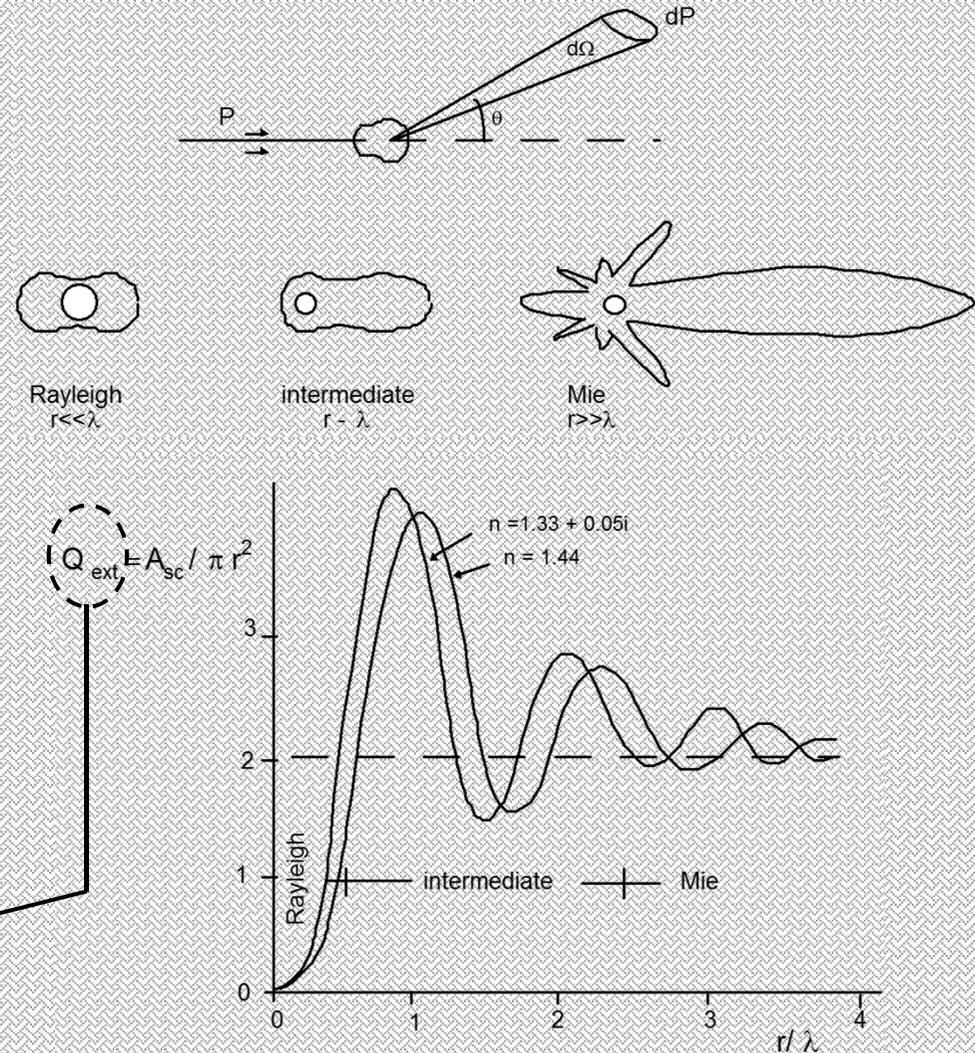
Particle Size Measurement 7



An example of an-easy-to-get **particle size pdf $p(D)$** and **cdf $P(D)$** distribution measured by a commercial instrument (courtesy of CILAS)

Particle Size Measurement 8 *

- In the **Rayleigh** regime $r \ll \lambda$, the scattering is nearly **isotropic** in angle and the extinction factor Q_{ext} varies as $(r/\lambda)^4$.
- When r increases up to about $r \approx \lambda$, (**intermediate** regime) the scattering function $f(\theta)$ is mainly **forward** and the extinction factor increases up to $Q_{\text{ext}} \approx 2-4$.
- For $r \gg \lambda$ we enter in the **Mie** regime, extinction Q_{ext} is nearly constant (in λ) at ≈ 2 and $f(\theta)$ is strongly peaked **forward**



Q_{ext} ci dice quante volte la **cross section** (sezione d'urto) di estinzione della luce (scattering) è **superiore all'area**/sezione fisica (πr^2) della **particella** diffondente 33/38

Particle Size Measurement 9 *

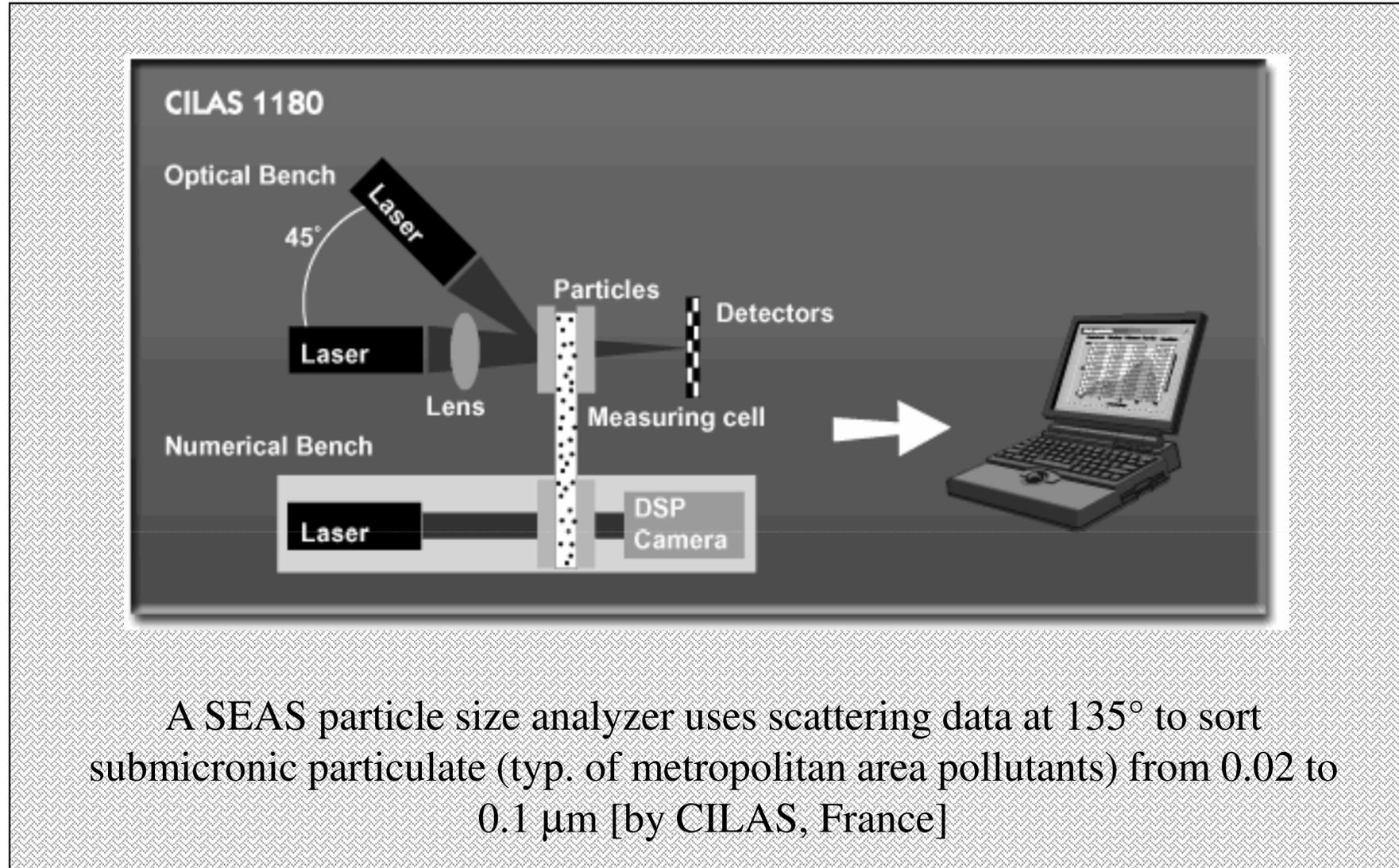
- Another method is **SEAS** (*Spectral Extinction Aerosol Sizing*). It is based on measuring light scattered from the cell at a fixed angle, while scanning λ instead of θ . By varying the ratio D/λ , the extinction factor $Q_{\text{ext}}(D, \lambda, n)$ varies and the scattered power too, according to:

$$I(\lambda, 45^\circ) = f(45^\circ) (\Delta\Omega/4\pi) I_0 \int_{0-\infty} Q_{\text{ext}}(D, \lambda, n) p(D) dD$$

where $f(\theta)$ =scattering function, Q_{ext} =extinction factor. The equation is the counterpart of that for extinction-related measurement, and all the methods of inversion of the Fredholm's integral can now be applied on D_k and λ_n . With **SEAS we may go down to 0.02–0.1 μm** as the minimum measurable size, overlapping with the LAELS low-range ($\approx 2\text{--}5 \mu\text{m}$).

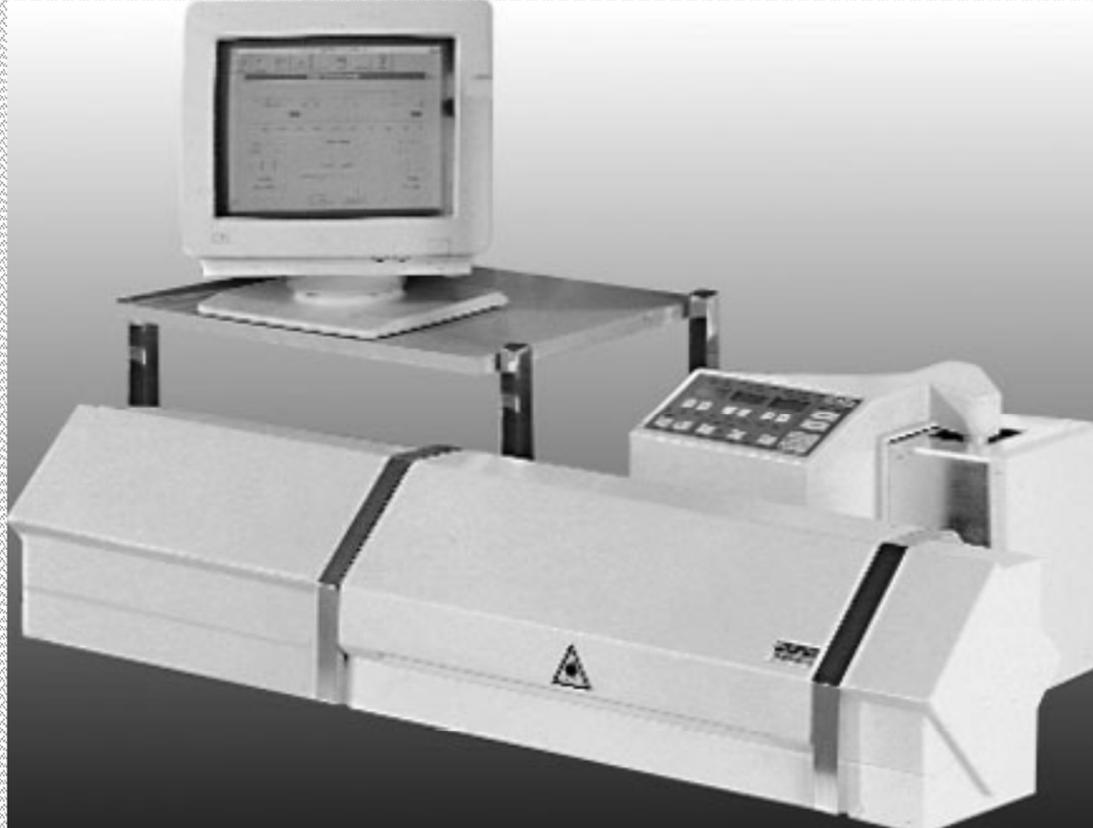
- A last method is the *Dynamical Scattering Size Analyzer (DSSA)*, useful **for very small (1..100-nm) particles**. Based on the frequency shift due to Doppler effect $(\underline{k}_o - \underline{k}_i) \cdot \underline{v}$, it is measured by the time-domain autocorrelation function $C(\tau) = (1/T) \int_{0-T} i(t) i(t+\tau) dt$ which depends from the diffusion constant δ of particles according to: $C(\tau) = C_0 \exp -\delta (k_o - k_i)^2 \tau$.

Particle Size Measurement 10



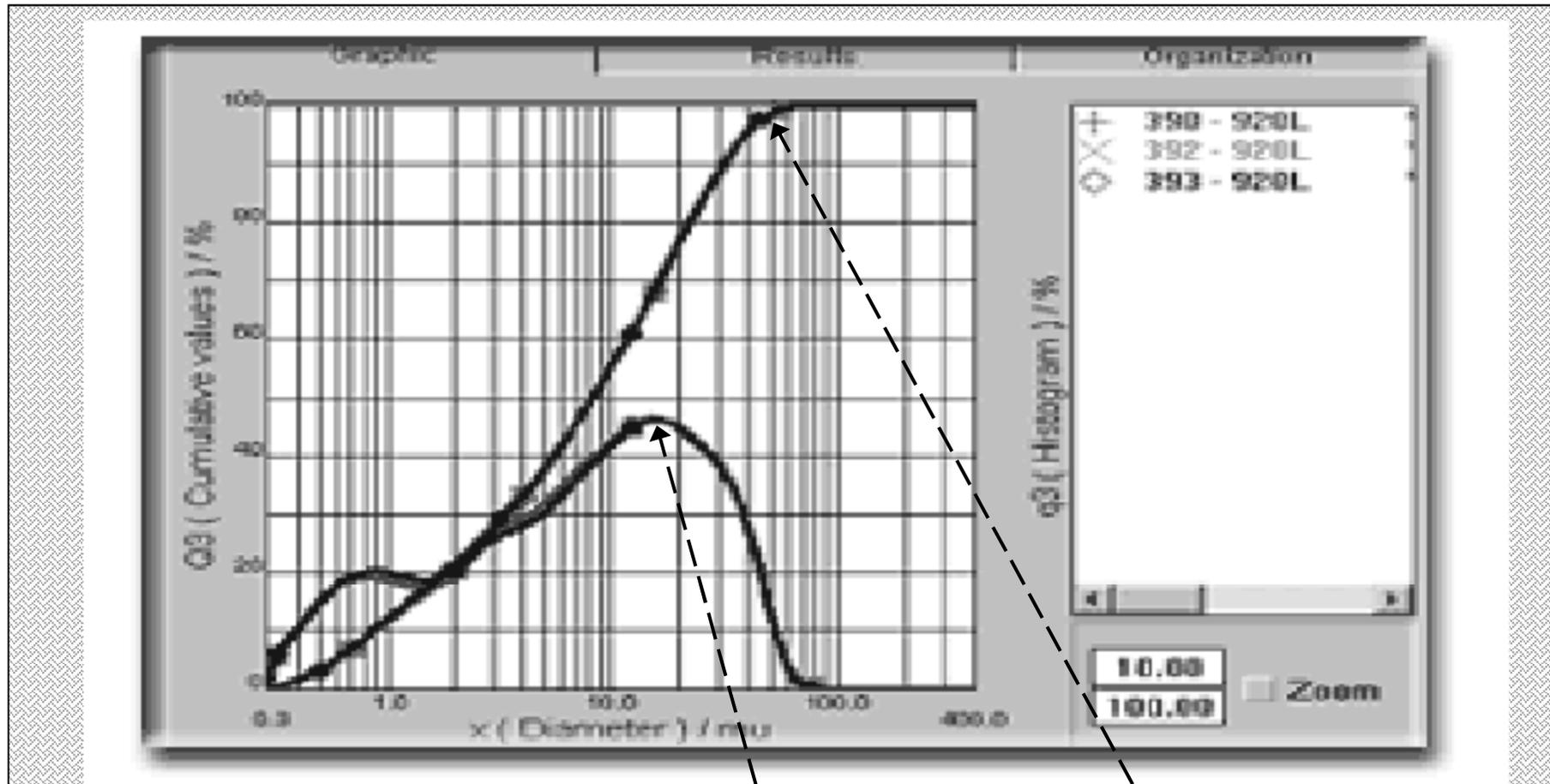
A SEAS particle size analyzer uses scattering data at 135° to sort submicronic particulate (typ. of metropolitan area pollutants) from 0.02 to $0.1 \mu\text{m}$ [by CILAS, France]

Particle Size Measurement 11



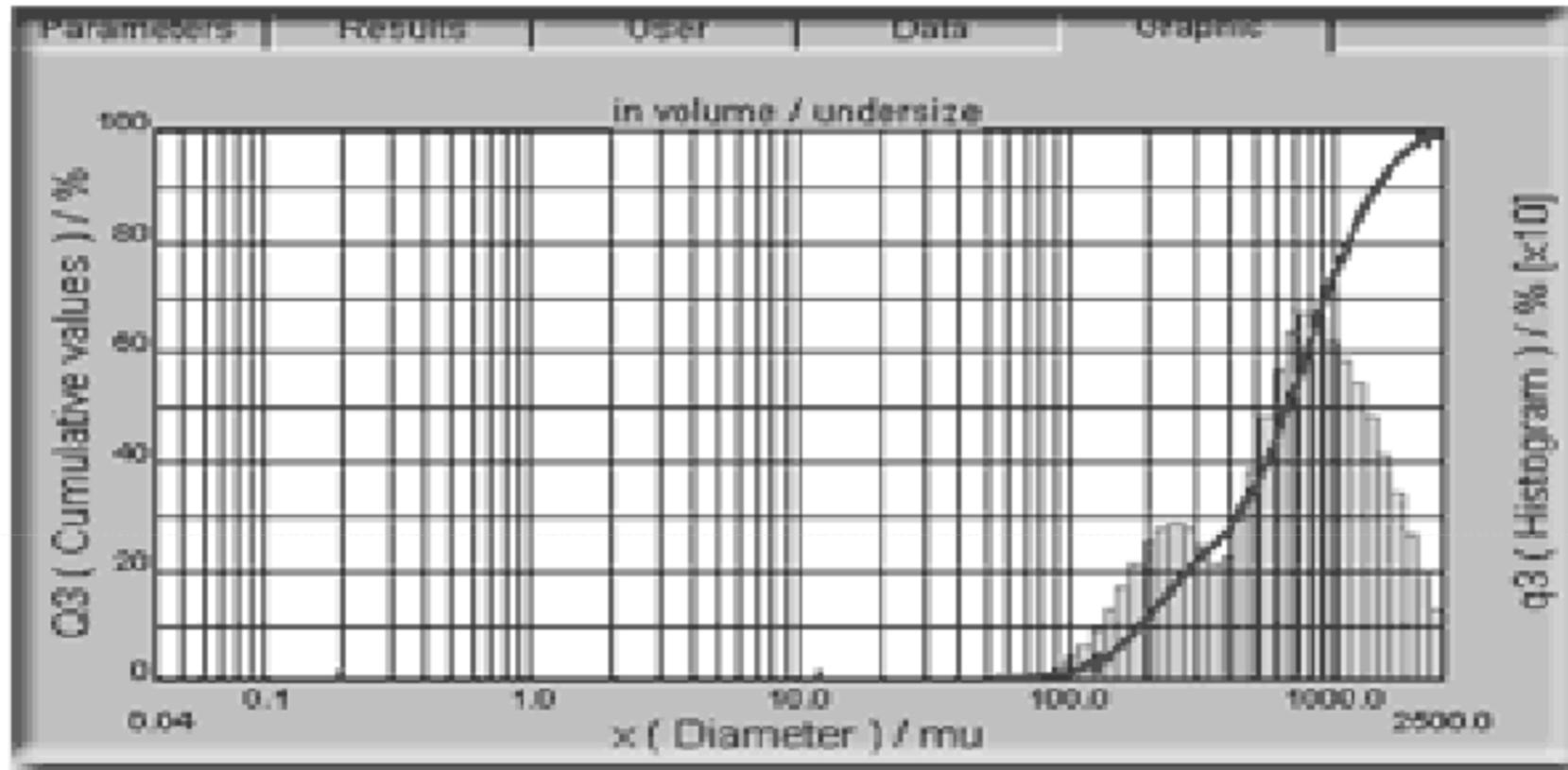
A modern particle-size analyzer based on diffraction and extinction (LAELS + SEAS), performs diameter measurements from 0.05 to 2500 μm [by CILAS, France]

Particle Size Measurement 12



A second example of particle size pdf $p(D)$ and cumulative $P(D)$ of a bi-modal distribution, more difficult because with both small and large particles, as measured by a commercial instrument (courtesy of CILAS)

Particle Size Measurement 13



A third example of particle size pdf $p(D)$ and cumulative $P(D)$ of a distribution with two populations of very large particles (powders) as measured by a commercial granulometer (courtesy of CILAS)