

# *Il ruolo della Statistica nell'Ingegneria*

# 1

## The Role of Statistics in Engineering

---

### CHAPTER OUTLINE

- |  |  |
|--|--|
| 1-1 THE ENGINEERING METHOD<br>AND STATISTICAL THINKING | 1-4 DESIGNING EXPERIMENTAL<br>INVESTIGATIONS |
| 1-2 COLLECTING ENGINEERING<br>DATA                     | 1-5 OBSERVING PROCESSES OVER<br>TIME         |
| 1-3 MECHANISTIC AND EMPIRICAL<br>MODELS                |  |
-

# *Il ruolo della Statistica nell'Ingegneria*

# 1

## The Role of Statistics in Engineering

la raccolta  
di dati  
scientifici

il metodo ingegneristico-scientifico  
e l'approccio statistico

### CHAPTER OUTLINE

1-1 THE ENGINEERING METHOD  
AND STATISTICAL THINKING

1-2 COLLECTING ENGINEERING  
DATA

1-3 MECHANISTIC AND EMPIRICAL  
MODELS

1-4 DESIGNING EXPERIMENTAL  
INVESTIGATIONS

1-5 OBSERVING PROCESSES OVER  
TIME

la progettazione di indagini  
sperimentali

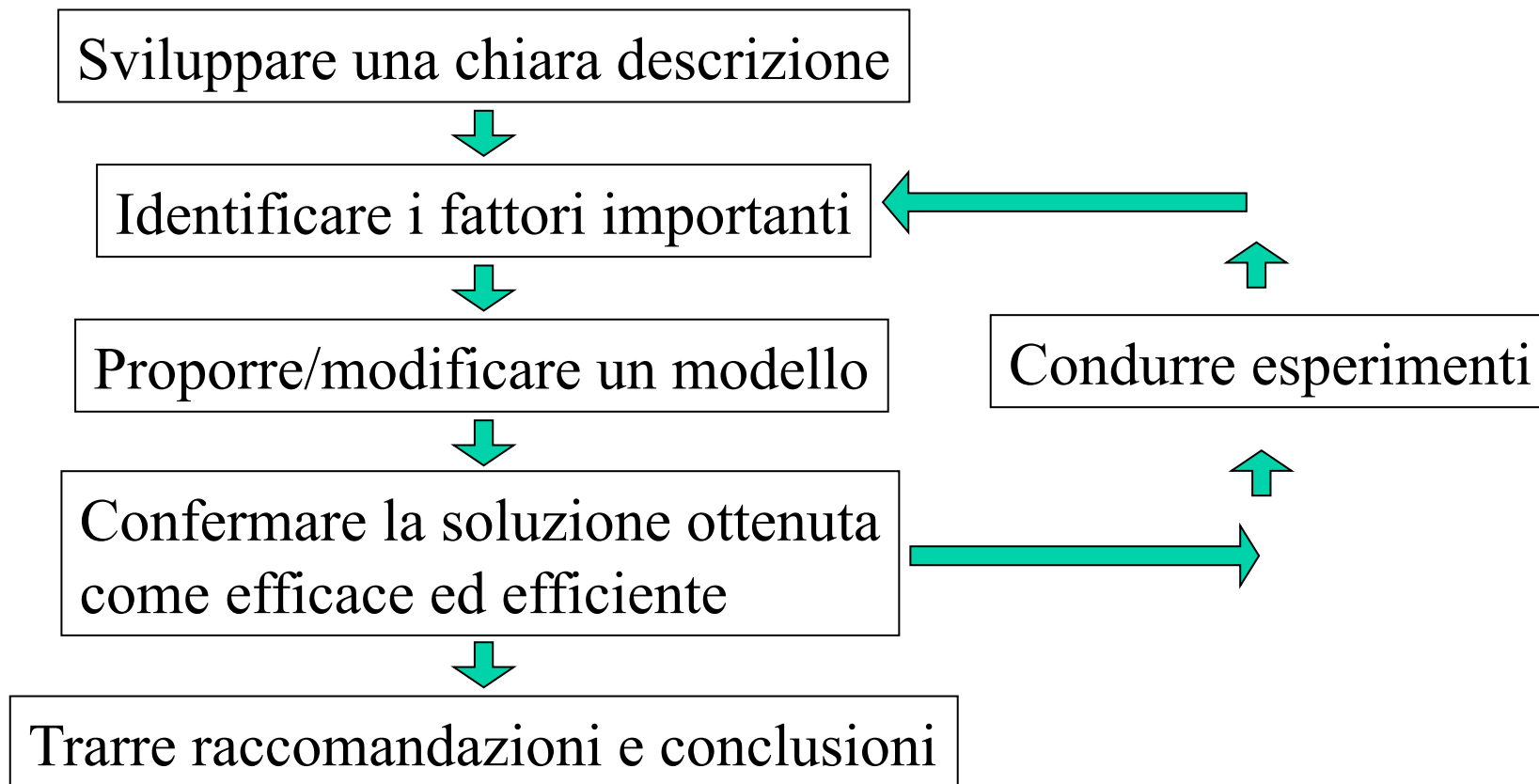
modelli teorici  
e modelli empirici

l'osservazione dei  
processi nel tempo  
(serie temporali)

# Il metodo scientifico

“Gli ingegneri risolvono **problemi** di interesse per la società mediante una applicazione efficiente dei principi scientifici”

*Es.: minimizzare i consumi di una nuova automobile*



# La Statistica

Il campo della **Statistica** riguarda la raccolta, presentazione, analisi e utilizzo dei dati, al fine di prendere decisioni, raffinare modelli, e risolvere problemi.

Le tecniche statistiche sono indispensabili per la descrizione e la comprensione della **variabilità**: successive osservazioni di un processo o di un sistema non forniscono esattamente lo stesso risultato.

*Es. statura cittadini maschi 20-24 anni /// altezza di un edificio*

Tipicamente una **variabile**  $X$  è rappresentabile come la somma di una **componente costante**  $\mu$  e di una **componente aleatoria**  $\varepsilon$  (**variabile casuale**)

$$X = \mu + \varepsilon$$

# La Misurazione

**Variabile  $X$  da “conoscere” o MISURANDO**

$$X = \mu + \varepsilon$$

Oltre al **VALORE  $\mu$**  di  $X$  (tendenza centrale o media) spesso vogliamo conoscere la **variabilità  $\varepsilon$**  (le sue cause), quantificarla, e in ultima analisi ridurla (**INCERTEZZA DI MISURA**)

*Es. kilometraggio con un pieno di benzina*

*→ grandezze d'influenza sul consumo dell'auto*

*→ nuove automobili a basso consumo*

Misure ripetute non danno gli stessi kilometraggi (media e dispersione dei kilometraggi misurati)

# Presentazione dei dati: tabelle numeriche

Consideriamo 2 insiemi di dati, corrispondenti al numero di errori verificatisi in 2 diverse linee di trasmissione (A e B) su un totale di  $10^{10}$  bit trasmessi.

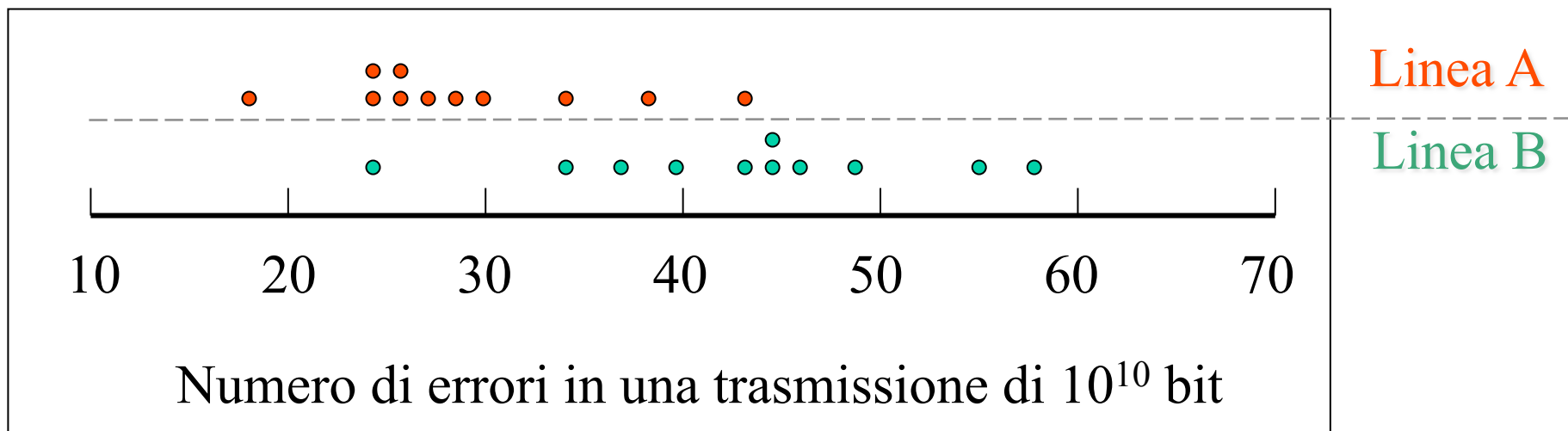
Ci interessa valutare quale delle due linee trasmissive fornisce prestazioni migliori.

E' evidente come da un'analisi "a prima vista" dei dati in tabella non è facile trarre conclusioni...

Trasmissione n°	Linea A	Linea B
1	38	43
2	24	55
3	30	46
4	18	24
5	34	34
6	26	40
7	24	44
8	43	49
9	27	58
10	26	37
11	28	44

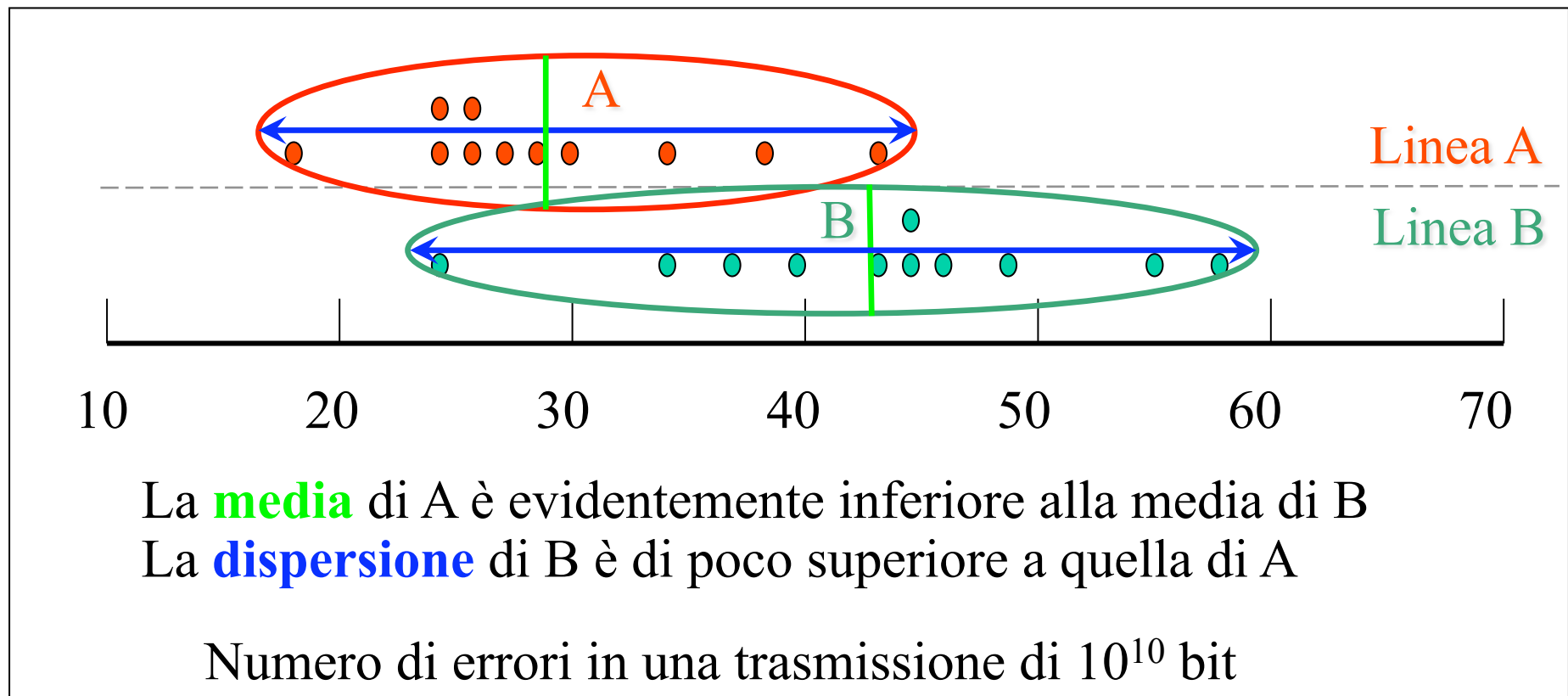
# Presentazione dei dati: il diagramma a punti

Una rappresentazione dei dati di misura, utile quando i dati acquisiti sono pochi ( $<20$ ), è il **diagramma a punti**. Consiste semplicemente nel riportare su un asse graduato un punto per ciascun dato misurato. Questo diagramma fornisce un'immediata **visione della dispersione** dei dati e anche un'**indicazione** (visiva) **della media** (“baricentro”).



# Media e dispersione dal diagramma a punti

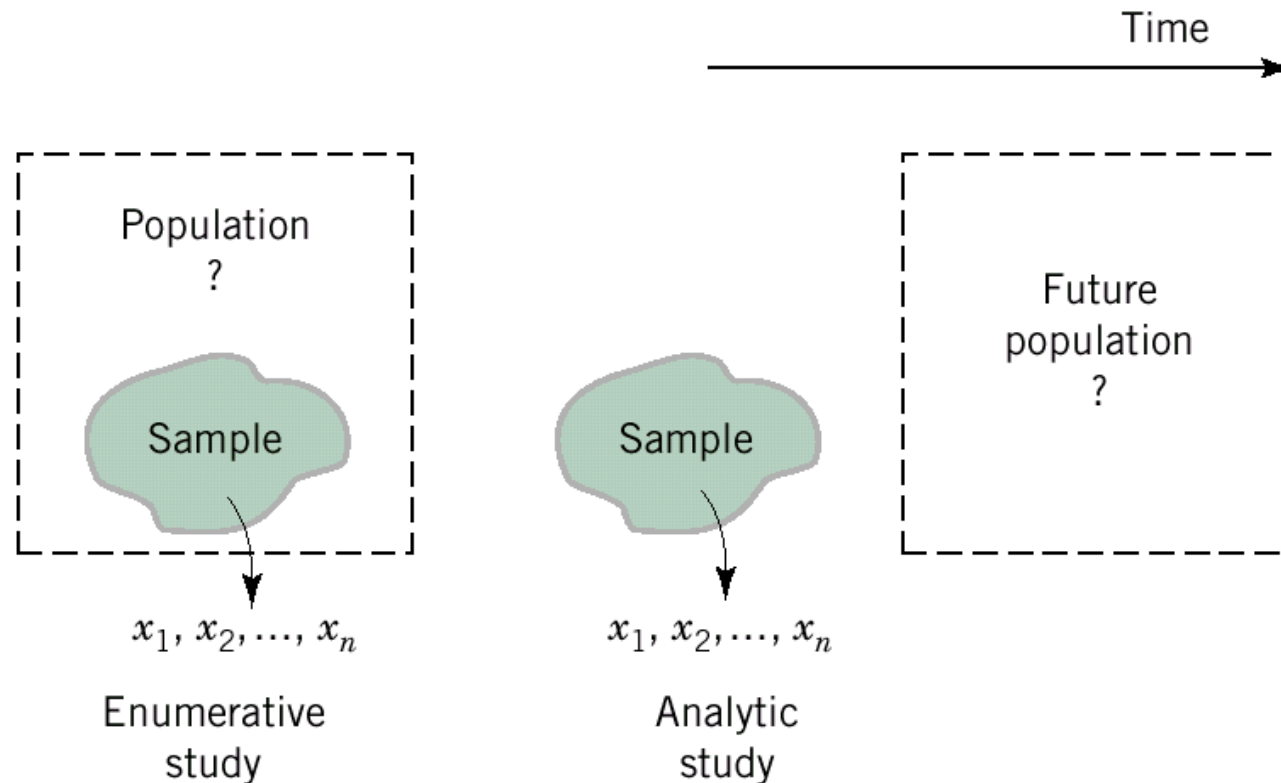
Questo diagramma fornisce un'immediata **visione della dispersione** dei dati e anche un'**indicazione** (visiva) della **media** (“baricentro”).





# Studi enumerativi e studi analitici

- Quando si intendono studiare le proprietà di un sistema (o di una popolazione) attraverso un campione si parla di **studio enumerativo**.
- Quando invece il campione di dati è utilizzato per prevedere l'evoluzione futura del sistema, si parla di **studio analitico**.



**Figure 1-17** Enumerative versus analytic study.

# *Inferenza: Induzione e Deduzione*

Inferenza è il complesso di passi logici/matematici, collegati l'uno con l'altro, che a partire da una serie di premesse o dati porta ad una argomentazione/risultato.

**Inferire significa trarre una conclusione.**

Inferire  $X$  significa arrivare a concludere che  $X$  è vero.

Esistono 2 modalità di realizzare una inferenza:

Inferenza A: per INDUZIONE

Ho visto elefanti mangiare noccioline negli zoo di Londra e Berlino.

Dunque tutti gli elefanti mangiano noccioline.

Inferenza B: per DEDUZIONE

Gli elefanti sono pachidermi

Jumbo è un piccolo elefante

Pertanto Jumbo è un piccolo pachiderma

# *Deduzione e Induzione (scientifiche)*

L'introduzione del concetto di deduzione si deve ad Aristotele che lo identificava sostanzialmente con il sillogismo.

La **deduzione** è un procedimento che **deriva** una conclusione o un **risultato** da premesse o **equazioni che la/lo implicano**

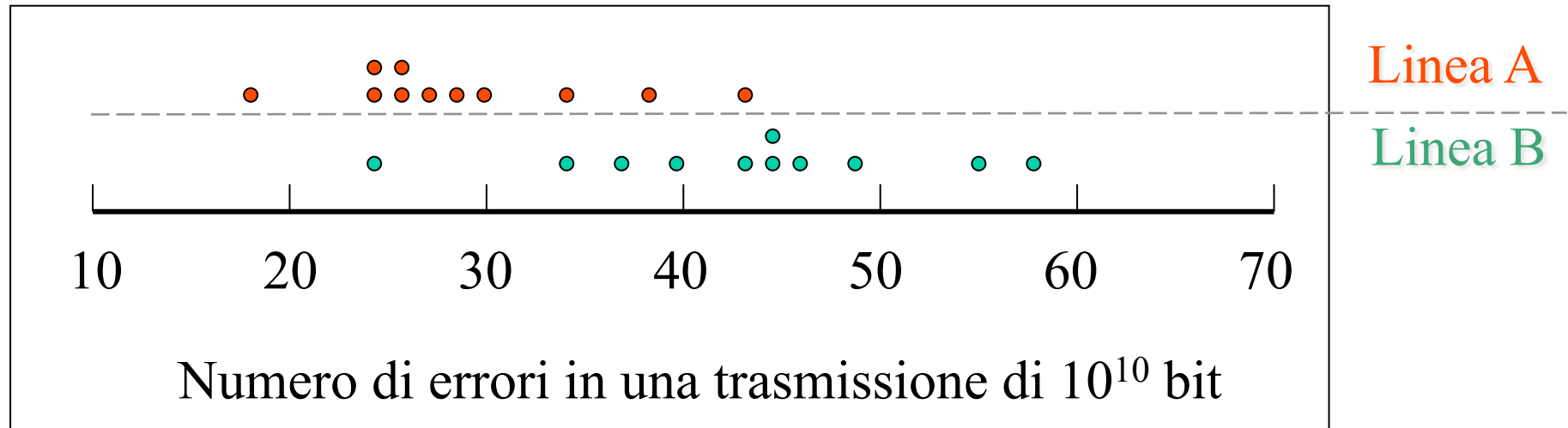
Es. da  $V=RI$  e  $R=\rho l/S$  e  $S=\pi r^2 \rightarrow V \propto r^{-2}$

Sempre Aristotele affermava che: "l'**induzione** è il procedimento che **dai particolari** porta **all'universale**" (*Topici*, I, 12, 105 a 11)

Es. da  $V=5$  per  $I=1$  e  $V=10$  per  $I=2 \rightarrow V=5 \cdot I$

Es. da 100 misure ripetute della tensione di rete, si inferisce che il suo valore (medio) è di 220 V efficaci (AC, rms)

# Inferenza statistica

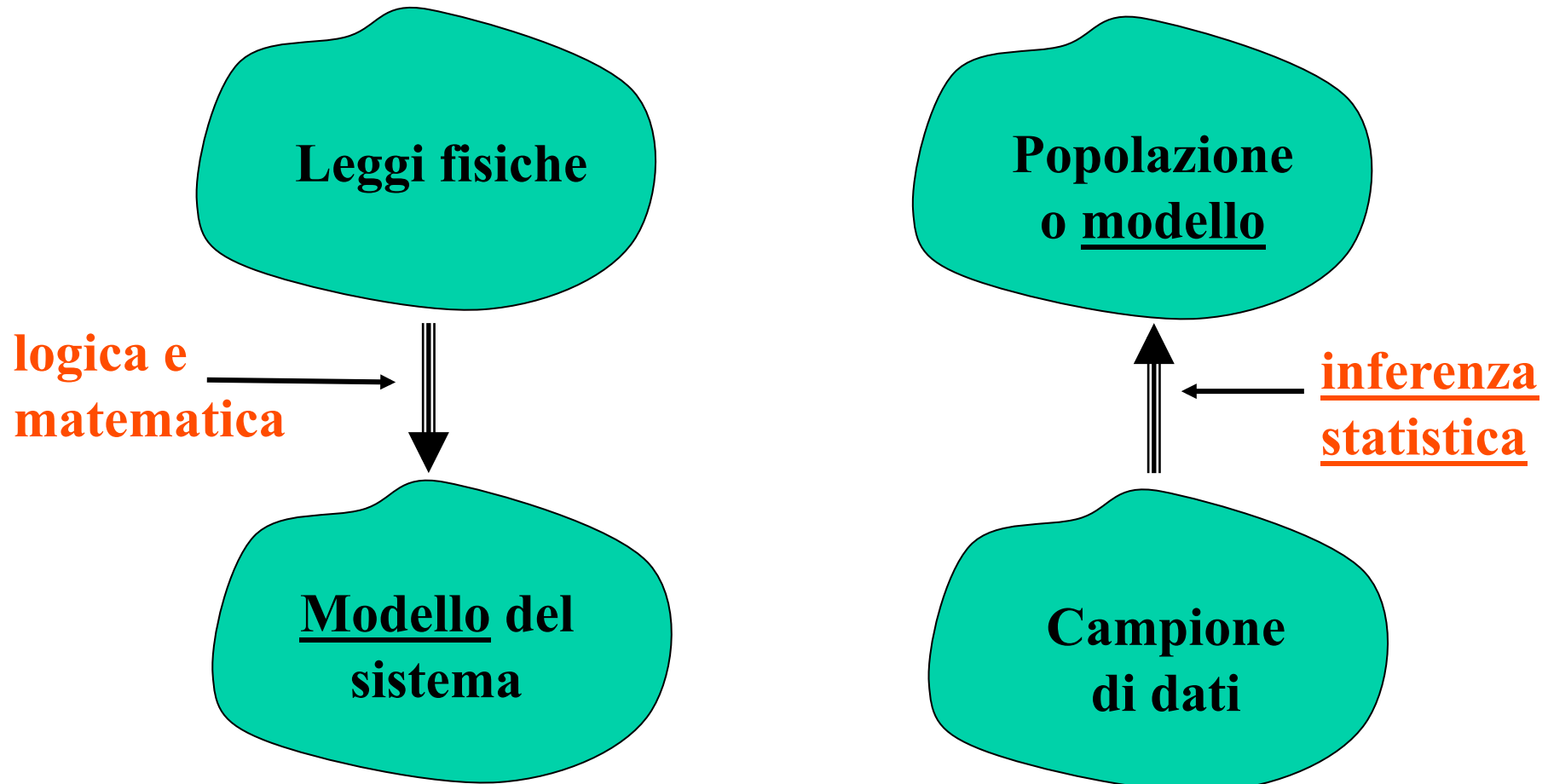


Dal diagramma **"semberebbe"** che la linea di trasmissione A sia migliore della B - media e anche dispersione degli errori più bassa. Ma bastano 11 dati per arrivare a una conclusione sensata?

L'**inferenza statistica** si occupa del problema di ottenere (stimare) le **caratteristiche di una popolazione** (o sistema) **a partire da un campione** (alcuni dati).

Da un insieme "particolare" di dati (misura specifica) si vogliono dedurre le proprietà in "generale" del sistema studiato (modello).

# Il ragionamento scientifico



***R. DEDUTTIVO***

**"dal generale al particolare"**

***R. INDUTTIVO***

**"dal particolare al generale"**

# Metodi di raccolta dei dati

1° scopo: spesso l'ingegnere è interessato a costruire un modello del sistema (con “validità generale”)

2° scopo: spesso la raccolta di dati serve per verificare alcune ipotesi (test d'ipotesi)

## **RACCOLTA DATI:**

- **Osservazione:** il processo o il sistema può solo essere osservato e i dati vengono raccolti via via che sono disponibili, senza potere influenzare/variare le condizioni di lavoro
- **Esperimento programmato:** in questo caso è possibile intervenire sul sistema e modificare delle variabili, al fine di raccogliere i dati per stimare l'importanza delle singole variabili sul sistema stesso o di verificare un modello

# *Modelli teorici ed empirici*

**Modello = relazione analitica che descrive il fenomeno**

## **R. deduttivo**

- Un **modello teorico** è costruito, a partire dalla nostra conoscenza dei fenomeni fisici considerati, sulla base di ragionamenti e deduzioni logico-matematiche.  
Può essere "esatto" se le conoscenze di partenza e i ragionamenti/passaggi intermedi non hanno errori.

## **R. induttivo**

- Un **modello empirico** utilizza la nostra conoscenza fisica ed ingegneristica del fenomeno ma non è sviluppato direttamente dalla comprensione dei meccanismi fisici di base, bensì è ottenuto sulla base di dati numerici/grafici ricavati da precedenti "esperienze particolari" che suggeriscono una "interpretazione più generale" del fenomeno.

# *Esempi di modelli teorici*

$$I = \frac{V}{R}$$

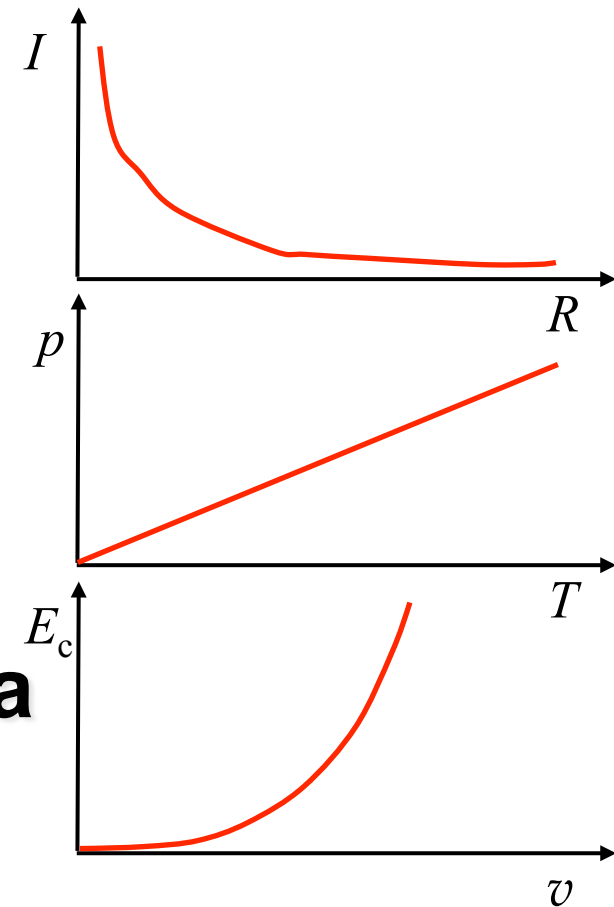
**Legge di Ohm**

$$pV = nRT$$

**Legge dei gas**

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

**Energia cinetica**





# Esempio di modello empirico

**Forza necessaria  
per rompere un  
contatto a filo  
(wire-bonding)**

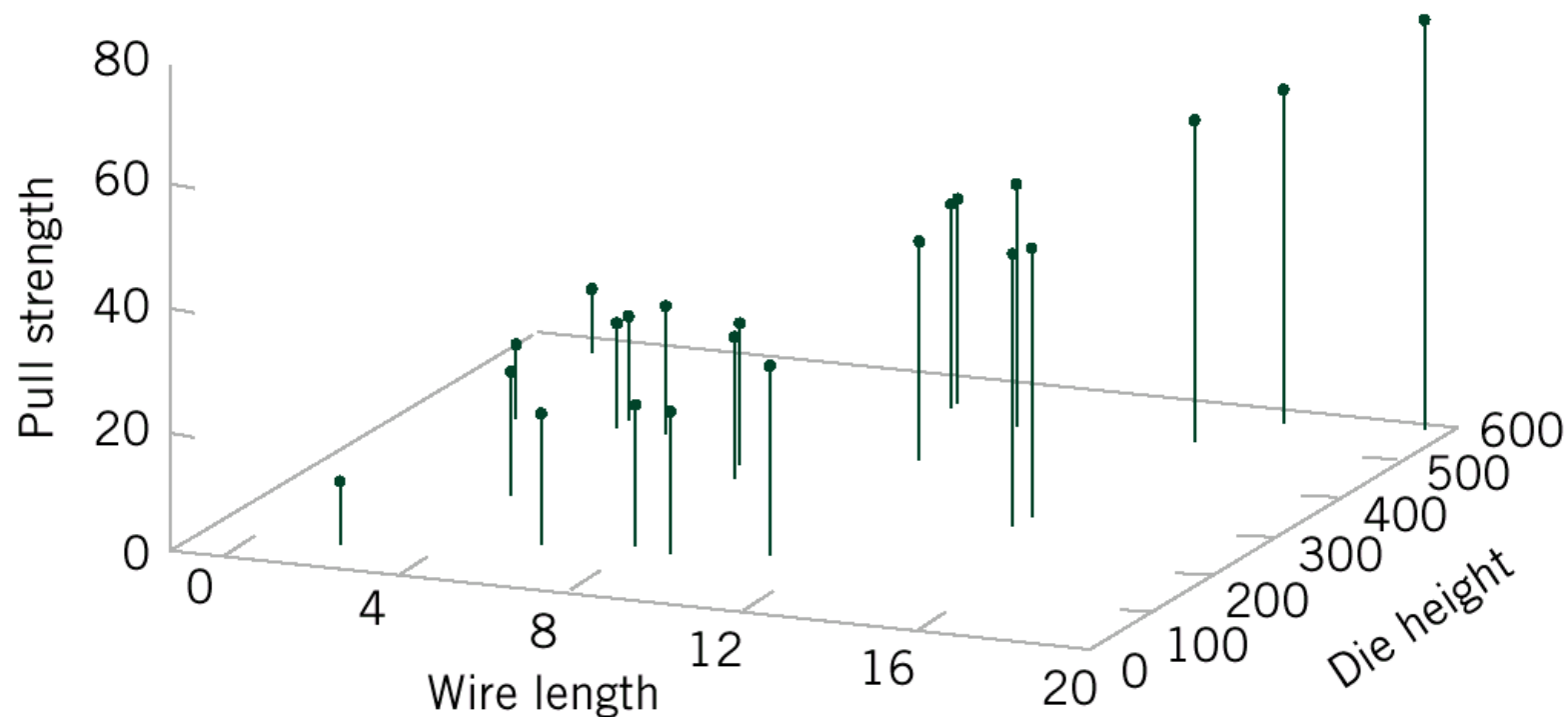
La raccolta dei dati in  
**forma tabellare** è  
semplice e logica ma  
non consente una  
visione d'insieme del  
fenomeno.

## DATI IN FORMA TABELLARE

numero	forza	Lunghezza del filo	Altezza stampo
1	9.95	2	50
2	24.45	8	110
3	31.75	11	120
4	35.00	10	550
5	25.02	8	295
6	16.86	4	200
7	14.38	2	375
8	9.60	2	52
9	24.35	9	100
10	27.50	8	300
11	17.08	4	412
12	37.00	11	400
13	41.95	12	500
14	11.66	2	360
15	21.65	4	205
16	17.89	4	400
17	69.00	20	600
18	10.30	1	585
19	34.93	10	540
20	46.59	15	250
21	44.88	15	290
22	54.12	16	510
23	56.63	17	590
24	22.13	6	100
25	21.15	5	400

# *Esempio: forza necessaria a rompere un wire-bonding*

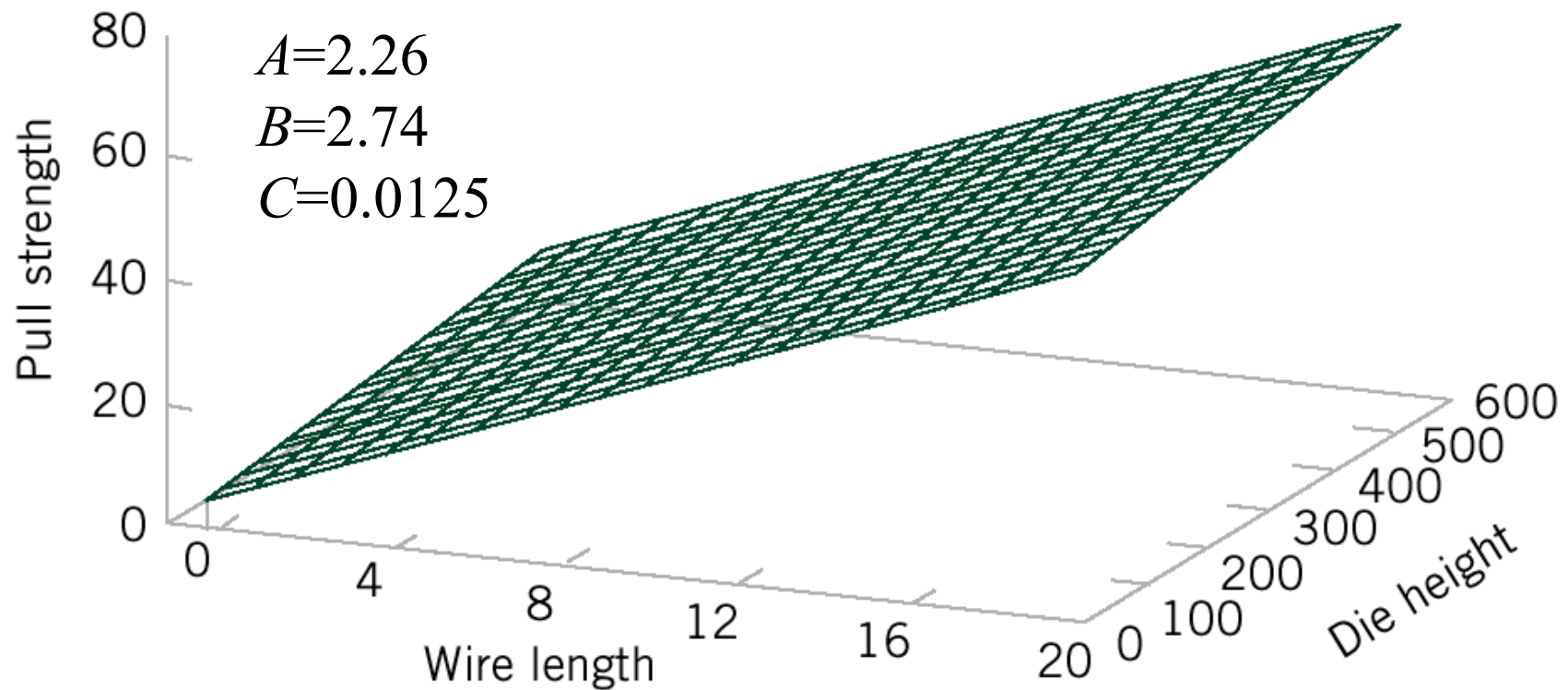
**Diagramma a dispersione (*scatter plot*) in tre dimensioni**



La **rappresentazione grafica** consente una migliore visione d'insieme e suggerisce interpretazioni e modelli per il fenomeno.

# *Esempio: forza necessaria per rompere un wire-bonding*

**Modello:** Forza =  $A + B \cdot (\text{lunghezza}) + C \cdot (\text{altezza dello stampo})$



**Modello di regressione** (ricavato empiricamente)  
*e.g.* Metodo dei Minimi Quadrati

# Utilizzo dei modelli

Una volta definito un modello, sia esso teorico o empirico, **possiamo utilizzare l'equazione del modello per fare previsioni sui parametri del sistema in esame.**

Esempi:

**se** un resistore raddoppia il suo valore di resistenza...

⇒ la corrente che lo attraversa (a pari  $V$ ) dovrà dimezzarsi

**se** un corpo in moto raddoppia la sua velocità...

⇒ la sua energia cinetica (a pari  $m$ ) dovrà aumentare di 4 volte

**se** è nota l'equazione empirica per la rottura del *wire-bonding*...

Forza =  $A + B \cdot (\text{lunghezza}) + C \cdot (\text{altezza dello stampo})$

⇒ la forza di rottura può essere calcolata/prevista per qualunque punto del piano (lunghezza del filo)-(altezza dello stampo)

# *Misura dipendente da più parametri/fattori: esperimento fattoriale*

Quando si intende determinare la dipendenza di una grandezza da più parametri, è necessario acquisire diversi dati al variare delle condizioni di lavoro (combinazioni possibili dei parametri/fattori di interesse). Ci sono diverse modalità per l'acquisizione, una delle più comuni, ed efficienti, è detta **esperimento fattoriale**.

In un esperimento fattoriale vengono provate **differenti possibili combinazioni** di valori dei **fattori/parametri in gioco**.

Generalmente gli esperimenti fattoriali sono il metodo più efficiente per studiare l'effetto congiunto di più parametri su un sistema/misura.

# Esempio di esperimento fattoriale (1/2)

Si intende determinare “empiricamente” la dipendenza della forza necessaria per abbattere una parete in funzione del suo spessore. Cominciamo effettuando alcune prove per due diversi spessori: riportiamo quindi i risultati in un diagramma a punti.

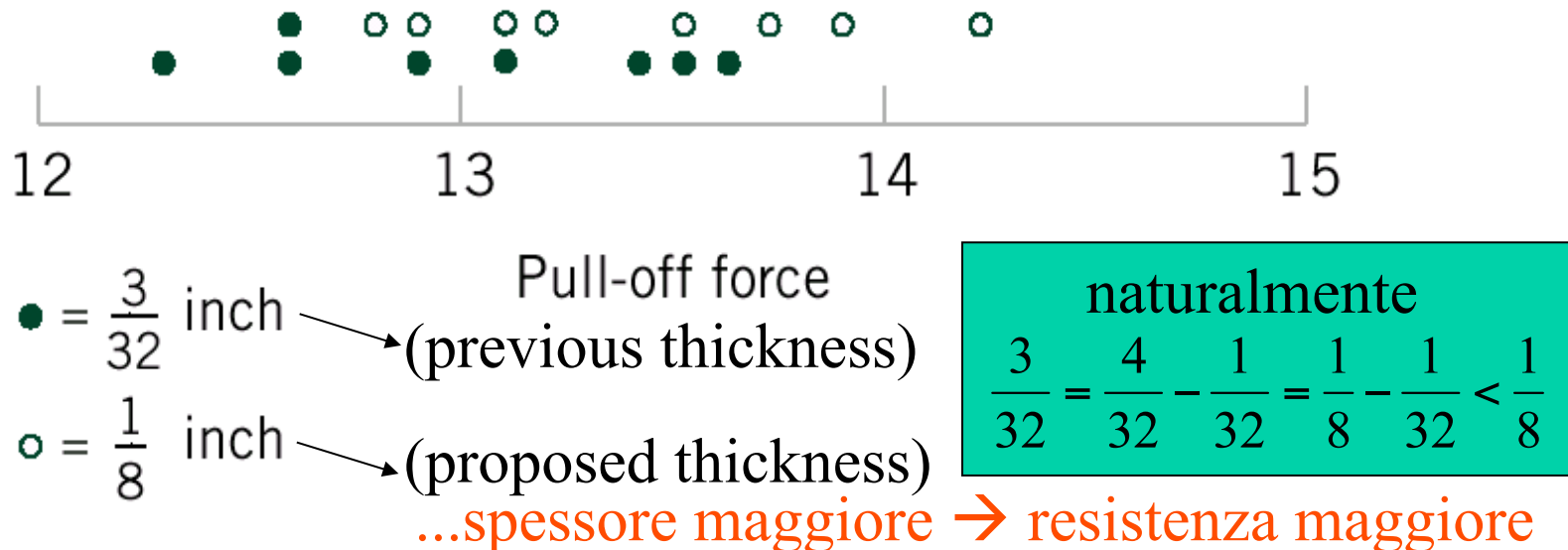
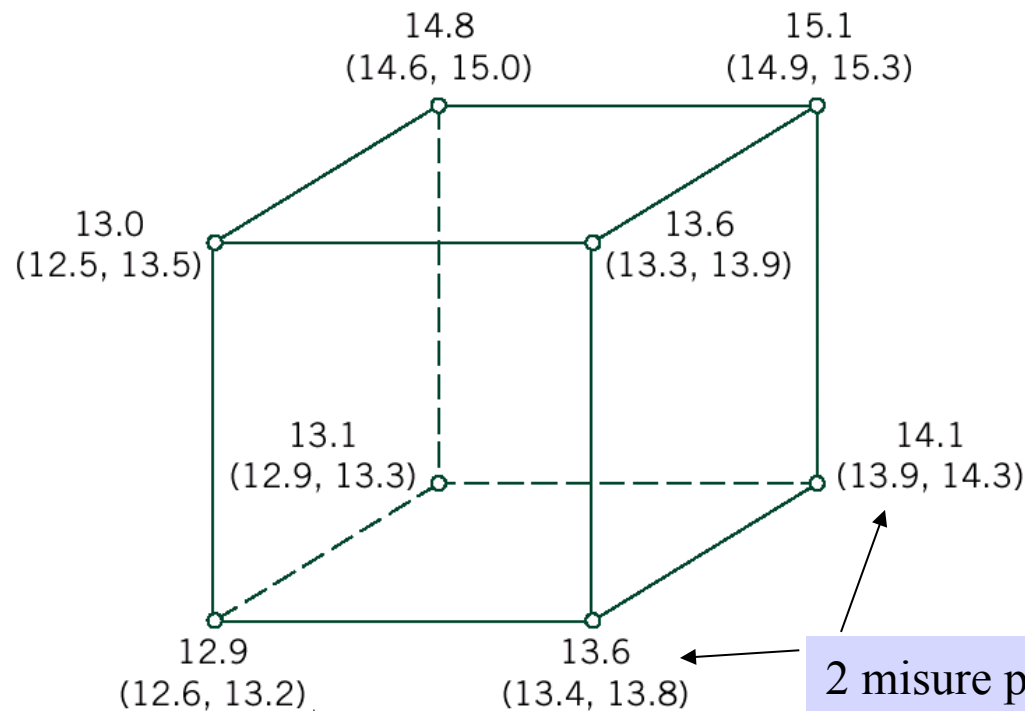


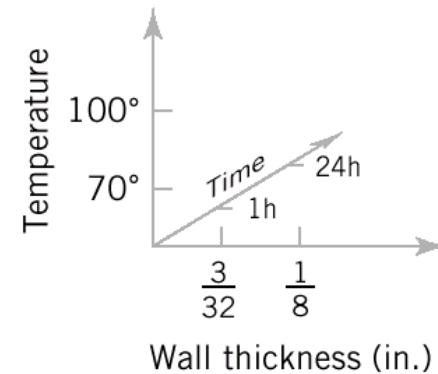
Figure 1-3 Dot diagram of pull-off force for

# Esempio di esperimento fattoriale (2/2)

Consideriamo ora altre 2 variabili: la parete può essere irrobustita immergendola in un adesivo apposito. Vogliamo sapere la dipendenza della robustezza dal tempo di immersione e dalla temperatura dell'adesivo (oltre che dallo spessore della parete).



Significato degli assi



2 misure per ogni vertice

**Figure 1-7** The factorial experiment for the connector wall thickness problem.

# Esperimento fattoriale: risultati dall'esempio

Per valutare la dipendenza da alcune variabili è possibile mediare i dati sulle altre. Ad esempio: non ci interessa la dipendenza dallo spessore (che già conoscevamo), quindi riportiamo in grafico la resistenza della parete per le due temperature e i due tempi di immersione.

Time	Temp.	Avg. Force
1 h	70°F	13.25
1 h	100°F	13.30
24 h	70°F	13.60
24 h	100°F	14.95

media sui  
2 spessori

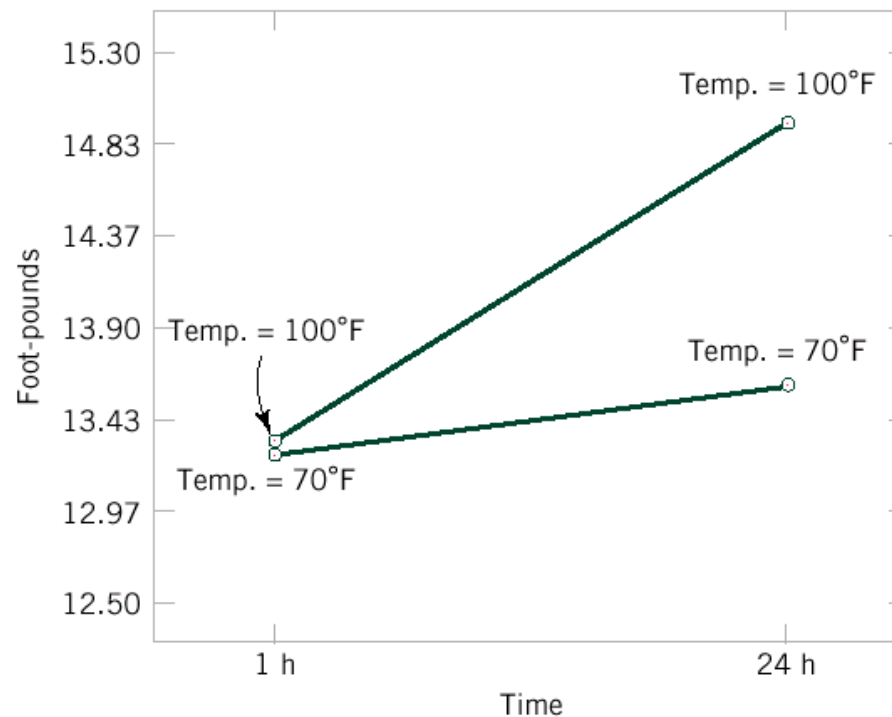
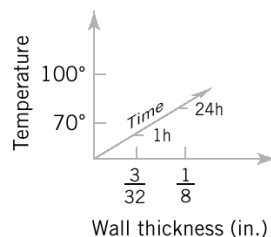
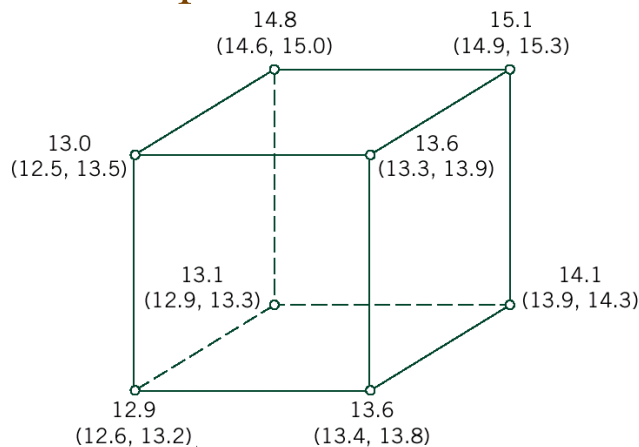


Figure 1-7 The factorial experiment for the connector wall thickness problem.

r interaction between cure time and cure temperature.

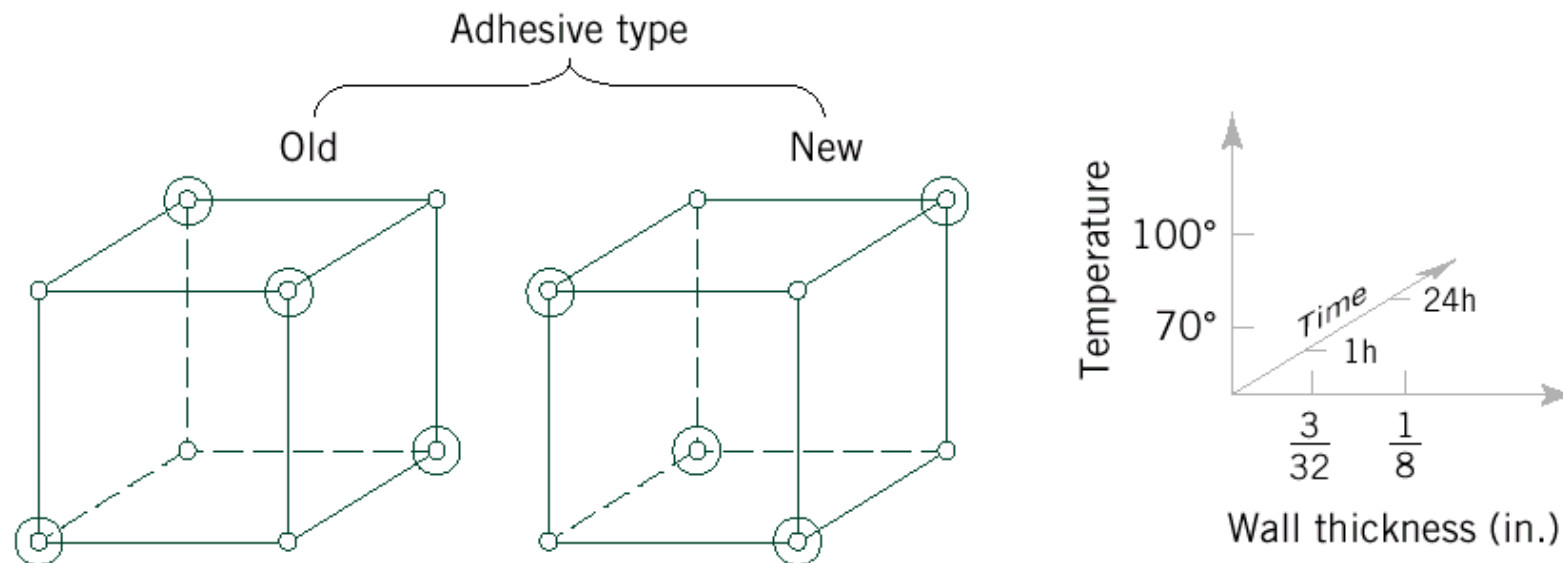


# Esperimento fattoriale frazionario

All'aumentare delle variabili in gioco, il numero di prove da ripetere cresce esponenzialmente ( $2^k$  per  $k$  variabili con 2 valori di prova).

Spesso non è però necessario effettuare tutte le prove: è sufficiente saltare alcune prove in maniera sensata.

Supponiamo nell'esempio precedente di voler valutare anche l'efficacia di un nuovo tipo di adesivo, le prove da effettuare potrebbero essere solo quelle cerchiato.

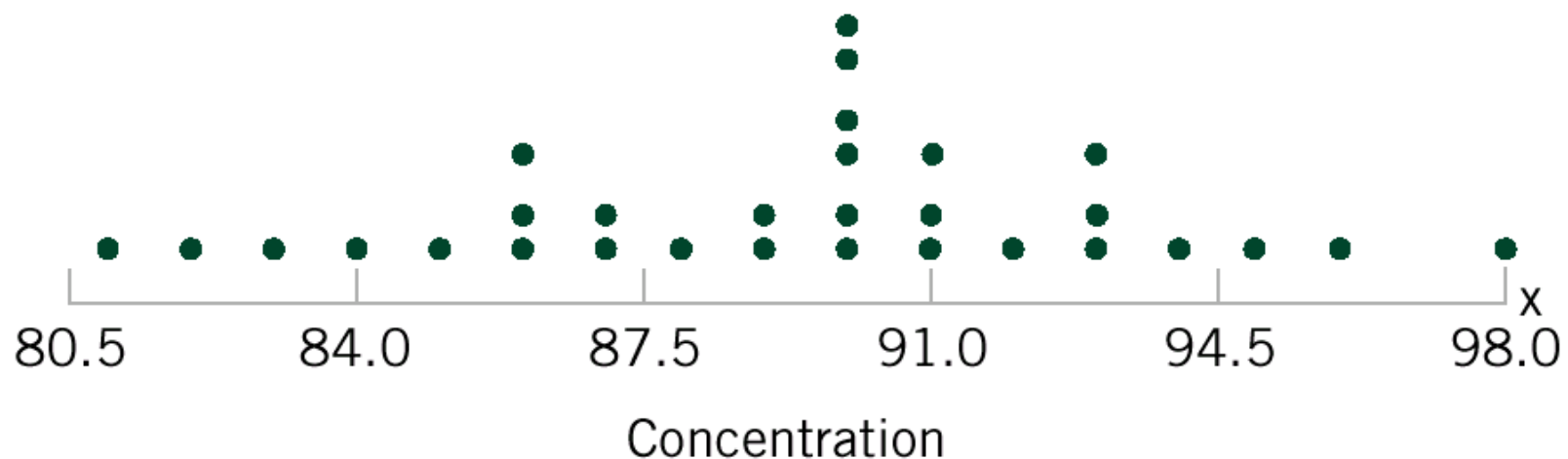


**Figure 1-10** A fractional factorial experiment for the connector wall thickness

# Osservazione dei processi nel tempo (1/2)

In alcuni casi è indispensabile raccogliere i dati **tenendo conto dell'evoluzione temporale**: i fenomeni che possono influenzare il processo o il sistema spesso divengono più visibili se riportati in un grafico in funzione del tempo.

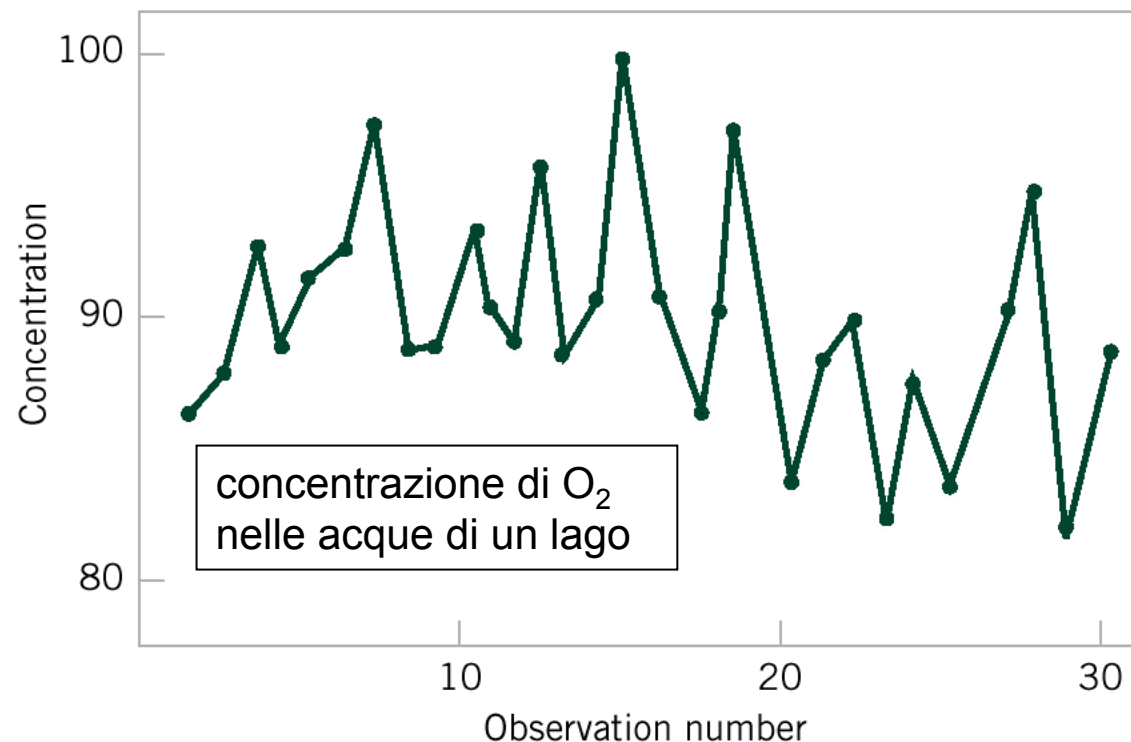
Consideriamo ad esempio l'evoluzione della concentrazione di una specie chimica (*e.g.* O<sub>2</sub>) in un lago. **Il diagramma a punti non ci dice nulla sulla evoluzione temporale** dell'ossigenazione del lago.



**Figure 1-11** A dot diagram illustrates variation but does not

# Osservazione dei processi nel tempo (2/2)

Una rappresentazione come in figura (e.g. concentrazione **in funzione del numero di osservazione effettuata** e dunque del tempo) è detta “*strip chart*”, o a nastro scorrevole: è la rappresentazione che si ottiene, ad esempio, da tutti gli strumenti che registrano con pennino su nastro (sismografo, macchina per l'elettrocardiogramma, etc.) o registrando nel tempo l'uscita di un convertitore analogico-digitale.

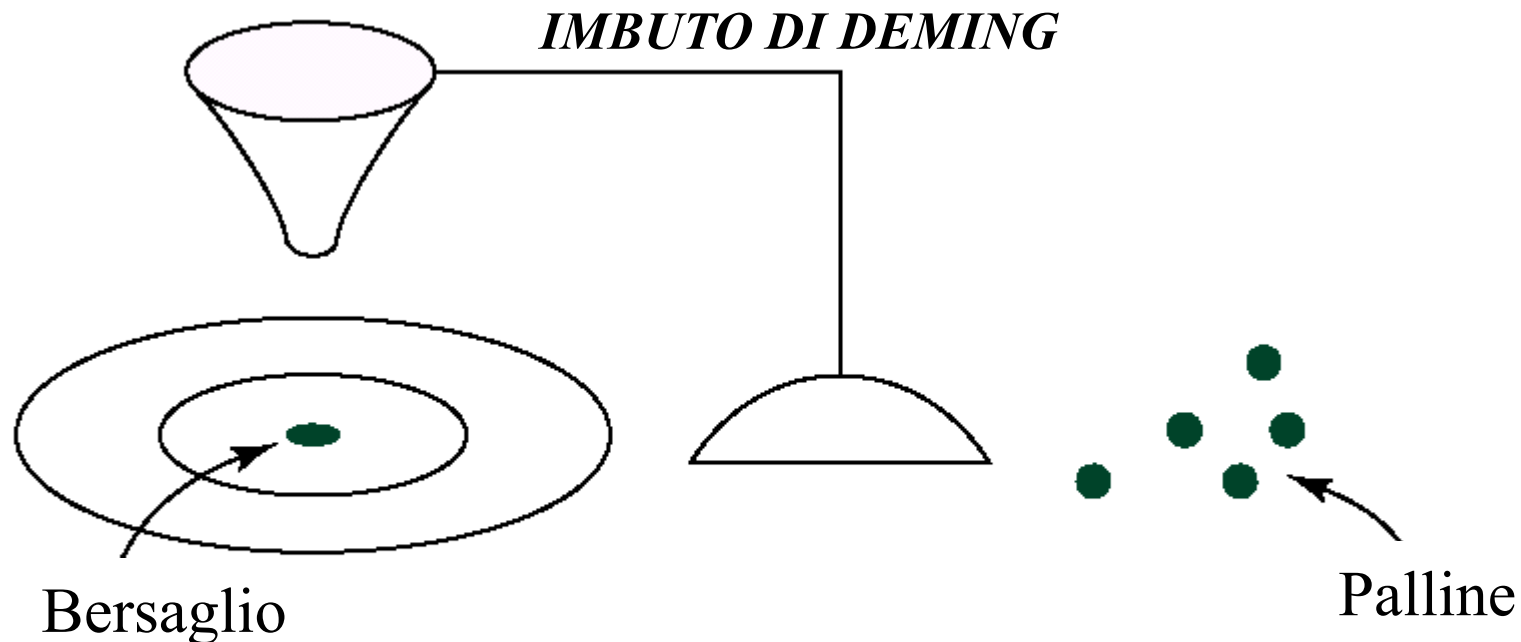


**Figure 1-12** A time plot of concentration provides more informa-

# Controllo di processi stocastici (1/2)

Quando si ha a che fare con **processi stocastici** e dunque con variabili statistiche, **non sempre l'aggiunta di un controllo migliora il sistema.**

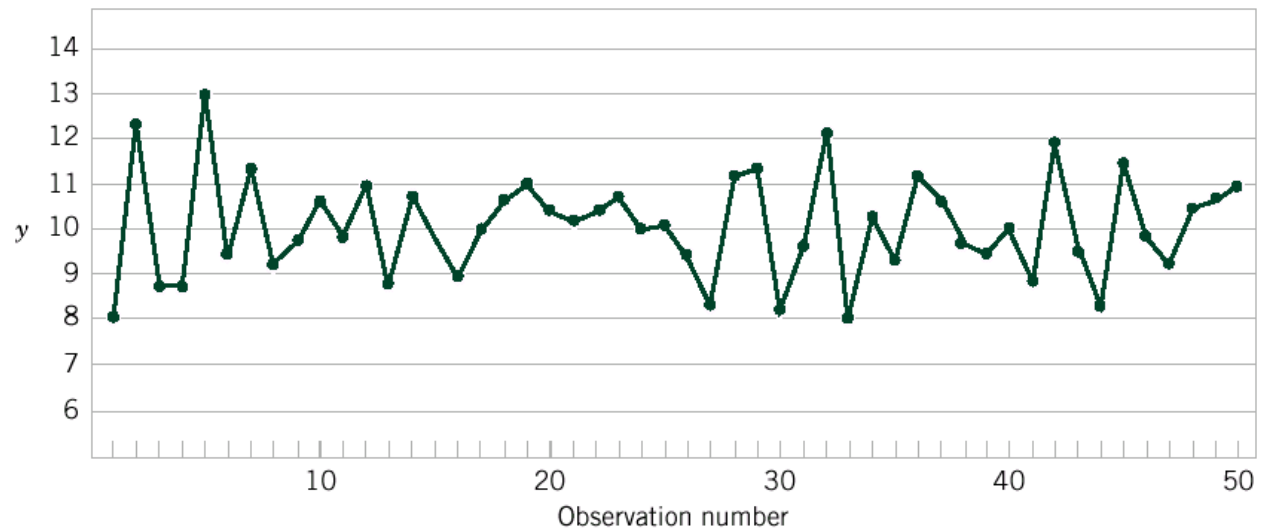
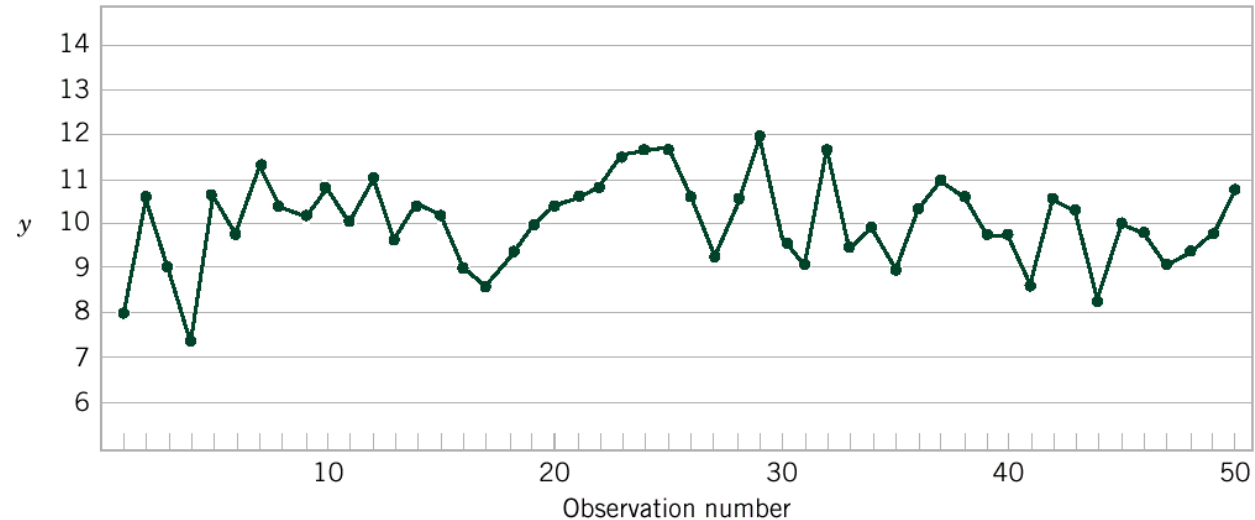
Consideriamo ad esempio l'esperimento in figura. Si lasciano cadere delle palline nell'imbuto (inizialmente centrato sul bersaglio) e si vede a che distanza cadono dal centro. Se ad ogni ripetizione si sposta l'imbuto in modo da compensare l'errore dell'ultimo lancio, si ottiene un **aumento della variabilità di un fattore 2.**



# Controllo di processi stocastici (2/2)

In questo caso riportiamo un processo simulato, dato da una costante (10) sommata a un contributo casuale.

Nella figura sottostante ad ogni passo è stato sottratto l'errore precedente: si nota una maggiore variabilità (peggioramento del sistema "controllato")



**Figure 1-14(b)** Adjustments applied to random disturbances overcontrol the process and increase the deviations from target.

# Grafico di controllo

In molti casi (e.g. grafici di borsa) si utilizzano i dati raccolti per trarre conclusioni sui dati futuri ed effettuare un controllo del sistema.

Un grafico di controllo è uno strumento molto utile a questo scopo: nel caso della concentrazione di  $O_2$  dell'esempio precedente (osservazione nel tempo), può essere indispensabile porsi dei limiti, superati i quali si vuole/deve agire

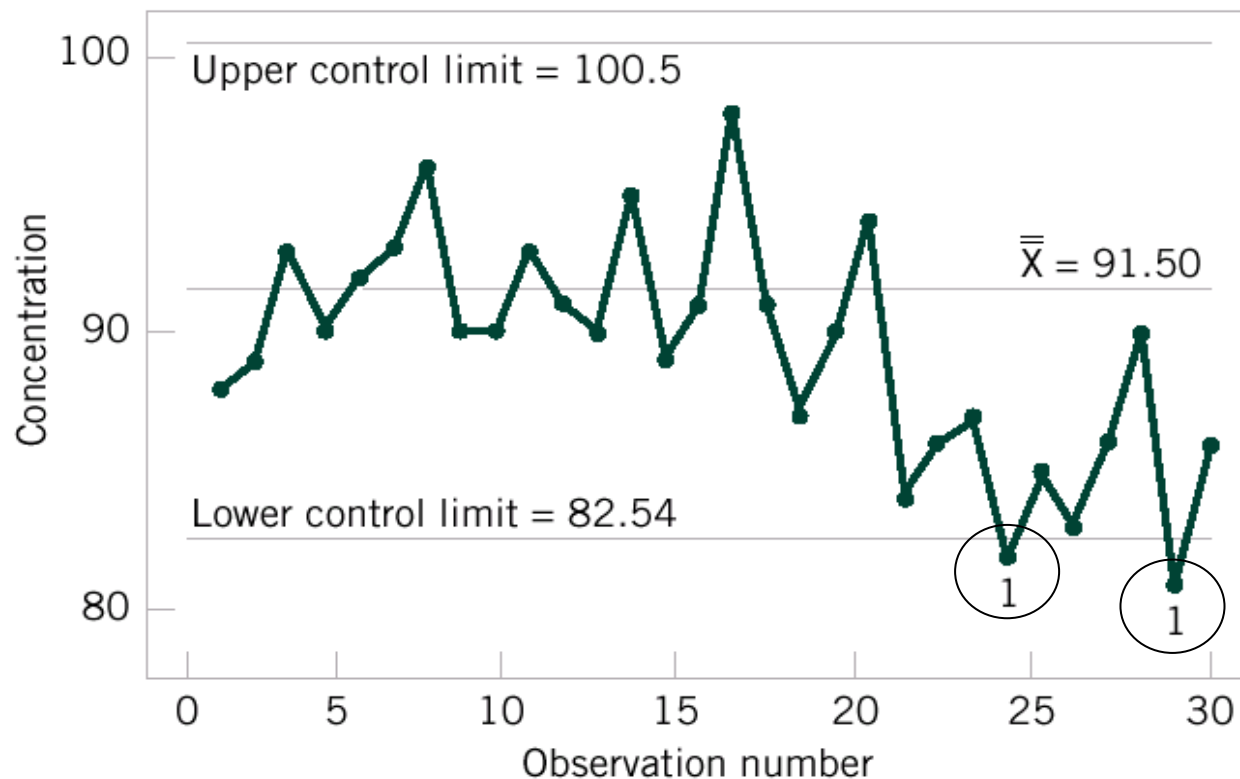


Figure 1-16 A control chart for the chemical process concentra-

# SOMMARIO

- Metodo e ragionamento scientifico
  - statistica
  - misurazione
- Raccolta dei dati (tabelle e diagrammi a punti)
- Modelli analitici (R. deduttivo)  
e modelli empirici (R. induttivo)
- Progettazione delle indagini sperimentali:  
esperimenti fattoriali
- Analisi dei dati in funzione del tempo
- Pb. controllo su sistemi casuali (stocastici)