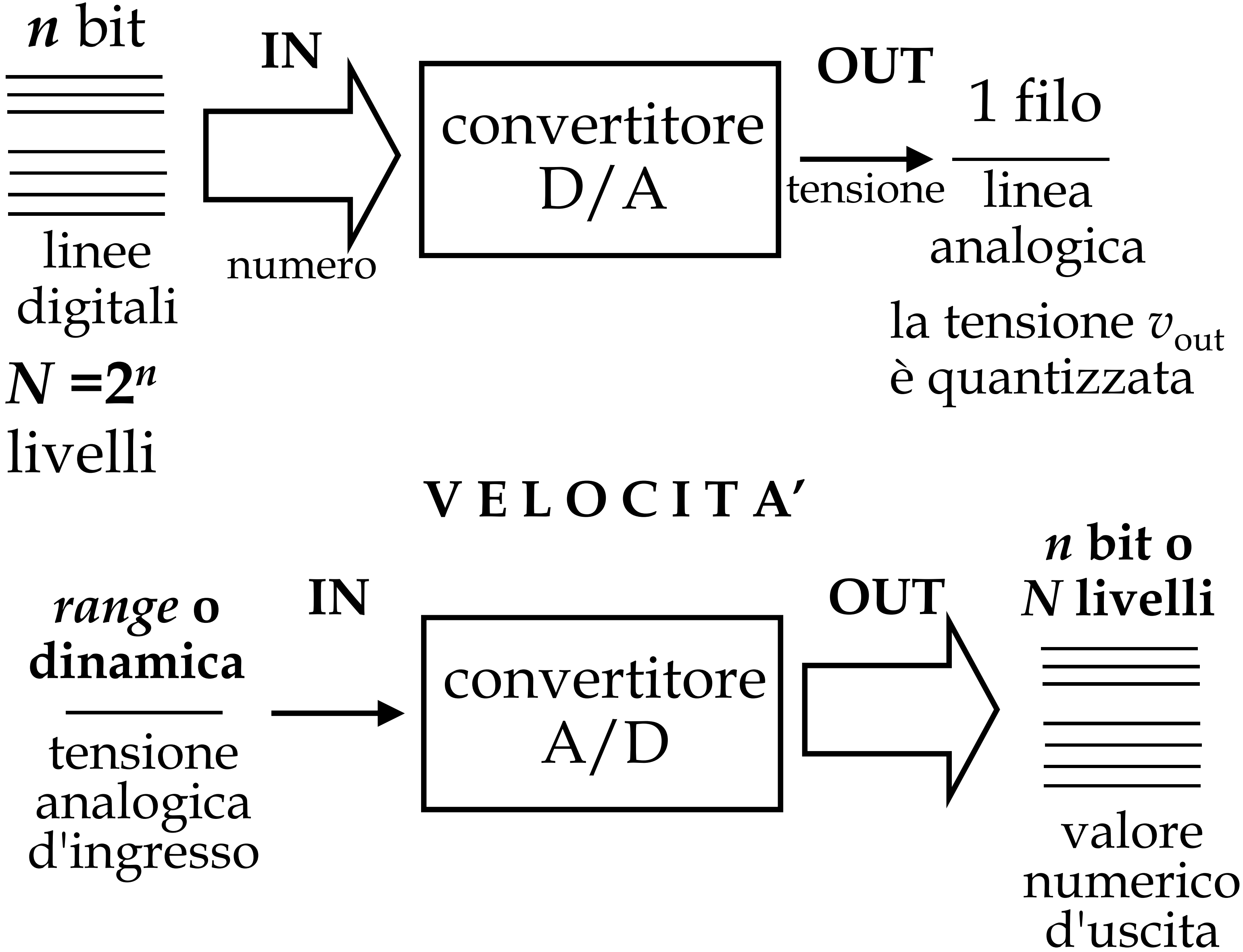
VOLTMETRI DIGITALI
E
CONVERTITORI
(D/A e A/D)

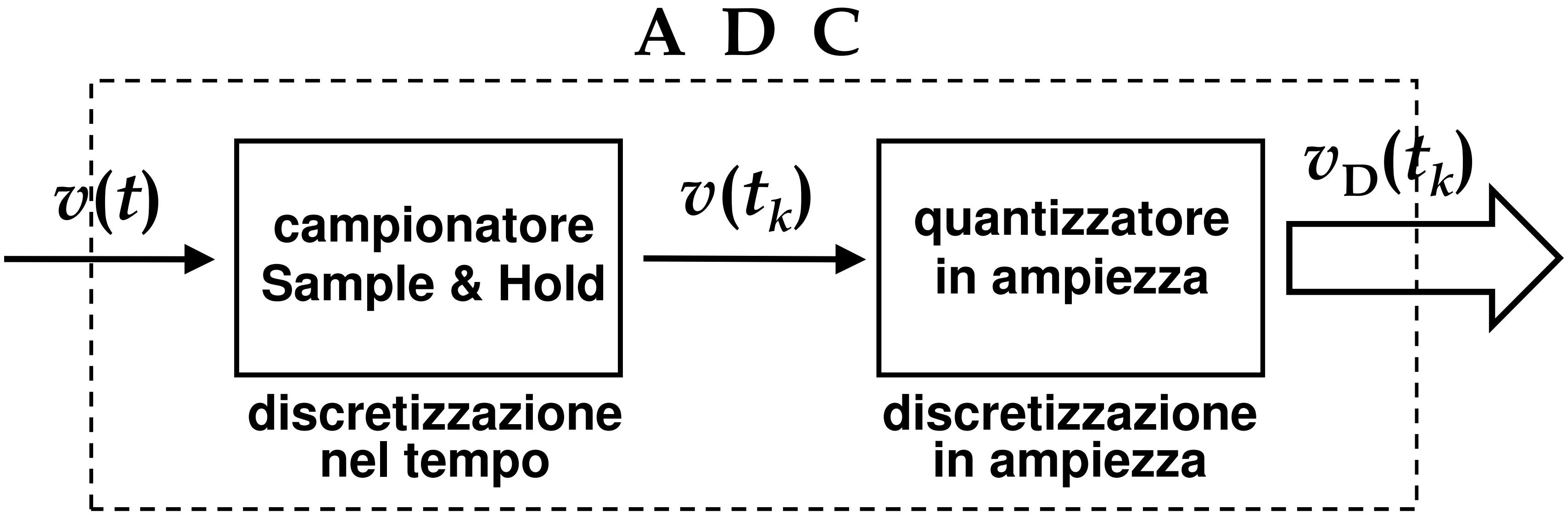
prof. Cesare Svelto

Convertitori D/A e A/D



Voltmetro o Convertitore A/D

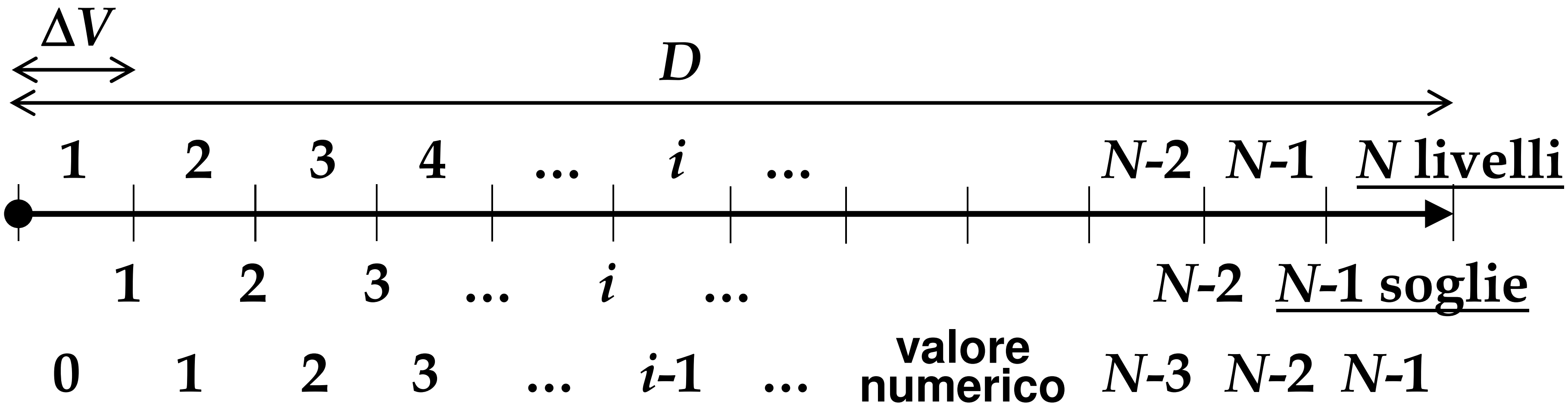
E' uno strumento che riceve in ingresso una tensione analogica e la "digitalizza" (**discretizzando** prima nel dominio del **tempo** e poi nel dominio dell'**ampiezza**):



In particolare, la **quantizzazione** nel dominio del tempo avviene con risoluzione $T_{Sa}=1/f_{Sa}$ (periodo [s] e frequenza [Sa/s o Hz] di campionamento)

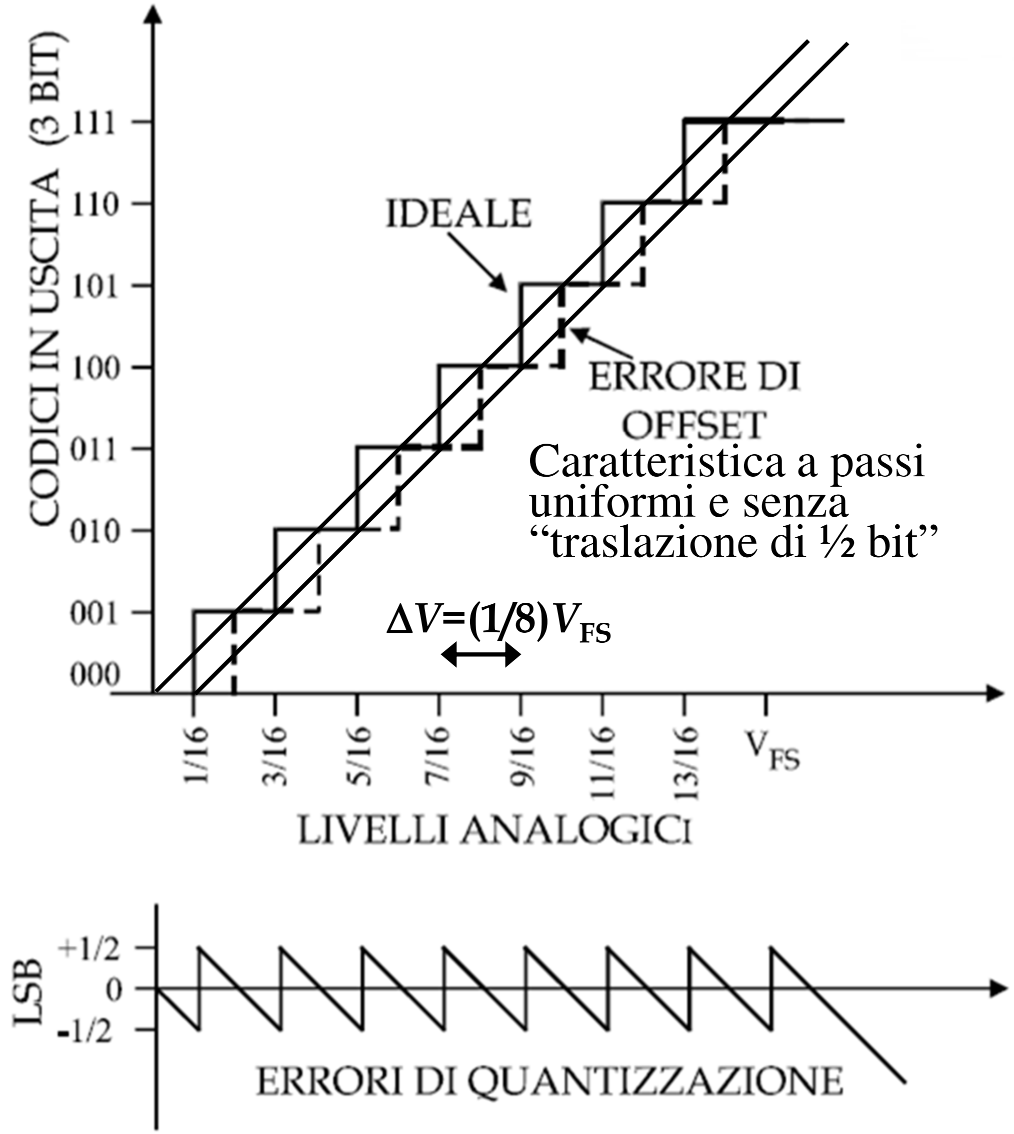
Quantizzazione in ampiezza

La **quantizzazione in ampiezza** avviene suddividendo la **dinamica *D* di misura** (intervallo di valori di tensione analogica misurabili in ingresso) in ***N* sottointervalli (livelli)** di **larghezza costante ΔV=*D*/*N* (risoluzione)**

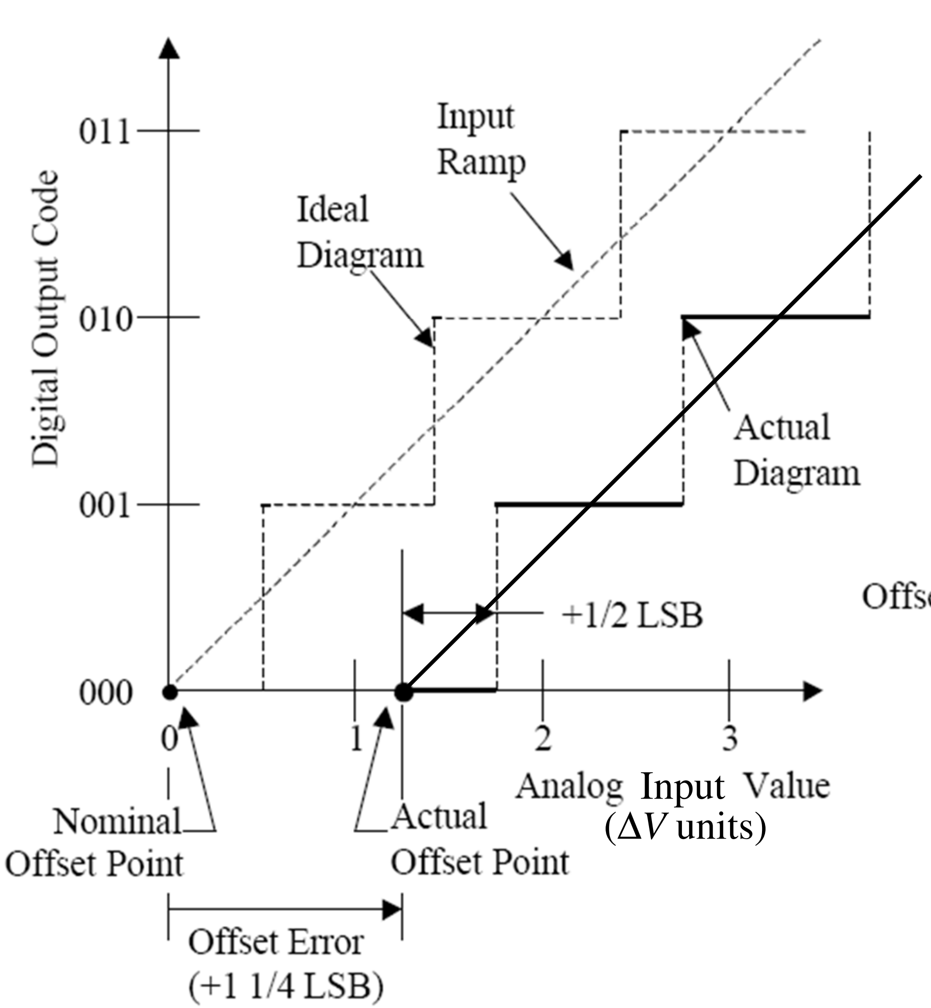


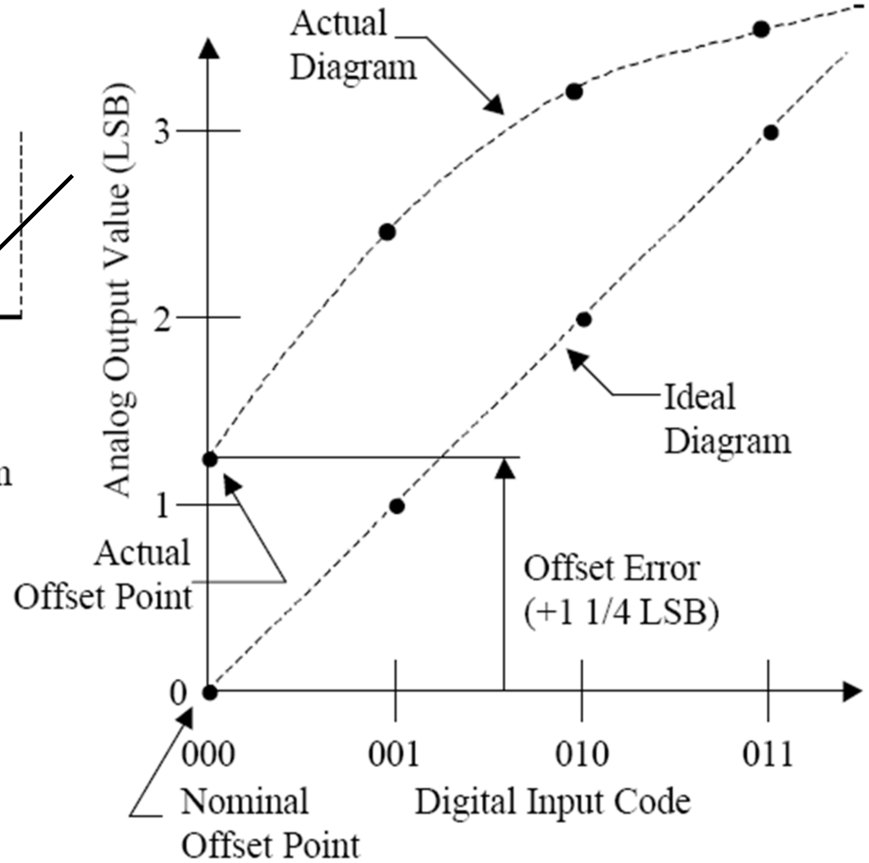
Alle tensioni analogiche che cadono nell'intervallo *i*-esimo si associa **un valore numerico** corrispondente all'**intero** *i*-1 (da 0 a *N*-1) che identifica l'intervallo in questione

Errori nei convertitori: quantizzazione



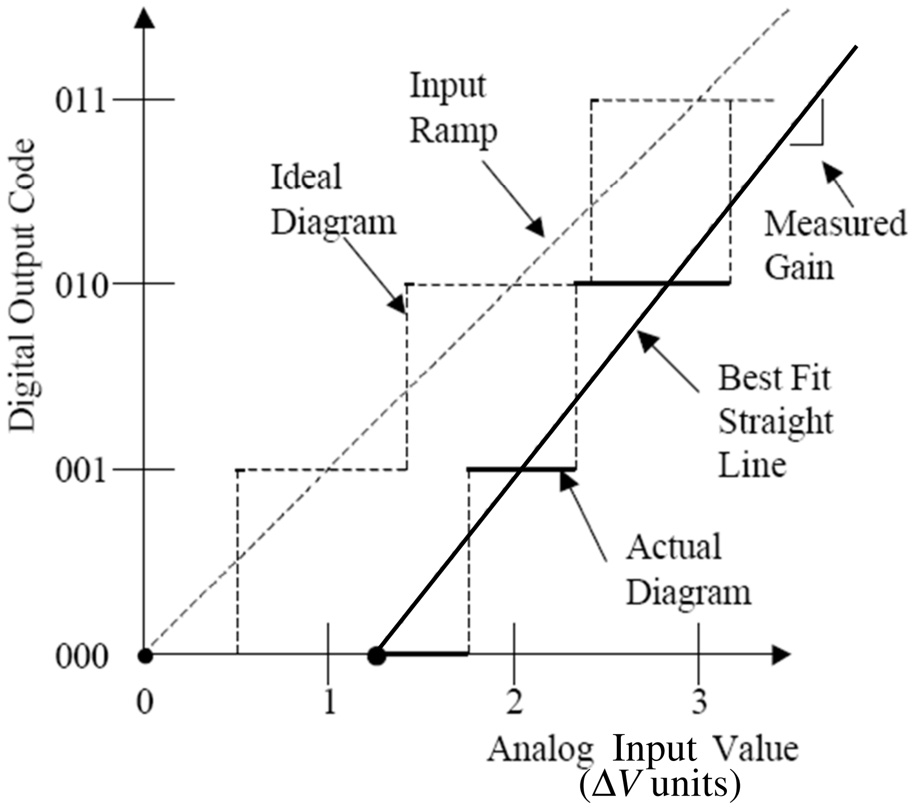
Errori nei conv. A/D e D/A: *offset*



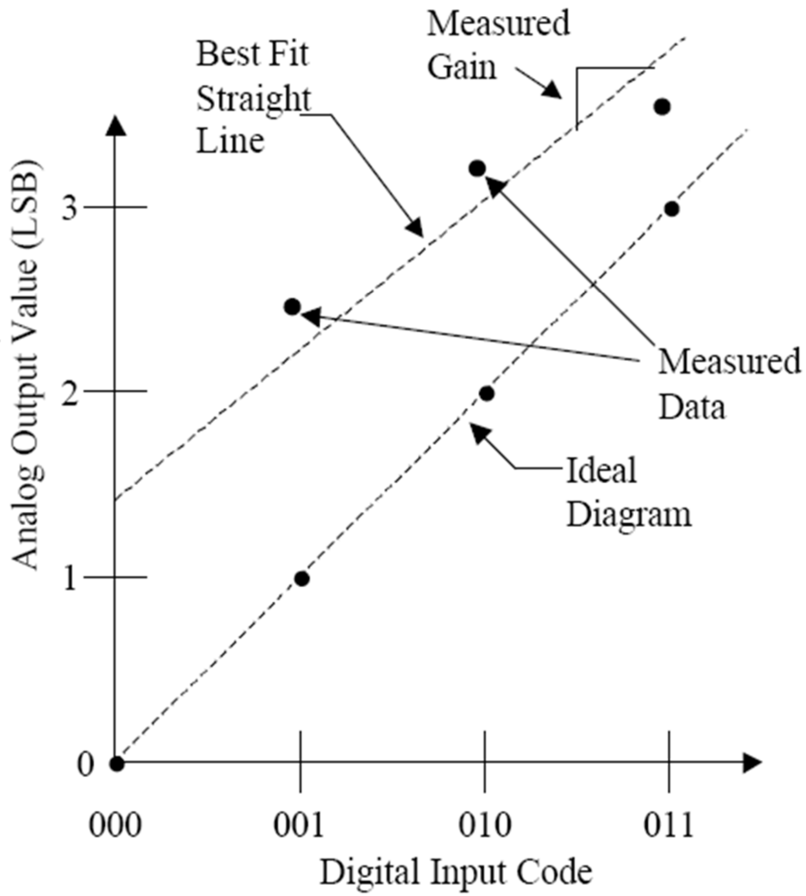


ADC **DAC**

Errori nei convertitori: *gain*



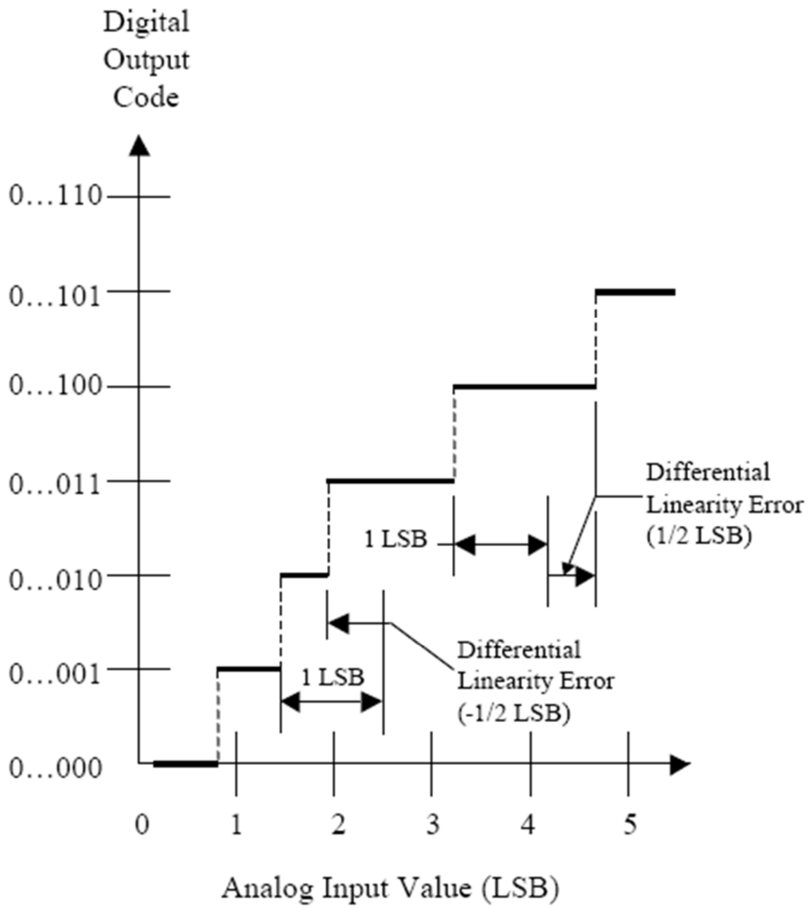
ADC



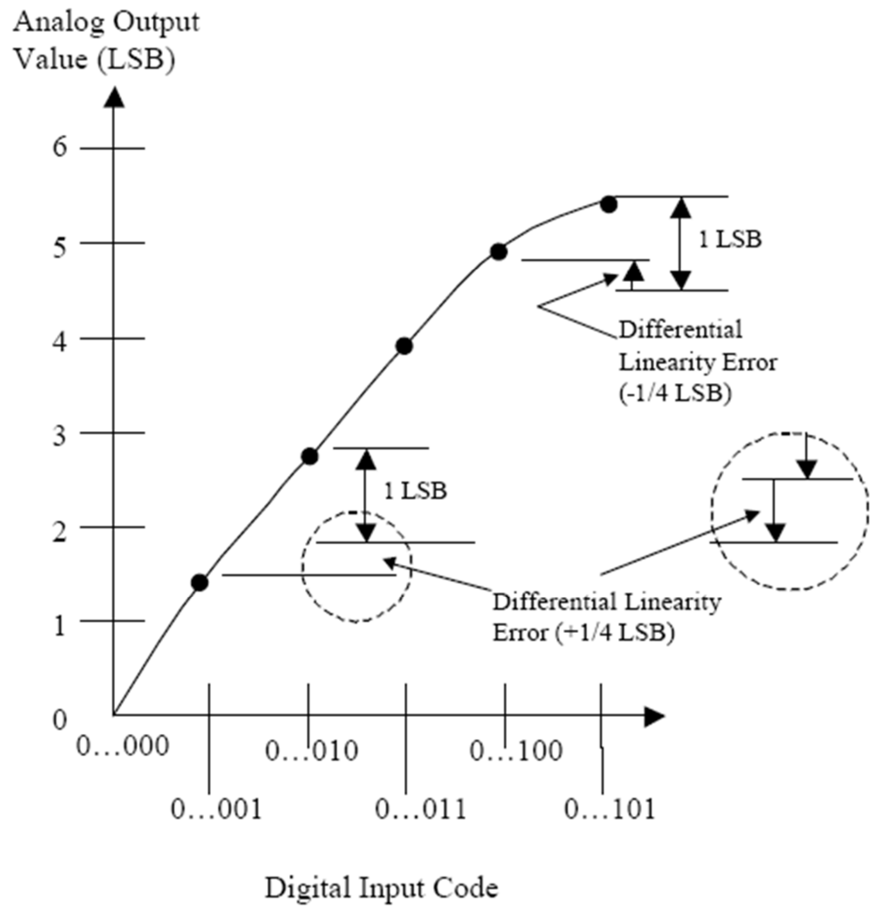
DAC

Errori nei convertitori: *DNL*

Differential Non-Linearity (non-linearità differenziale)



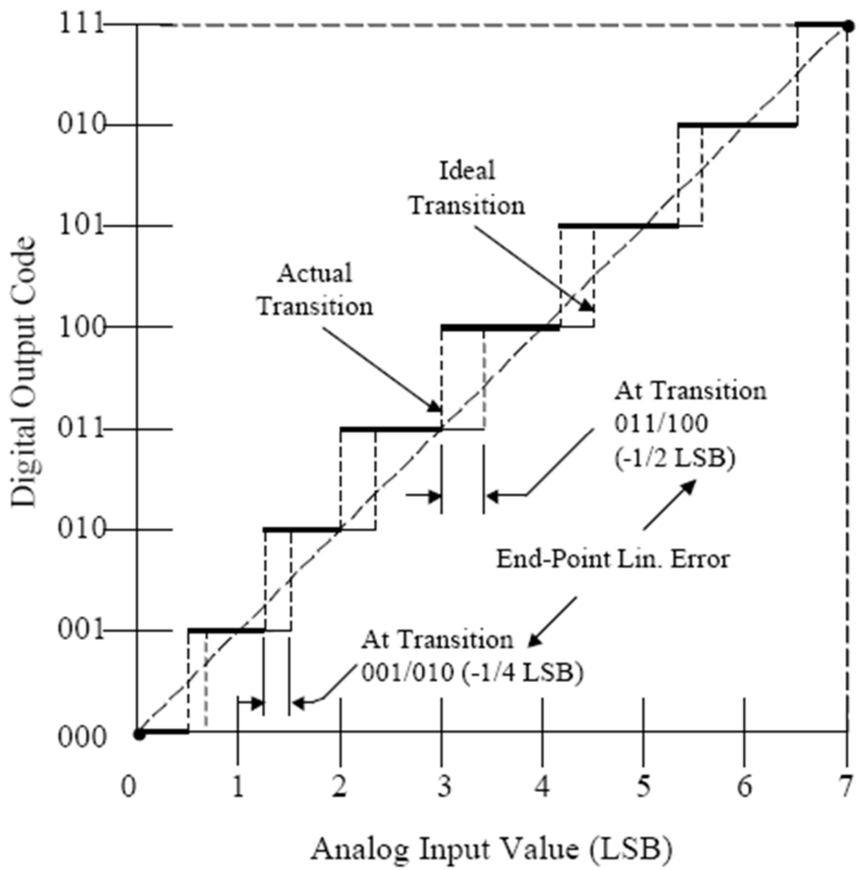
ADC



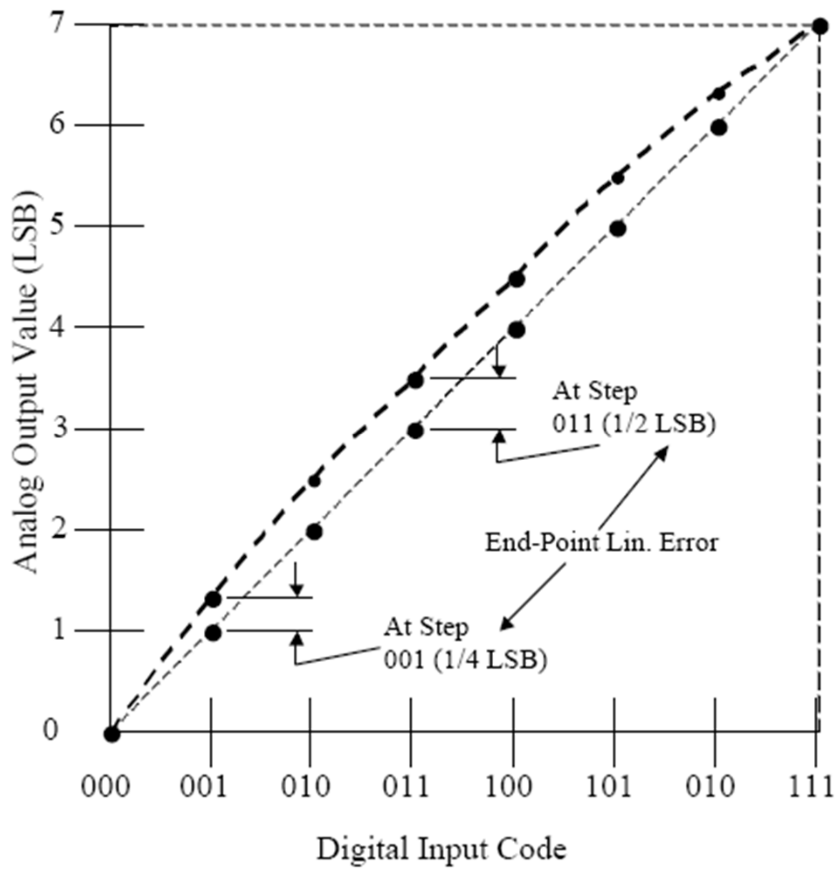
DAC

Errori nei convertitori: *INL*

Integral Non-Linearity (non-linearità integrale)



ADC



DAC

Campionamento di un segnale (1/3)
Teorema di Shannon

Per poter ricostruire un segnale con banda limitata, è necessaria una frequenza di campionamento

$$f_c > 2\,B \qquad \text{(con } B \text{ banda massima del segnale)}$$

Altrimenti si verificano fenomeni di *aliasing*, che fanno perdere informazione utile e non consentono la ricostruzione del segnale per filtraggio passa-basso. Infatti la discretizzazione nel tempo induce una periodicità in frequenza: non ci devono essere sovrapposizioni tra le repliche spettrali.

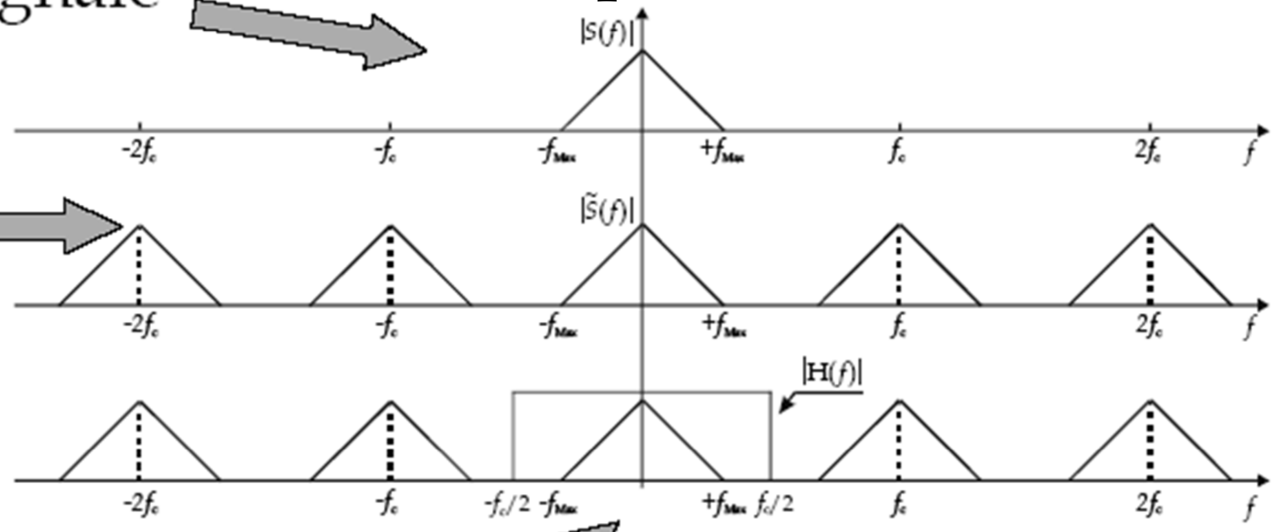
Campionamento di un segnale (2/3)

CASO I: $f_c > 2\ B$ (con B= *massima frequenza del segnale*)

campionamento <u>corretto</u>

Spettro del segnale

Spettro del segnale campionato



Spettro del segnale ricostruito per filtraggio

f_c/2 viene detta <u>frequenza di Nyquist</u> e, una volta fissata la frequenza di campionamento, questa è la massima frequenza spettrale correttamente misurabile/ricostruibile per il segnale

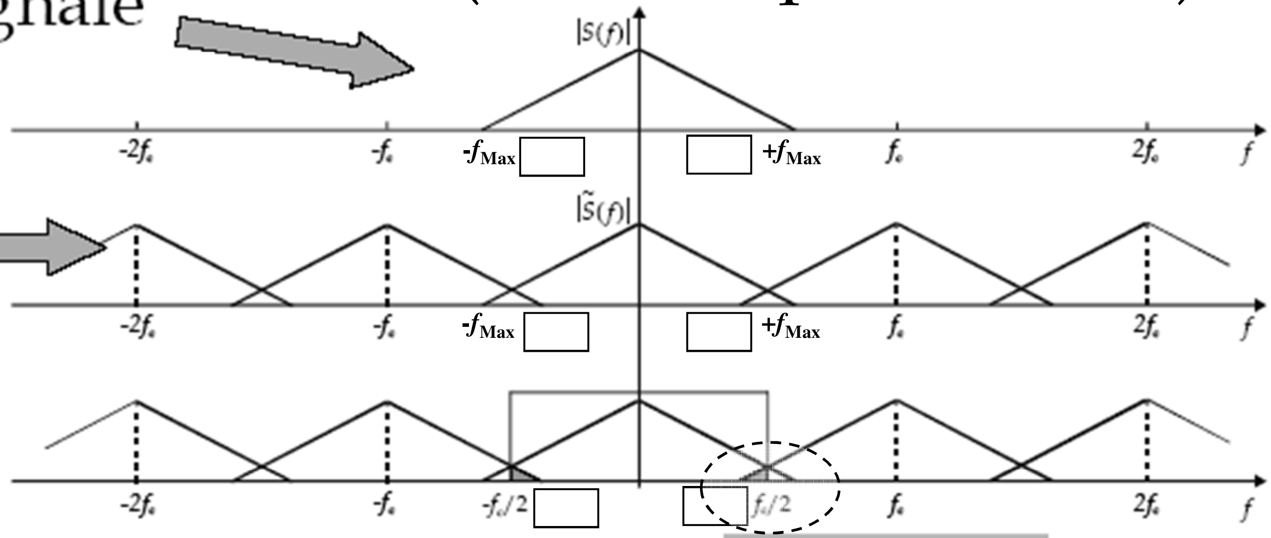
Campionamento di un segnale (3/3)

CASO II: $f_c < 2B$

campionamento <u>errato</u> (sottocampionamento)

Spettro del segnale

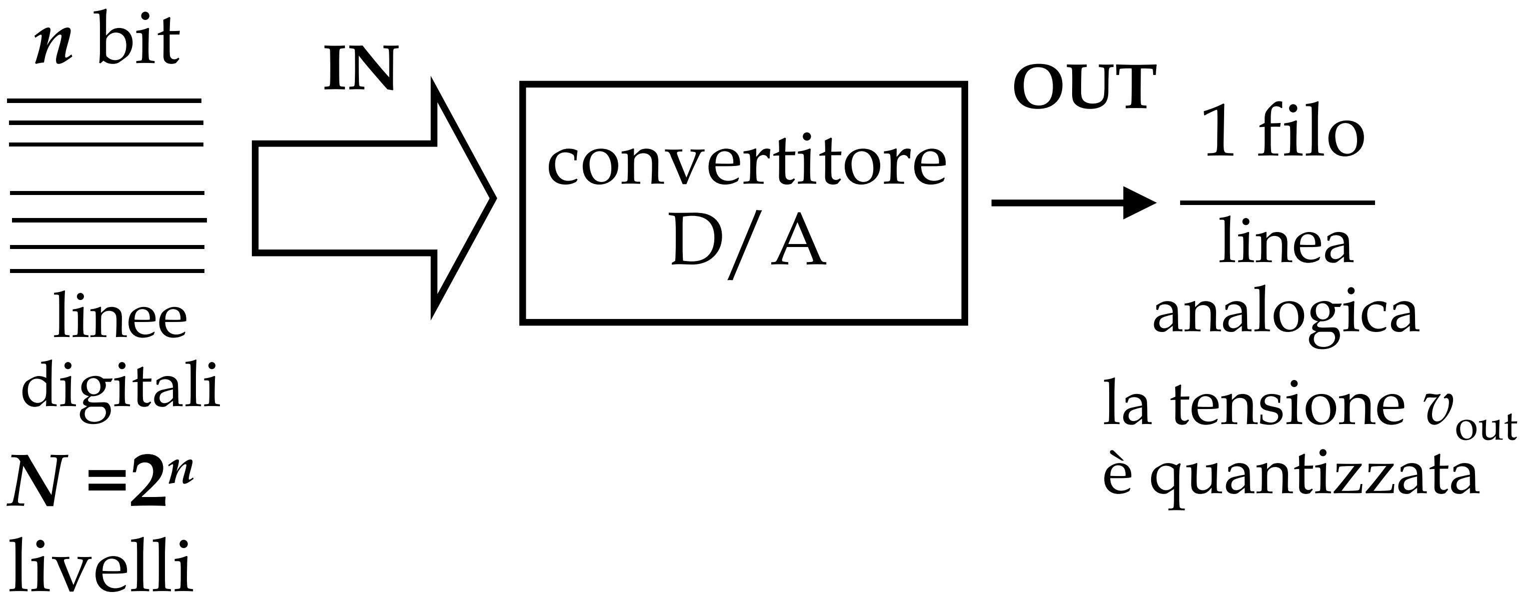
Spettro del segnale campionato



aliasing

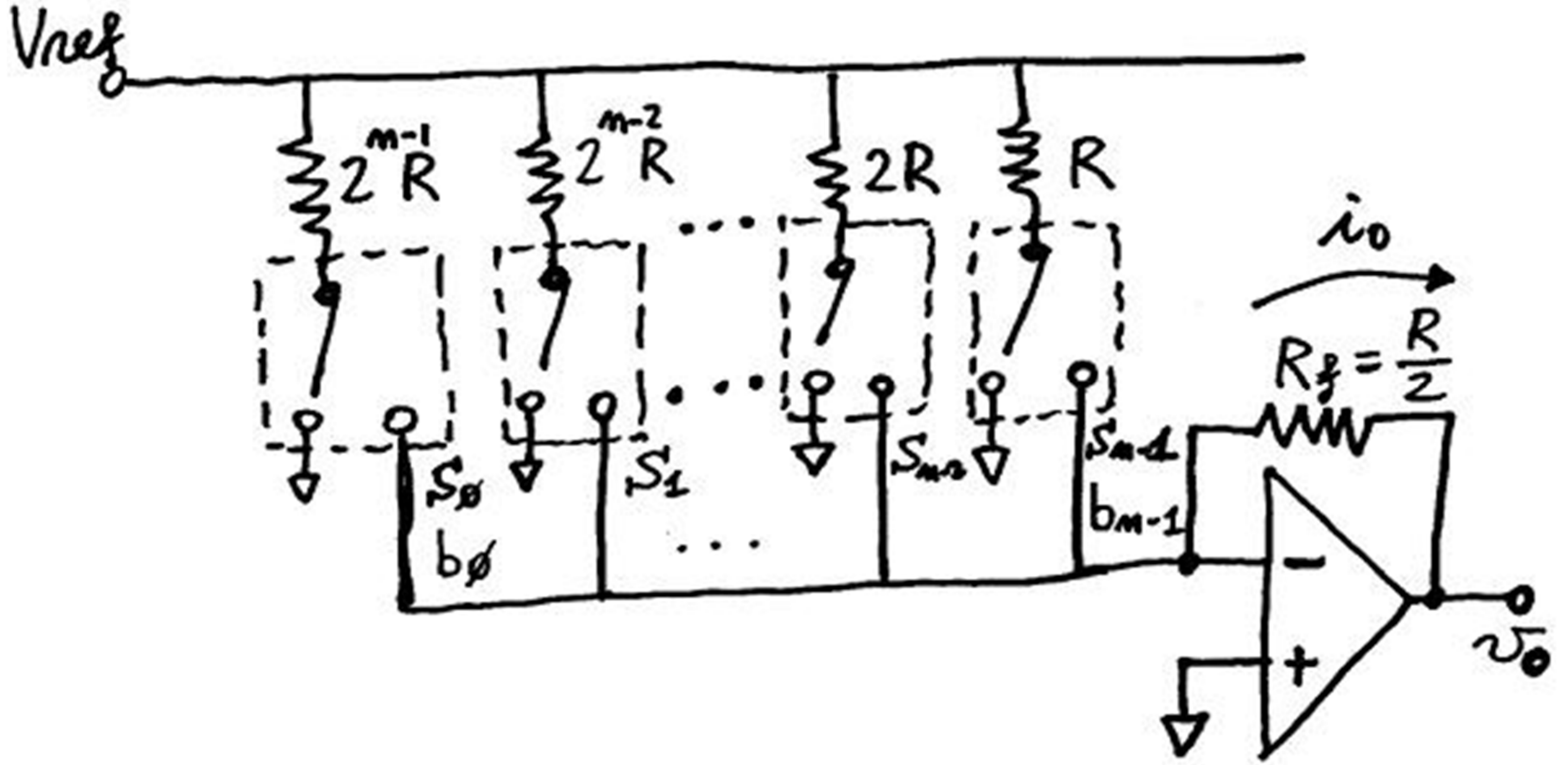
Spettro del segnale ricostruito per filtraggio

Convertitore D/A



Convertitore D/A a rete di R (1/4)

Da un'unica tensione di riferimento costante (V_{ref}) si prelevano n correnti pesate attraverso n interruttori (*switch*) S_0, S_1, … S_{n-1} <u>n = num. di bit</u>



Su ciascuno *switch* S_i è posta una resistenza $r_i = 2^{(n-1)-i}R$

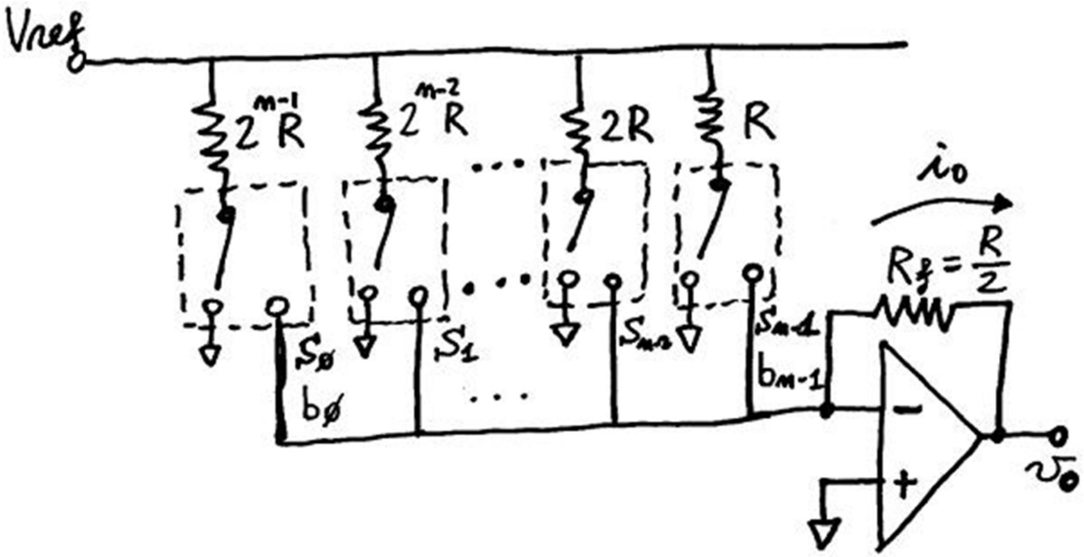
Convertitore D/A a rete di R (2/4)

Gli *switch* s_i sono comandati dalle cifre binarie b_i del numero da convertire in tensione, con pesi t.c.

$\boldsymbol{b_0}$ **= LSB** Least Significant Bit

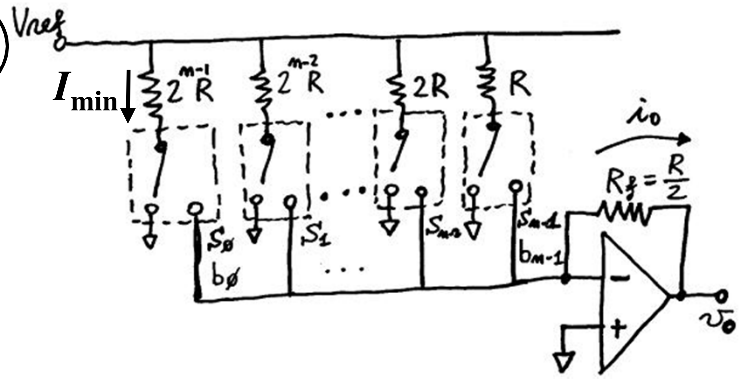
$\boldsymbol{b_{n-1}}$ **= MSB** Most Significant Bit

L'operazionale serve da sommatore delle correnti pesate che passano attraverso gli *switch* e converte la corrente risultante i_o, attraverso la resistenza di *feedback*, in un'uscita di tensione v_o



Convertitore D/A a rete di R (3/4)

n bit



Le correnti pesate sono

$$i_i = \frac{V_{\text{ref}}}{2^{(n-1)-i} R} = 2^i \frac{V_{\text{ref}}}{2^{(n-1)} R} = 2^i I_{\min}$$

con $i = 0, 1, \ldots, n\text{-}1$ (come i bit della parola numerica)

La corrente complessivamente passante dagli *switch* chiusi (S_i è chiuso — posizione dx — quando b_i=1) è

$$i_o = \frac{V_{\text{ref}}}{2^{(n-1)} R} \left(b_0 + 2b_1 + \ldots + 2^{n-2} b_{n-2} + 2^{n-1} b_{n-1} \right)$$

Convertitore D/A a rete di R (4/4)

La tensione generata in uscita è

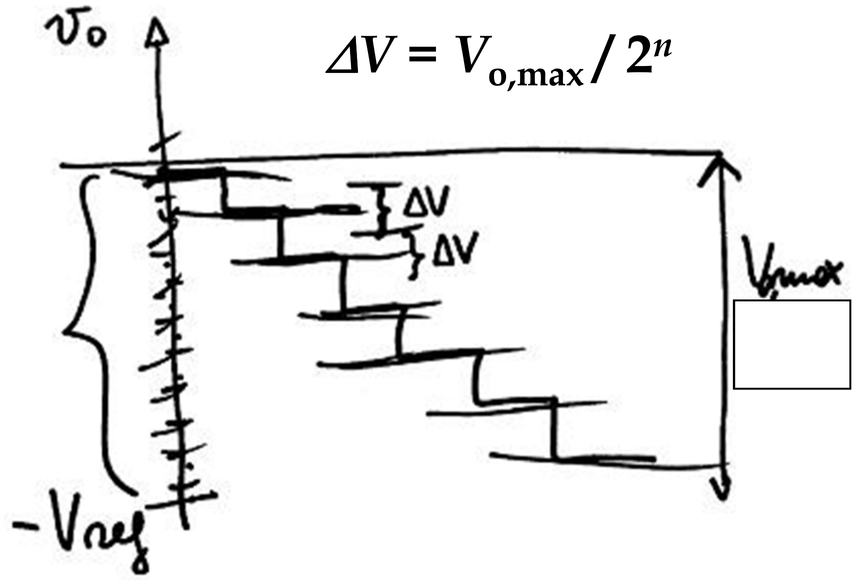
$$v_o = -R_f I_o = \frac{V_{\text{ref}}}{2^n}\left(b_0 + 2b_1 + \ldots + 2^{n-1} b_{n-1}\right)$$

$$v_o = \left(b_0 + 2b_1 + \ldots + 2^{n-1} b_{n-1}\right)\Delta V = k\ \Delta V$$

con k numero intero, compreso tra 0 e 2^n-1

L'accuratezza del DAC dipende da V_{ref}, dalle r_i e dalla qualità degli *switch*

I valori di tensione analogica V_o in uscita, discreti e generati da campioni digitali a n bit, hanno una **incertezza** $u(V_o) = \dfrac{V_{o,\max}/2^n}{\sqrt{12}}$



Voltmetri digitali (DVM) e DMM

TIPI D'IMPIEGO: misure (*V*,*I*,*R*,*T*,*C*,...) e acq. dati

CARATTERISTICHE:

numero di campi (portata,*range*,dinamica) di misura,

numero di cifre decimali (*m*) o numero di bit (*n*) o **numero di livelli (*N*)**

→ **RISOLUZIONE**, ACCURATEZZA,

VELOCITA' DI LETTURA

reiezione al rumore di modo differenziale

DVM e DMM → *DISPLAY* DIGITALE

Tipi di voltmetri e Risoluzione

Voltmetri - DIFFERENZIALI $V_x - kV_{\text{ref}} \cong 0$

- INTEGRATORI mediano V_x

OP-AMP come COMPARATORE o INTEGRATORE

RISOLUZIONE - dimensionale ΔV (V)

- adimensionale δ (1)

$$\Delta V = \frac{D}{N} = \frac{\text{dinamica}}{\text{n°livelli}}$$

$$\delta = \frac{\Delta V}{D} = \frac{1}{N_{\text{max}}}$$

"parti per …"
e.g. 1 x 10^{-4}
con N_{max}=10000

m cifre decimali → N=10^m

n bit → N=2^n

$m = \log_{10}(2^n) = n\log_{10}(2) \cong 0.3\,n$

$$\delta_{\text{cifre}} = \log_{10}(N_{\text{max}})$$

"cifre" *e.g.* 5
con N_{max}=99999

La ½ cifra decimale…

Prestazioni dei voltmetri

$\boxed{\textbf{VELOCITA'} \times \textbf{ACCURATEZZA} \sim \textbf{costante}}$

[letture/s]		[1/incertezza]	(voltmetro)
alta	-	bassa	(flash a 8 bit)
media	-	media	(approx. successive a 10 – 16 bit)
bassa	-	alta	(integratori a 16 -26 bit)

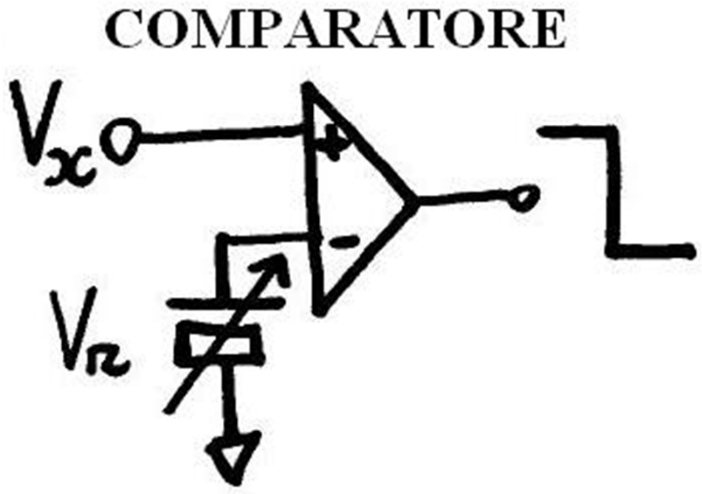
Voltmetri differenziali (1/2)

Effettuano la **misura** di una tensione **incognita** $\boldsymbol{V_x}$ mediante il **confronto** con una tensione di **riferimento** $\boldsymbol{V_r}$ generata internamente allo strumento

$\boldsymbol{V_r}$ è una tensione di riferimento **variabile** e per generarla si ricorre al **riferimento interno** che è una tensione $\boldsymbol{V_0}$ di elevata precisione e stabilità

L'**accuratezza di** $\boldsymbol{V_0}$ e dunque di $\boldsymbol{V_r}$ si ripercuote sull'accuratezza dei singoli confronti e infine su quella della misura

Voltmetri differenziali (2/2)



Schema di principio di un voltmetro differenziale

La transizione avviene per

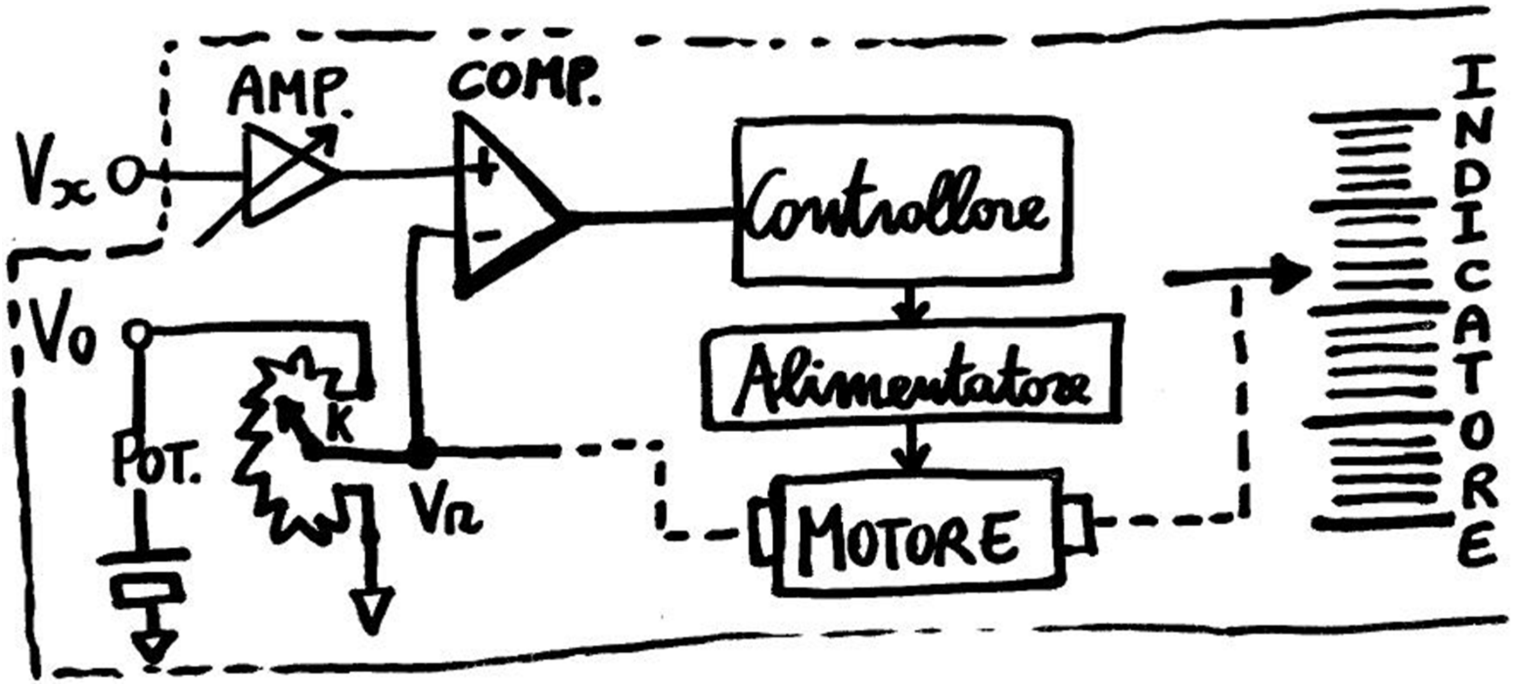
$$V_\mathrm{r} = V_\mathrm{r}^* = V_\mathrm{x}$$

V_r viene variata da $V_{\mathrm{x,\,min}}$ a $V_{\mathrm{x,\,max}}$ e si registra il valore V_r^* per cui l'uscita del comparatore commuta di livello

V_r^* viene quindi inviato al *display* del voltmetro

Voltmetro potenziometrico (1/2)

"Sistema elettromeccanico servo-assistito"



$$V_r = kV_0 \quad \text{e} \quad V_r^* = k^* \cdot V_0 = V_x$$

La risoluzione di misura dipende dalla risoluzione del divisore potenziometrico (e passo del motore)

Accuratezza: pot., comp., motore, indicatore, ...

Voltmetro potenziometrico (2/2)

La sensibilità di misura viene aumentata grazie all'amplificazione in ingresso (AMP) consentendo di rivelare segnali V_x deboli con una maggiore insensibilità al rumore del comparatore (COMP)

Caratteristiche generali:

☹ Risoluzione → bassa (3 cifre)

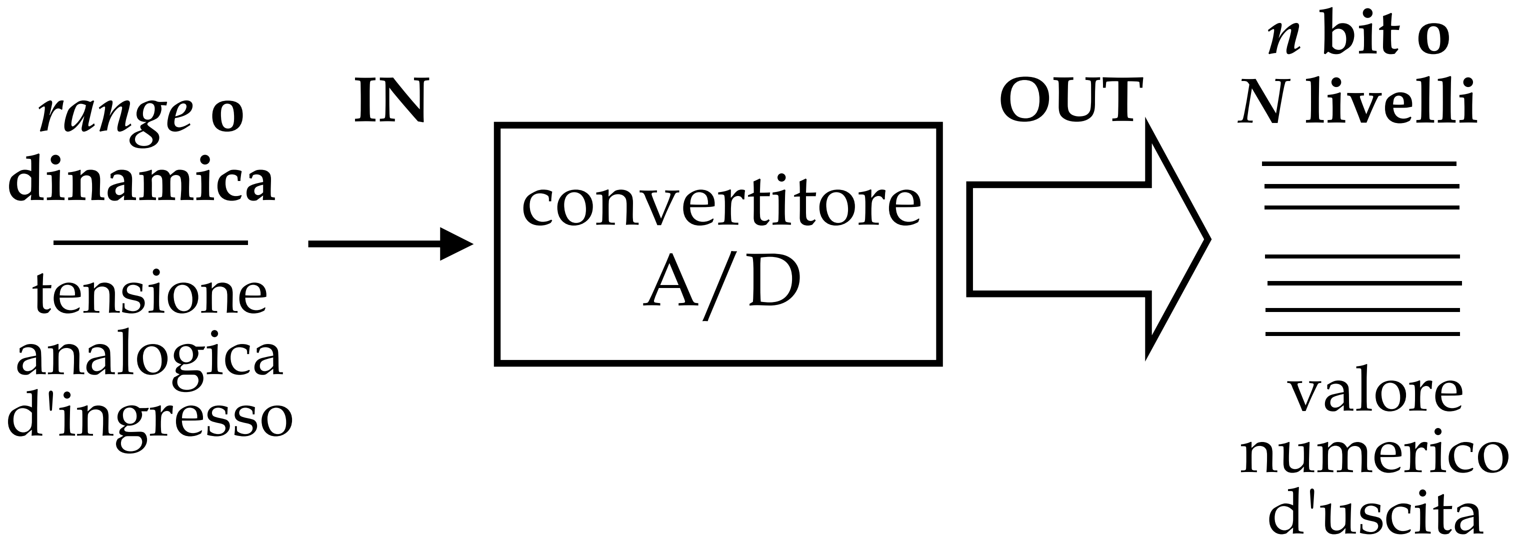
☹ Velocità → bassa (poche letture/s)

😐 Costo → contenuto (~20 kLit. ≅ 10 €)

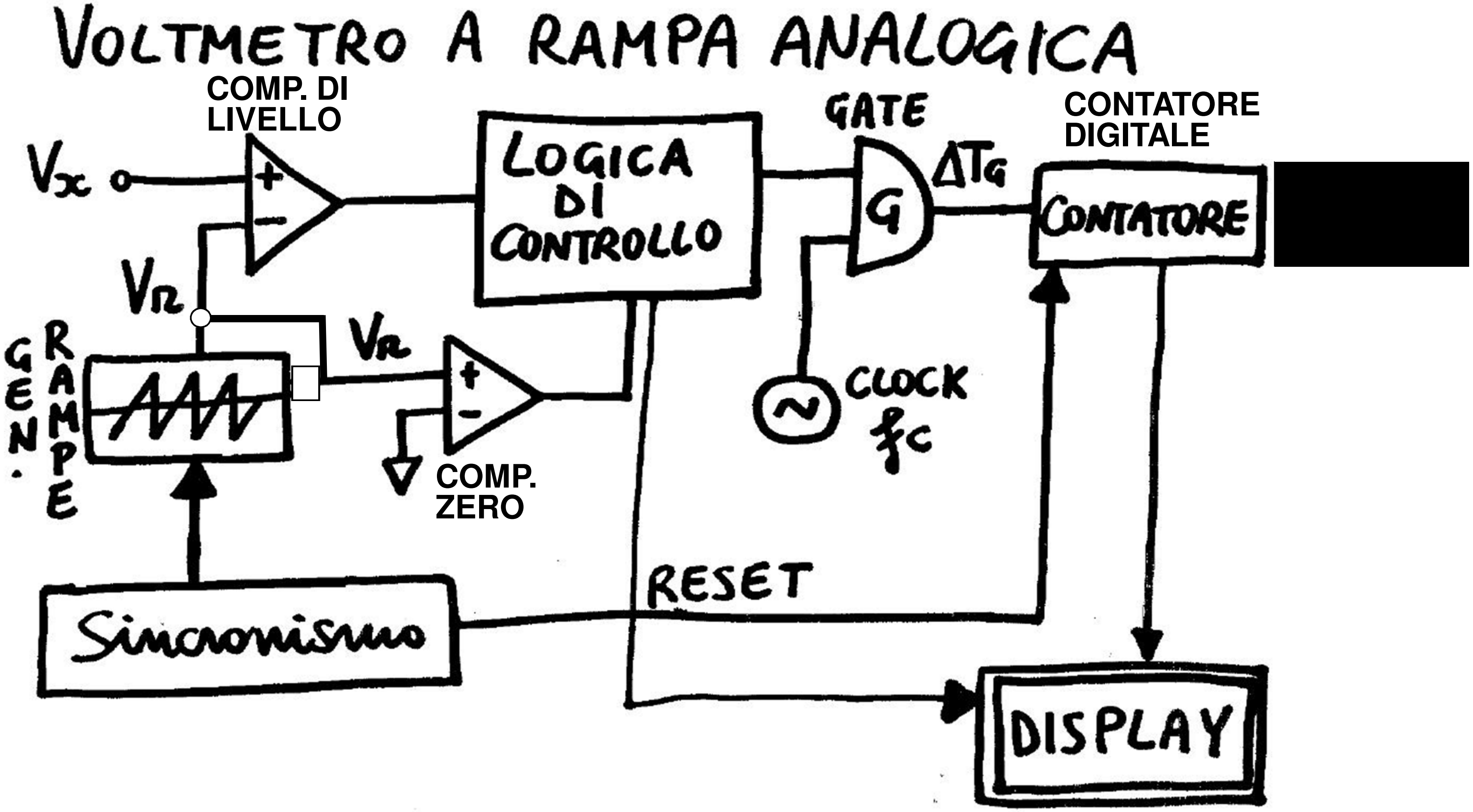
☺ Validità didattica!

Voltmetro elettromeccanico (lento e inaccurato) ⇒ oggi risulta praticamente in disuso

Voltmetro Digitale o Convertitore A/D



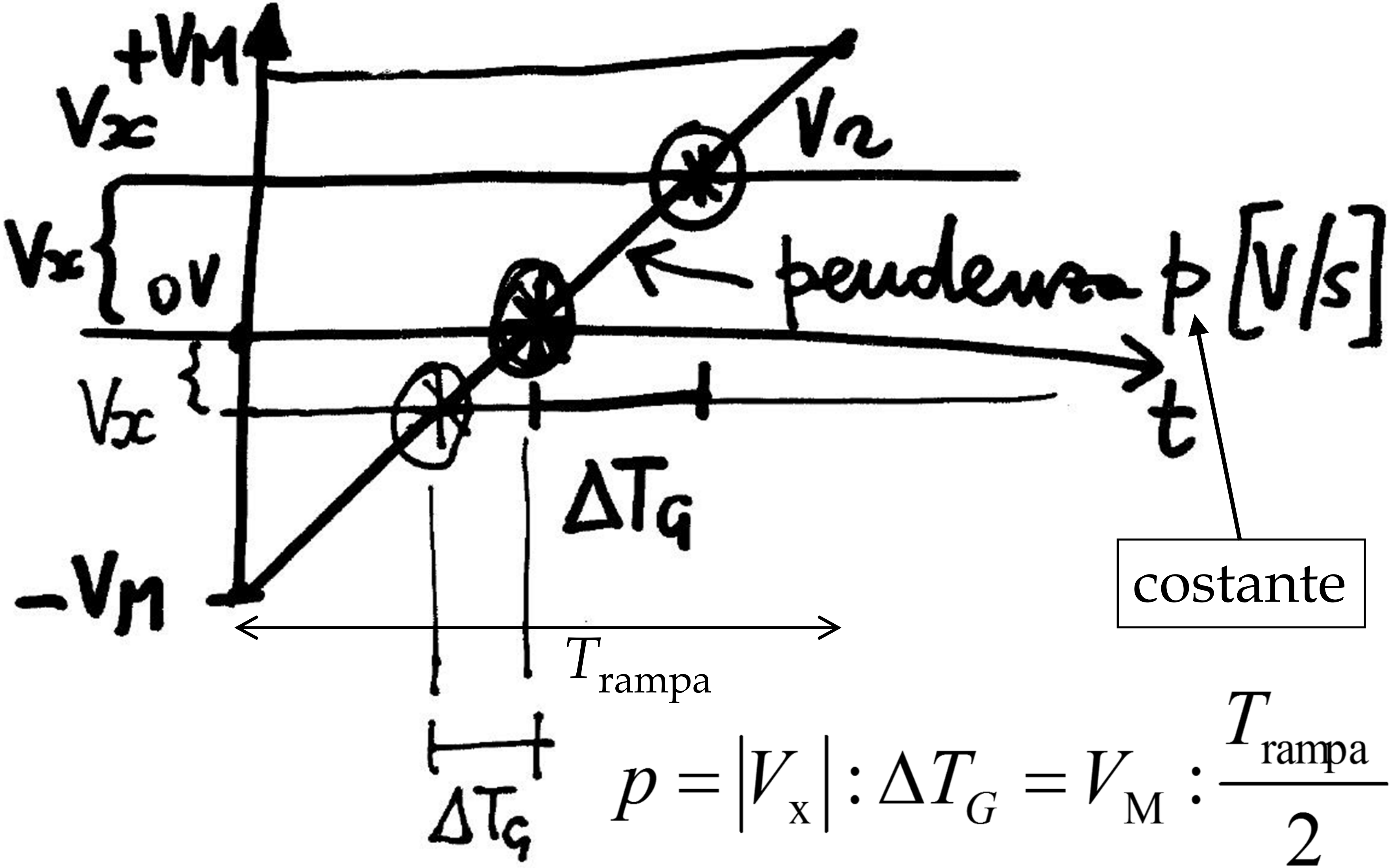
Voltmetro a rampa analogica (1/6)



E′ una versione a stato solido (molto più veloce e affidabile) del voltmetro potenziometrico.

La risoluzione è di 4 o 5 cifre (10 000 o 100 000 conteggi)

Voltmetro a rampa analogica (2/6)



$$p = \left|V_{\mathrm{x}}\right| : \Delta T_G = V_{\mathrm{M}} : \frac{T_{\mathrm{rampa}}}{2}$$

Voltmetro a rampa analogica (3/6)

Opera secondo una **conversione tensione/tempo** e la tensione V_x viene misurata contando un certo numero di periodi di *clock* T_c in un intervallo di tempo ΔT_G (proporzionale al modulo di V_x)

$$\boxed{\left|V_x\right| = \frac{\Delta T_G}{T_{\mathrm{rampa}}/2} V_M = \frac{N_c T_c}{T_{\mathrm{rampa}}/2} V_M}$$

Il segno di V_x si deduce da quale comparatore scatta prima

ACCURATEZZA: dipende dalla linearità della rampa, dalla stabilità del *clock* (f_C) e da rumore e derive dei comparatori

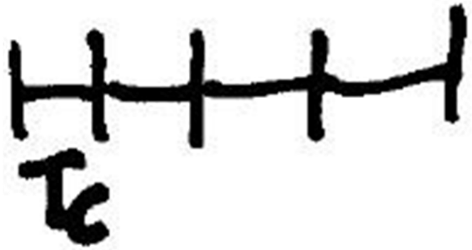
Voltmetro a rampa analogica (4/6)

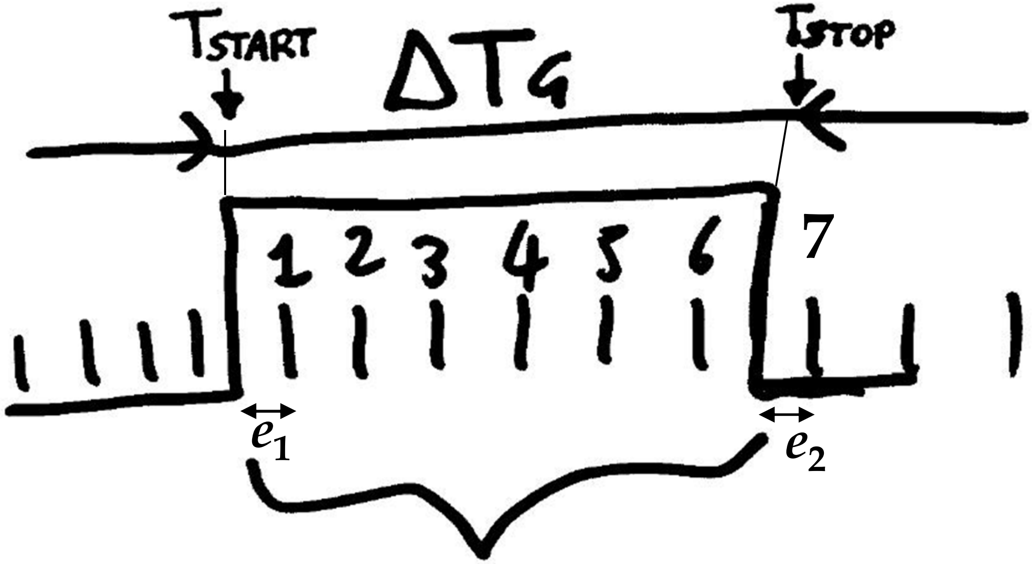
Errore di quantizz. = [0,1] conteggio

Incertezza = 1 conteggio $/\sqrt{12}$

Molte volte l'errore può essere solo positivo (approx. per eccesso), o solo negativo (approx. per difetto), risultando ad es. limitato all'intervallo [0, T_c]

Misura per conteggio





$$T_{\text{stop}} - T_{\text{start}} = \Delta T_G \propto |V_x|$$

$$\Delta T_{\mathbf{G}} = N T_{\mathbf{c}} + e_1 - e_2$$

$$\sigma^2(\Delta T_G) = \sigma^2(e_1) + \sigma^2(e_2)$$

$$u(\Delta T_G) = \sigma(\Delta T_G) = \sqrt{2}(T_c/\sqrt{12})$$

Voltmetro a rampa analogica (5/6)

La rampa analogica varia linearmente da $-V_M$ a $+V_M$ con periodo $T_{\text{rampa}} = \dfrac{1}{f_{\text{rampa}}}$

Il tempo di misura è $T_{mis}=T_{rampa}$ (≈ms)
(velocità o frequenza di lettura pari a f_{rampa} (≈kHz)

tot. livelli sia pos.che neg.

capacità del contatore

Per una lettura con risoluzione $\delta = 1/N = 1/2N_{c,max}$

dove $N_{c,max}=N/2$ è il massimo numero di conteggi del contatore (su dinamica unipolare), deve essere

$$\boldsymbol{f_c = N \times f_{rampa} = 2N_{c,max} \times f_{rampa}} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{f_c}{f_{rampa}}$$

come ricavabile da $NT_c=T_{rampa}$

Voltmetro a rampa analogica (6/6)

$$\delta = \frac{1}{N} = \frac{\Delta V}{D} = \frac{T_c}{T_{rampa}} = \frac{f_{rampa}}{f_c}$$ RISOL. **liv.=N=2$N_{c,max}$**

$$m = \log_{10}(N) = \log_{10}\left(f_c / f_{rampa}\right)$$ CIFRE DECIMALI

$$n = \log_2(N) = \log_2\left(f_c / f_{rampa}\right)$$ BIT

La risoluzione migliora al crescere del rapporto f_c/f_{rampa}

Conviene lavorare con f_c alta, ma per f_c elevata occorre un contatore a "molte cifre" e "veloce". Altri parametri:

$$|V_x| = p \cdot \Delta T_G \quad \text{da} \quad \Delta T_G = N_c T_c = \frac{|V_x|}{p}$$

dinamica

con p pendenza della rampa analogica: $p = \dfrac{2V_M}{T_{rampa}}$ (V/s)

tempo misura

Voltmetro - convertitore Flash (1/5)

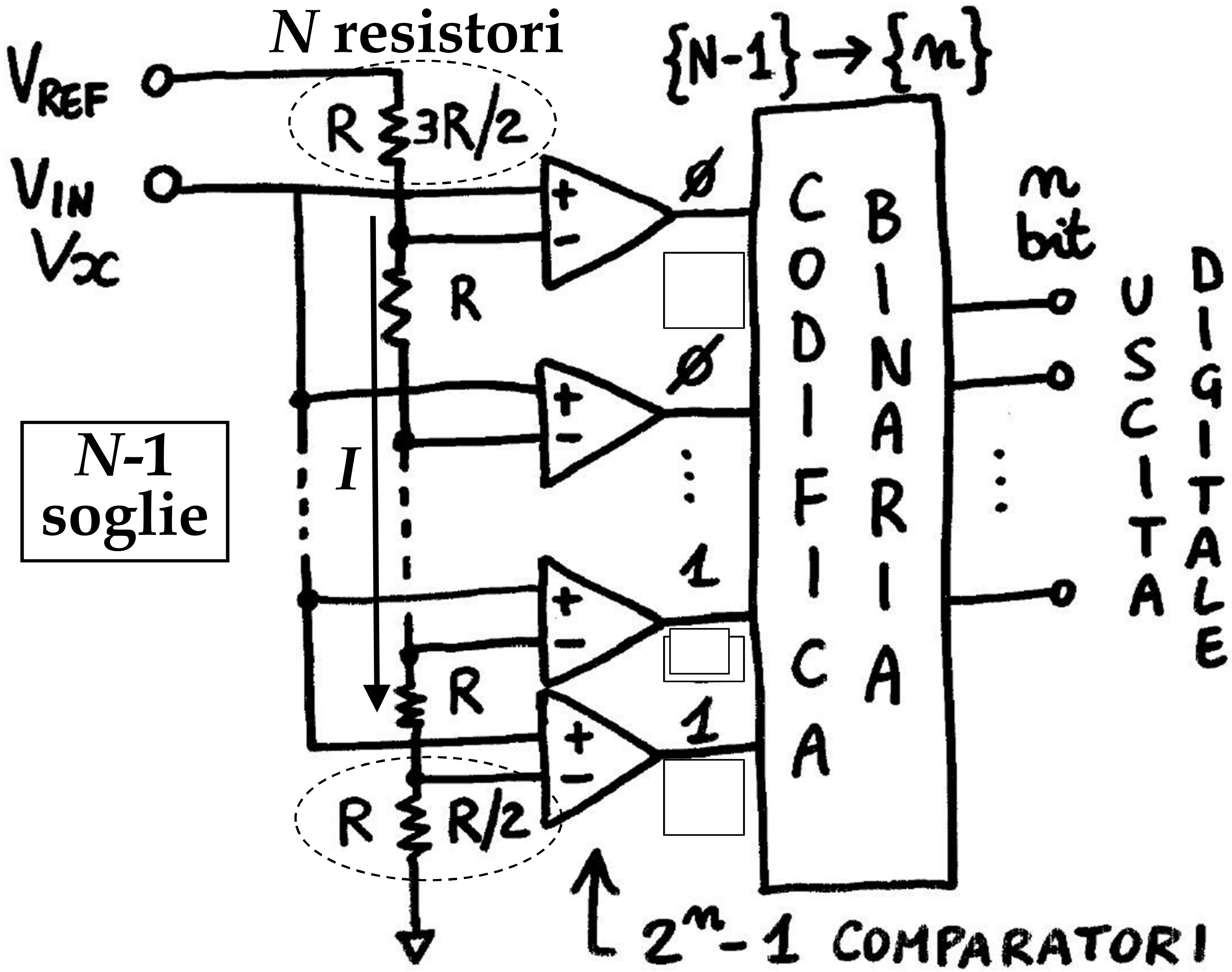
E′ il più veloce convertitore A/D con $T_{\text{mis}} \approx 1\,T_{\text{c}}$
raggiunge frequenze di conversione fino a 40 GSa/s

La complessità circuitale (e il costo) cresce esponenzialmente con il numero di bit (come 2^n) e quindi si lavora a bassa risoluzione:

$$\boldsymbol{n \sim 8\ \text{bit}}$$

A così elevate velocità di campionamento (alta banda di segnale e rumore) occorre tenere presente il numero di bit equivalenti…
$\Rightarrow$ **non conviene salire con il numero di bit**

Voltmetro - convertitore Flash (2/5)



Voltmetro - convertitore Flash (3/5)

N resistori tutti uguali

$$I = \frac{V_{\text{ref}}}{NR} \qquad V_i = i\overbrace{\underbrace{(RI)}}^{\Delta V} = i\,\overbrace{\underbrace{\frac{V_{\text{ref}}}{N}}}^{\Delta V} \qquad i = 1, \ldots N - 1$$

N - 1 soglie

Primo e ultimo resistore diversi

$$I = \frac{V_{\text{ref}}}{2R + (N-2)R} = \frac{V_{\text{ref}}}{NR}$$

$$V_i = \left[\frac{R}{2} + (i-1)R\right]I = \left(i - \frac{1}{2}\right)\frac{V_{\text{ref}}}{N}$$

N - 1 soglie

Con la rete di resistori 3/2 R e R/2 la soglia del 1° livello viene dimezzata in ampiezza il che è utile per non avere *offset* nella caratteristica di conversione nel convertire segnali bipolari

1° ed N° livello sono disuniformi dagli altri

Voltmetro - convertitore Flash (4/5)

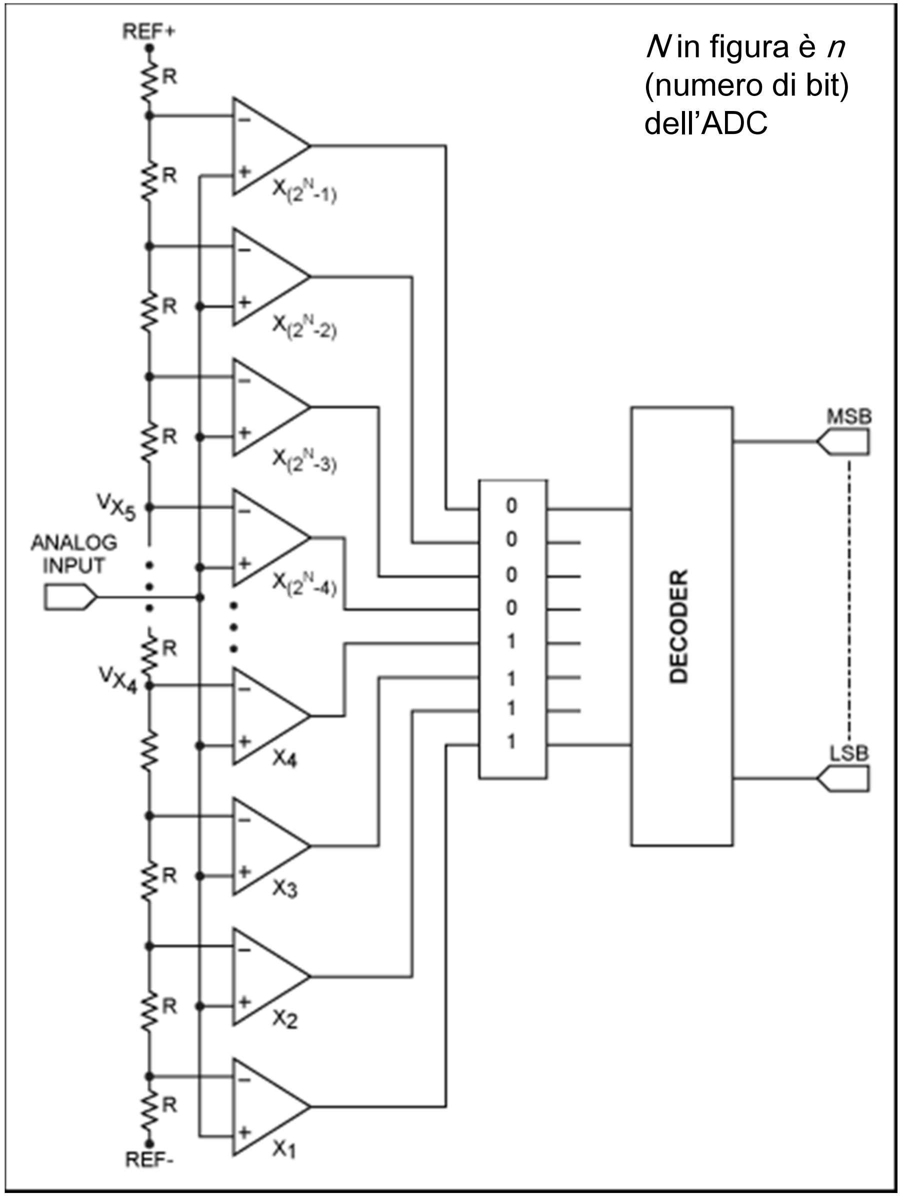
E' il convertitore **A/D utilizzato negli oscilloscopi digitali** dove una risoluzione modesta non è un fattore limitante ma la **velocità è importante**

La dinamica di misura viene suddivisa in $\boldsymbol{N = 2^n}$ **livelli equispaziati** ($\boldsymbol{\Delta V = V_{max} / 2^n}$) utilizzando $\boldsymbol{N - 1} = 2^n - 1$ **soglie** (**e comparatori**)

Tipicamente si lavora con $\boldsymbol{N}$**=256 livelli (**$\boldsymbol{n}$**=8 bit)** e dunque la risoluzione relativa è $\delta = 1/256 \cong \mathbf{4 \cdot 10^{-3}}$ (la ris. ass. dipende da dinamica e valore misurato)

È usato per misure su **segnali molto veloci** (TLC, Fisica, ...) ma con accuratezza limitata

Voltmetro - convertitore Flash (5/5)



ADC di tipo Flash con dinamica bipolare

Si osservi la simmetria della struttura di conversione, ad esempio con 255 comparatori e 256 resistenze tutti identici per dividere la dinamica bipolare in 128 livelli positivi e 128 livelli negativi, con il livello di zero largo ±$\Delta V/2$ attorno agli 0 V.
Naturalmente $\Delta V=D/2^n=$ $=(\mathrm{REF}^+-\mathrm{REF}^-)/N$

Esercizio (convertitore Flash)

Oscilloscopio digitale a larga banda

Dinamica $D = \pm 10\ \text{V}$ $n = 8$ bit $f_{\text{sample}} = 1\ \text{GSa/s}$

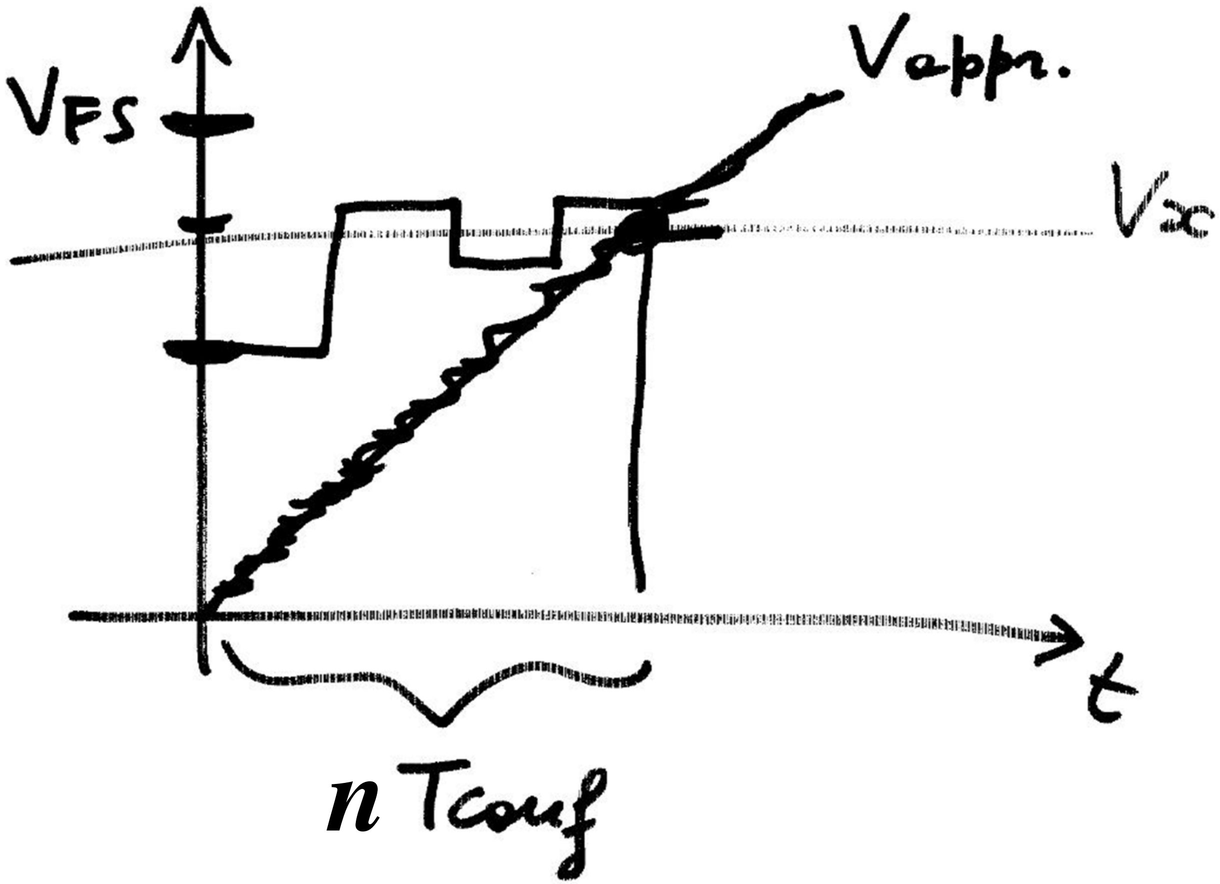
$\Delta V = ?$ $$\Delta V = \frac{D}{2^n} = \frac{20\ \text{V}}{256} \cong 80\ \text{mV}$$

$u(V) = ?$ $$u(V) = u_{\text{q}}(V) = \frac{\Delta V}{\sqrt{12}} \cong 23\ \text{mV}$$

$f_{x,\max} = ?$ $$f_{\text{x},\max} = f_{\text{sample}} / 2 = 500\ \text{MHz}$$

Oltre alla quantizzazione ci sarà anche un rumore elettronico… (v. bit equivalenti) e $u_{\text{tot}}(V)$ sarà maggiore di $u(V)$=$u_{\text{q}}(V)$

Voltmetro ad approssimazioni successive (1/6)



Metodo per **BISEZIONE**: con soli ***n*** **confronti** si ottiene una **risoluzione** $\boldsymbol{\delta = 1/N = 1/2^n}$

Voltmetro ad approssimazioni successive (2/6)

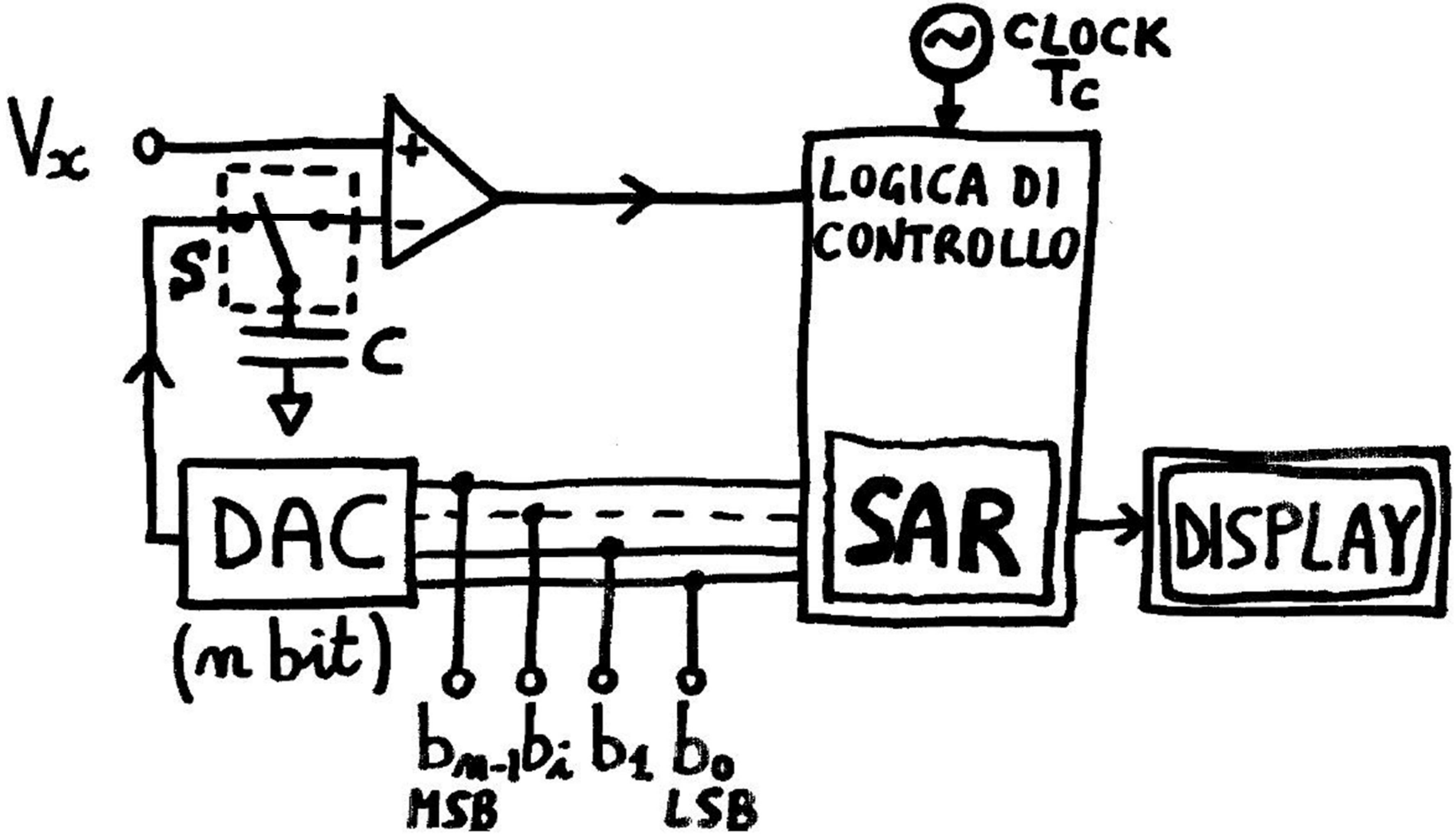
- Convertitore D/A a *n* bit ("potenziometro")
  Comparatore e Logica di controllo
  Clock (temporizzazione del sistema)

- Con un **metodo di BISEZIONE** si "provano" tutti i bit (si pone tentativamente il bit=1) a partire dal più significativo (MSB) fino al meno significativo (LSB)
  Ad ogni confronto di V_{appr} con V_{x} si decide se mantenere il bit a "1" o riportarlo a "0"

Uscita DAC: $V_{\mathrm{D/A}} = \dfrac{V_{\mathrm{FS}}}{2^n}\left[b_{n-1}2^{n-1} + \ldots + b_1 2 + b_0\right]$

Voltmetro ad approssimazioni successive (3/6)

Approccio digitale al metodo potenziometrico



Voltmetro ad approssimazioni successive (4/6)

- La cifra meno significativa ha un PESO

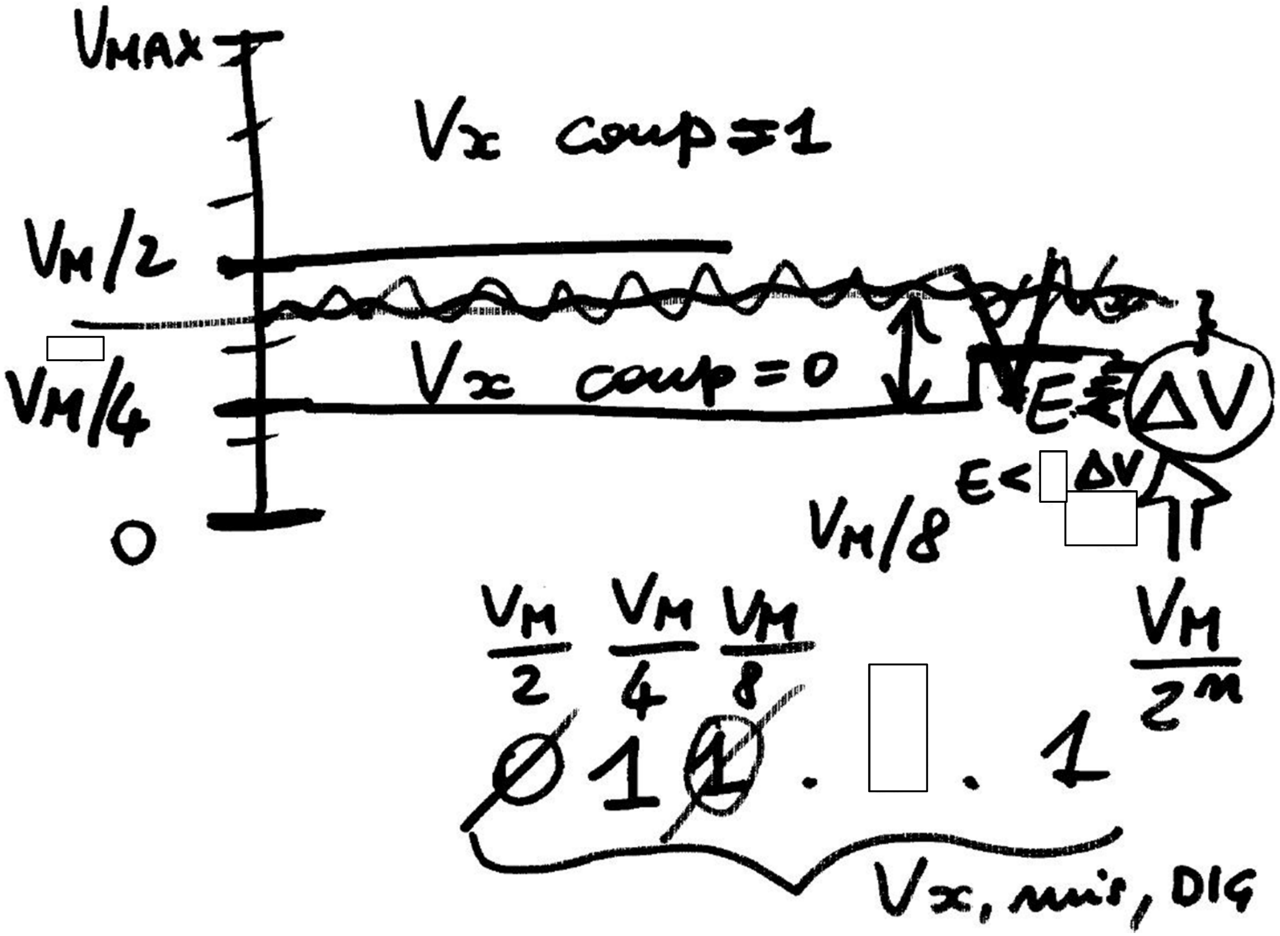
  $\Delta V = V_{FS} \,/\, 2^n \qquad (\; N = 2^n \,)$

  La più significativa vale $V_{FS} \,/\, 2$

- Si eseguono **"solo"** $\boldsymbol{n = \log_2 N}$ **confronti** ciascuno di durata mT_c con m compreso tra 2 e 5

- Il tempo di misura è fissato indipendentemente da V_x e vale $\boldsymbol{T_{mis} = n\,(mT_c) = n\,T_{confr}}$

Voltmetro ad approssimazioni successive (5/6)



Il rumore differenziale può portare "istantaneamente" a errate decisioni sul singolo confronto e dunque a un errore di misura

Voltmetro ad approssimazioni successive (6/6)

- **Risoluzione effettiva** (da 3 a 5 cifre 'effettive'): dipende dal rumore presente agli stadi di ingresso del comparatore (non è sempre $V_{FS} / 2^n$...)

- **Accuratezza**: dipende dal riferimento interno, dalla qualità del DAC e dal rumore del comparatore

- STATO DELL'ARTE:

	N=4 096	N=65 536	N=262 144
n [bit]	12	16	18 (5½ cifre)
T_{mis} [ns]	50	100	500
f_{mis} [MSa/s]	20	10 (AD7626)	2 (AD7641)

Prestazioni DVM ad approx. succ.

Questi voltmetri possono essere anche piuttosto veloci mantenendo un'ottima risoluzione (*e.g.* nelle DAQ, T_{mis} = 5 μs, ovvero f_{sample} = 200 kSa/s con n = 12-16 bit)

Filtro passa-basso in ingresso per limitare le "errate decisioni" dovute al rumore elettronico presente in ingresso → si 'media' ma si riduce anche la velocità di conversione

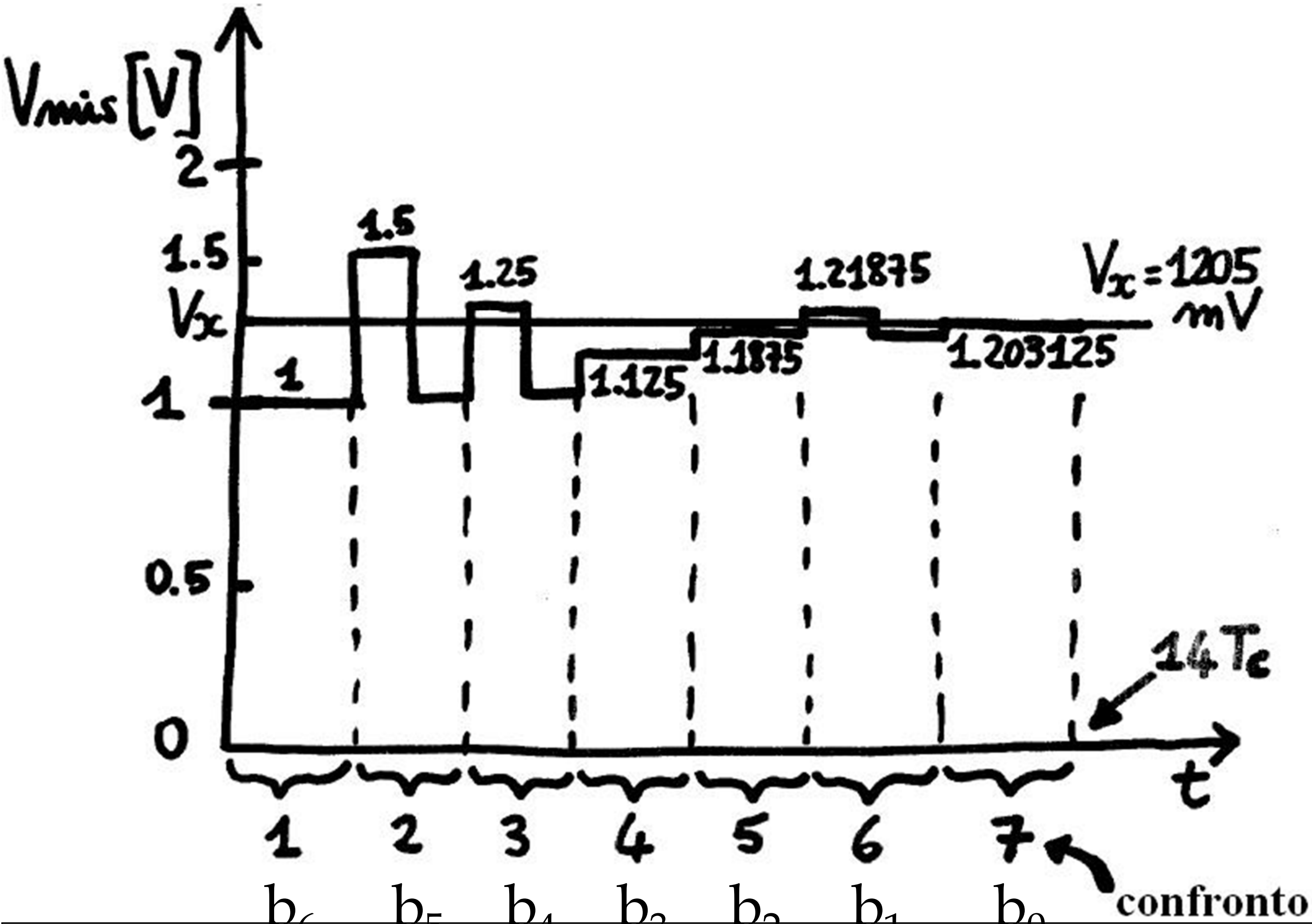
Esercizio sul voltmetro ad approssimazioni successive

Dinamica 0 - 2 V $\quad n = 7$ bit

$f_c = 1$ MHz $\quad T_{\mathrm{confronto}} = 2\,T_c$

Ricavare il tempo di misura T_{mis}, il valore misurato V_{mis} e il suo errore percentuale rispetto a una tensione sotto misura di valore $V_x = 1205$ mV

Soluzione (1/2)



b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 b_0

Soluzione (2/2)

$$T_c = 1/f_c = 1\ \mu s$$

$$T_{confr} = 2T_c = 2\ \mu s$$

$$T_{mis} = nT_{confr} = 14\ \mu s\ (\approx 70\ kSa/s)$$

$$V_{mis} = 1203.125\ mV \quad \text{quando} \quad V_x = 1205\ mV$$

$$ERR\% = \frac{|V_x - V_{mis}|}{V_x} = 0.1556\ \%$$

Con soli 7 bit si ha una risoluzione

$$\Delta V = \frac{V_{max}}{2^n} = \frac{2\ V}{128} \cong 15.6\ mV$$

Naturalmente $|V_x - V_{mis}| < \Delta V$ (1.875 mV<15.6 mV)

Voltmetri a integrazione

Il valore di misura dipende dal segnale (tensione) in ingresso secondo una **relazione integrale**:

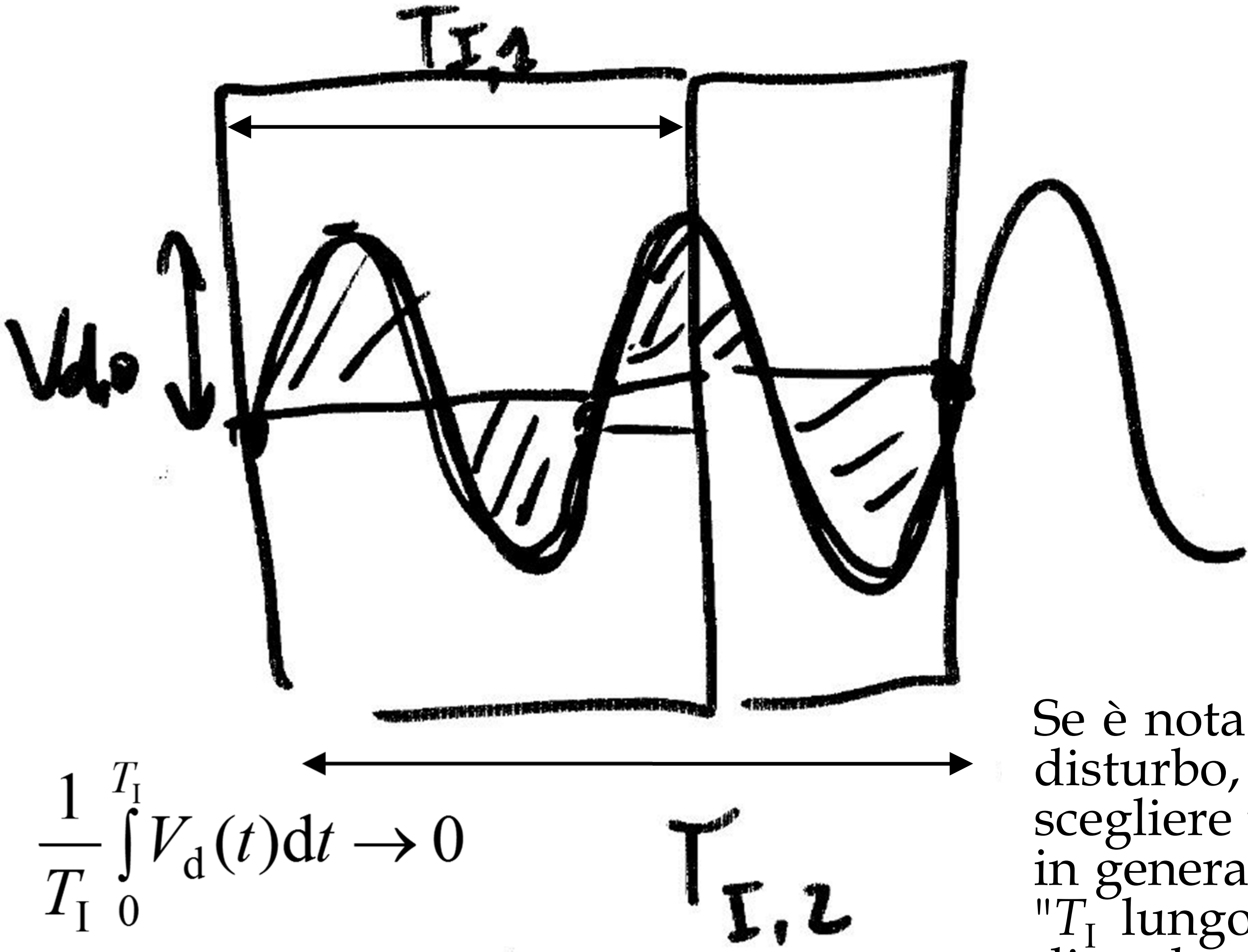
$$V_{\mathrm{m}} \propto \frac{1}{T_{\mathrm{I}}} \int_{0}^{T_{\mathrm{I}}} V(t)\mathrm{d}t$$

Calcolo della **reiezione al disturbo** in uno strumento a integrazione:

$$V(t) = V_{\mathrm{x}} + V_{\mathrm{d}}(t) \quad \text{segnale + disturbo}$$

$$V_{\mathrm{m}}(T_{\mathrm{I}}) = \frac{1}{T_{\mathrm{I}}} \int_{0}^{T_{\mathrm{I}}} \left[V_{\mathrm{x}} + V_{\mathrm{d}}(t)\right]\mathrm{d}t = V_{\mathrm{x}} + \cancel{\frac{1}{T_{\mathrm{I}}} \int_{0}^{T_{\mathrm{I}}} V_{\mathrm{d}}(t)\mathrm{d}t}$$

Esempio di reiezione al disturbo

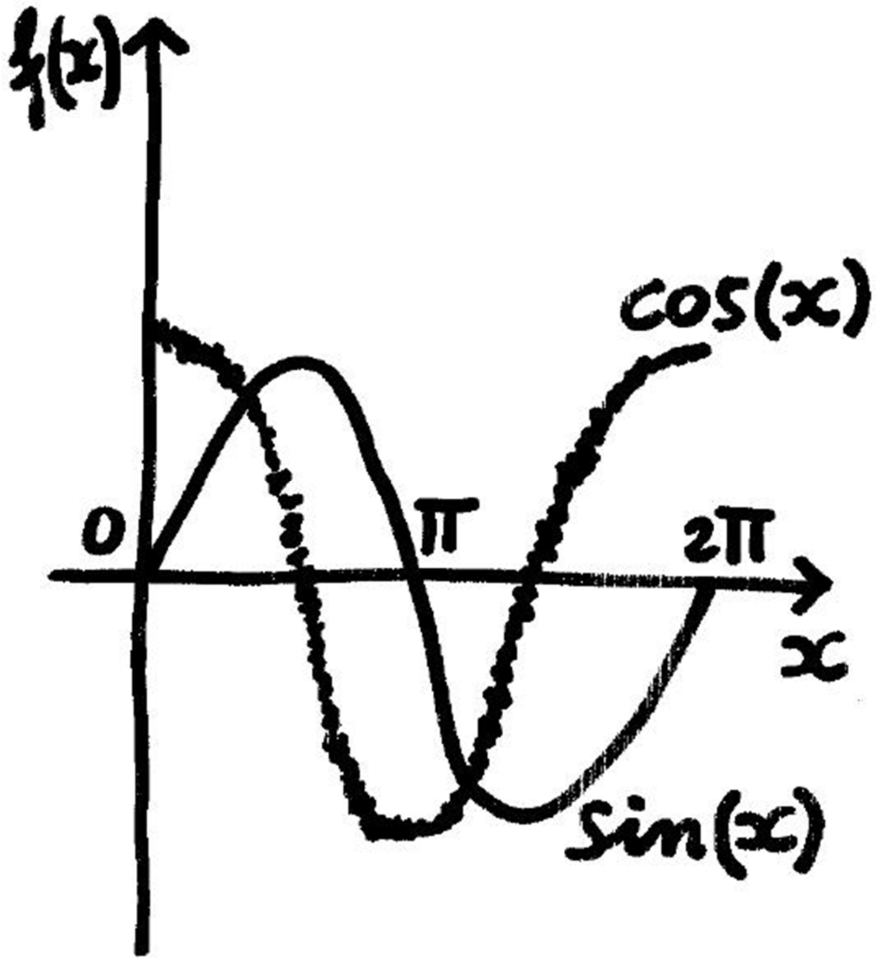


$$\frac{1}{T_{\mathrm{I}}}\int_{0}^{T_{\mathrm{I}}} V_{\mathrm{d}}(t)\mathrm{d}t \rightarrow 0$$

per $T_{\mathrm{I}} \rightarrow \infty$ o $T_{\mathrm{I}} >> T_{\mathrm{d}}$

Se è nota la frequenza del disturbo, può essere utile scegliere un T_{I} opportuno; in generale comunque per "T_{I} lungo" la reiezione al disturbo migliora

[richiami] Funzioni trigonometriche



$$\cos(x)=\sin(x+\pi/2)$$

$$\sin(x)=\cos(x-\pi/2)$$

$$\frac{d}{dx}\{\sin(x)\}=\cos(x)$$

$$\frac{d}{dx}\{\cos(x)\}=-\sin(x)$$

$$\int \sin(x)dx=-\cos(x)$$

$$\int \cos(x)dx=\sin(x)$$

[richiami] Formula di Eulero

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$
$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \\ \sin\theta &= \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \end{aligned}\right\} \rightarrow \ \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

[richiami] Somme di seni e coseni

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

da cui

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin(\alpha)\cos(\beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\cos(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2\sin(\alpha)\sin(\beta)$$

somma e differenza $\leftarrow$ **prodotto**

Integrazione (caso particolare)

Il disturbo misurato all'uscita dello strumento vale:

$$V_{\mathrm{d,m}}(T_{\mathrm{I}}) = \frac{1}{T_{\mathrm{I}}}\int_0^{T_{\mathrm{I}}} V_{\mathrm{d}}(t)\mathrm{d}t$$

Immaginiamo che all'ingresso sia presente un disturbo sinusoidale:

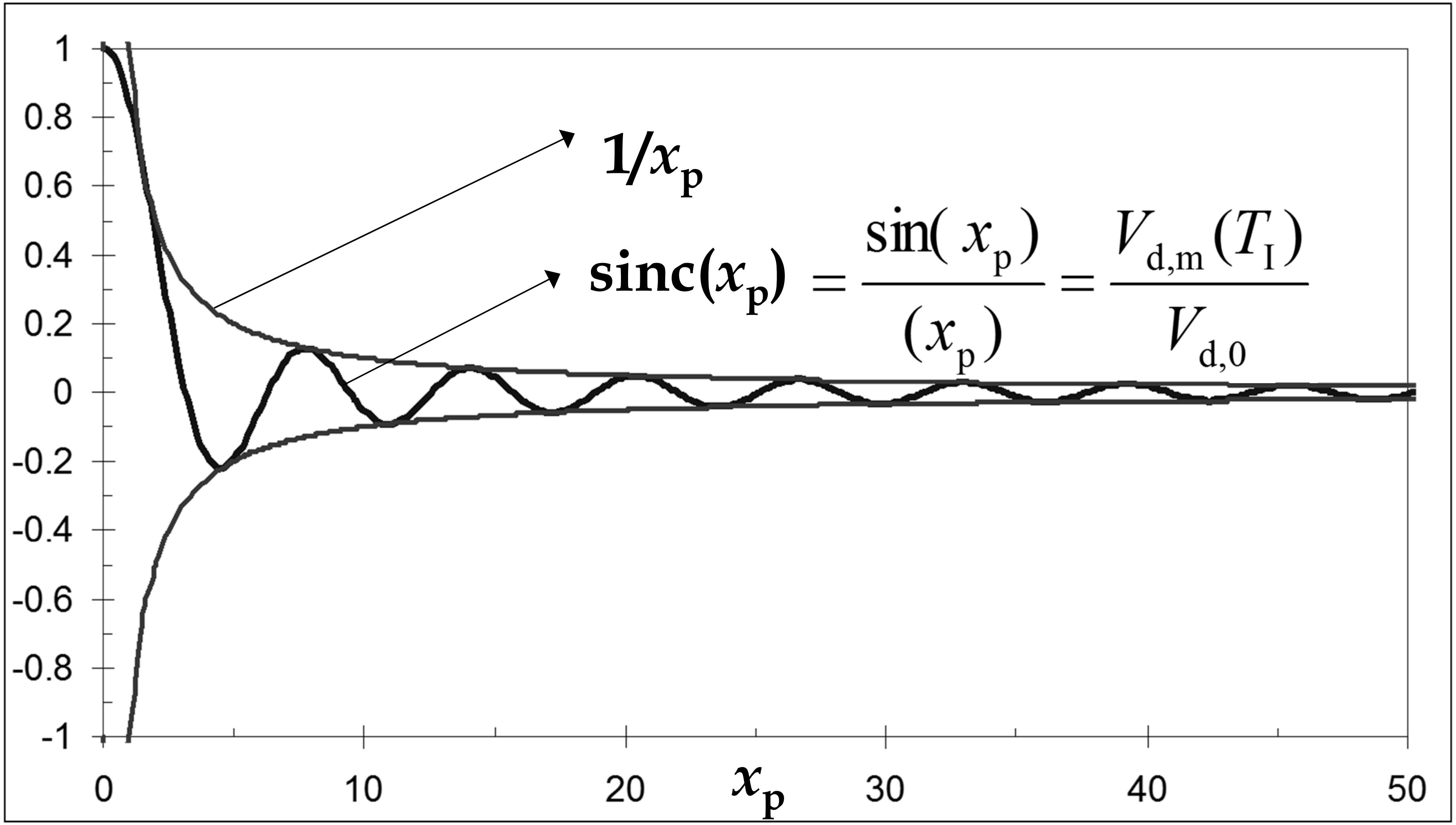
$$V_{\mathrm{d}}(t) = V_{\mathrm{d,0}}\cos(2\pi f_{\mathrm{d}} t)$$

In uscita si avrà:

$$V_{\mathrm{d,m}}(T_{\mathrm{I}}) = \frac{V_{\mathrm{d,0}}}{T_{\mathrm{I}}}\int_0^{T_{\mathrm{I}}} \cos(2\pi f_{\mathrm{d}} t)\mathrm{d}t = \frac{V_{\mathrm{d,0}}}{T_{I}}\frac{\sin(2\pi f_{\mathrm{d}} T_{\mathrm{I}})}{2\pi f_{\mathrm{d}}} = \boxed{\frac{\sin(x_{\mathrm{p}})}{(x_{\mathrm{p}})} V_{\mathrm{d,0}}}$$

con $x_{\mathrm{p}}=2\pi f_{\mathrm{d}} T_{\mathrm{I}}$ (il disturbo misurato decresce come $\mathrm{sinc}(x_{\mathrm{p}})$ al crescere di $x_{\mathrm{p}} \approx f_{\mathrm{d}} T_{\mathrm{I}}$)

Integrazione (andamento sinc x_p)



Integrazione (caso generale) (1/2)

$$V_{\mathrm{d}}(t) = V_{\mathrm{d},0}\sin(2\pi f t + \varphi)$$

$$V_{\mathrm{d,m}} = \frac{1}{T}\int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} V_{\mathrm{d}}(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} V_{\mathrm{d},0}\sin(2\pi f t + \varphi)\mathrm{d}t =$$

$$= \frac{V_{\mathrm{d},0}}{T}\left[\frac{-\cos(2\pi f t + \varphi)}{2\pi f}\right]_{t_0-T/2}^{t_0+T/2}$$

Attenzione che per brevità si è indicato T=T_{I} e f=f_{d} ma non necessariamente T=1/f

$$V_{\mathrm{d,m}} = \frac{V_{\mathrm{d},0}}{2\pi f T}\left\{\cos\left[2\pi f\left(t_0 - \frac{T}{2}\right) + \varphi\right] - \cos\left[2\pi f\left(t_0 + \frac{T}{2}\right) + \varphi\right]\right\}$$

Integrazione (caso generale) (2/2)

$$V_{\mathrm{d,m}} = \frac{V_{\mathrm{d,0}}}{2\pi f T}\left\{\cos\left[2\pi f\left(t_0 - \frac{T}{2}\right)+\varphi\right] - \cos\left[2\pi f\left(t_0 + \frac{T}{2}\right)+\varphi\right]\right\} =$$

$$= \frac{V_{\mathrm{d,0}}}{\cancel{2}\pi f T}\cancel{2}\sin(2\pi f t_0 + \varphi)\sin(\cancel{2}\pi f T / \cancel{2})$$

essendo

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) =$$
$$= -2\sin(\alpha)\sin(\beta)$$

$$= V_{\mathrm{d,0}}\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}\sin(2\pi f t_0 + \varphi)$$

massimizzabile con +1 (*worst case*)

$$V_{\mathrm{d,m}}(T) = V_{\mathrm{d,0}}\frac{\sin(x)}{x}F(t_0,\varphi)$$

il particolare valore di reiezione dipende anche da t_0 e φ

dove $\underline{\underline{\underline{\boldsymbol{x = \pi f T}}}}$ e $F(t_0,\varphi)=\sin(2\pi f t_0+\varphi)$ con $-1 \le F(t_0,\varphi) \le +1$

Integrazione (generale vs particolare)

Se nel caso generale scegliamo $t_0 = T/2$ e $\varphi = \pi/2$ allora GENERALE → PARTICOLARE

$$V_{\mathrm{d,m}}(T) = \sin(2\pi f t_0 + \varphi)\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}V_{\mathrm{d,0}} = \frac{\sin(\pi f T)\cos(\pi f T)}{\pi f T}V_{\mathrm{d,0}} =$$

$$= \frac{\sin(2\pi f T)}{2\pi f T}V_{\mathrm{d,0}} \quad \text{essendo } \sin(x)\cos(x) = \frac{\sin(2x)}{2}$$

In ogni caso, potendo lavorare con T_I=T=$1/f$ o anche con <u>$\boldsymbol{T_\mathrm{I}=m(1/f)=mT_\mathrm{d}}$</u>, con m intero, si ottiene, idealmente, una <u>**completa eliminazione del disturbo**</u> essendo $\boldsymbol{V_{\mathrm{d,m}}(T_\mathrm{I}=m\cdot 1/f)\equiv 0}$

Naturalmente, questo è possibile solo a patto di conoscere bene il valore della frequenza f del disturbo

Integrazione (disturbo min e max)

$$V_{\mathrm{d,m}}(T) = V_{\mathrm{d,0}} \frac{\sin(x)}{x} F(t_0, \varphi)$$

$x = \pi f T$
$\boldsymbol{F(t_0,\varphi)=\sin(2\pi f t_0+\varphi)}$

Mentre $\sin(x)/x$ dipende dal prodotto (fT), variare t_0 e φ vuole dire scegliere una diversa fase per l'onda sinusoidale di disturbo e dunque un particolare valore $\in [-1,+1]$ per la funzione $F(t_0,\varphi)$

Scegliendo una fase opportuna per il disturbo (o meglio per la finestra di integrazione) si può sempre ottenere $F(t_0,\varphi)=\sin(2\pi f t_0+\varphi)=0$ e dunque un valore di minimo per il disturbo integrato $\boldsymbol{V_{\mathrm{d,m,min}}=0}$. Invece, senza alcun controllo sulla fase/finestra, nel **caso peggiore**, ossia per $\boldsymbol{F(t_0,\varphi)=\sin(2\pi f t0+\varphi)=\pm 1}$, il **<u>disturbo residuo "massimo"</u>** è

$$\left|V_{\mathrm{d,m,max}}\right| = \frac{\left|\sin(x)\right|}{x} V_{\mathrm{d,0}} \leq \frac{1}{\pi f T} V_{\mathrm{d,0}}$$

<u>Attenuazione $A=\pi f T$ sul disturbo $V_{\mathrm{d,0}}$</u>: $\boldsymbol{A \gg 1}$ **se** $\boldsymbol{T \gg 1/f}$ **o** $\boldsymbol{f \gg 1/T}$

Integrazione (disturbo efficace)

$$V_{d,m}(T) = V_{d,0}\frac{\sin(x)}{x}F(t_0,\varphi) \qquad x = \pi f T$$

$$\mathbf{F(t_0,\varphi)=\sin(2\pi f t_0+\varphi)}$$

Mentre $\sin(x)/x$ dipende dal prodotto (fT), i parametri t_0 e φ possono essere considerati come variabili casuali

Per φ variabile casuale con $\varphi \in [-\pi, \pi]$

$\langle F \rangle = 0$ $\qquad \langle F^2 \rangle = ½ \rightarrow u(F) = \sqrt{\langle F^2 \rangle} = 1/\sqrt{2}$

Anche per "t_0 casuale" si ricava $u(F)=1/\sqrt{2}$

Lavorando a f e T fissati e facendo variare arbitrariamente φ e/o t_0, si ottiene per il **disturbo integrato un "valore efficace"**

$$\boxed{V_{d,m,eff} = \sqrt{\left\langle V_{d,m}^2(T)\right\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{|\sin(x)|}{x}V_{d,0}} \cong 0.7 \times V_{d,m,max}$$

Integrazione (trasmissione e reiezione)

La **trasmissione (*t*)** e la **reiezione (*r*)** del disturbo, in ampiezza, saranno:

$$t = \left|\frac{V_{\mathrm{d,m}}}{V_{\mathrm{d,0}}}\right| = \left|\frac{\sin(x)}{x}\right| \qquad \frac{V_{\mathrm{OUT}}}{V_{\mathrm{IN}}}$$

$$\boxed{x = \pi f T = \pi f_{\mathrm{d}} T_{\mathrm{I}}}$$

$$r = \left|\frac{V_{\mathrm{d,0}}}{V_{\mathrm{d,m}}}\right| = \left|\frac{x}{\sin(x)}\right| \qquad \frac{V_{\mathrm{IN}}}{V_{\mathrm{OUT}}}$$

La reiezione cresce (tendenzialmente) al crescere di x e dunque di f_{d} e T_{I} e inoltre $r \rightarrow \infty$ se $f_{\mathrm{d}} \cdot T_{\mathrm{I}} = m$

Integrazione (reiezione in potenza)

La **trasmissione in potenza** del disturbo è:

$$T = t^2 = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$$

La **reiezione in potenza** al disturbo sarà data da:

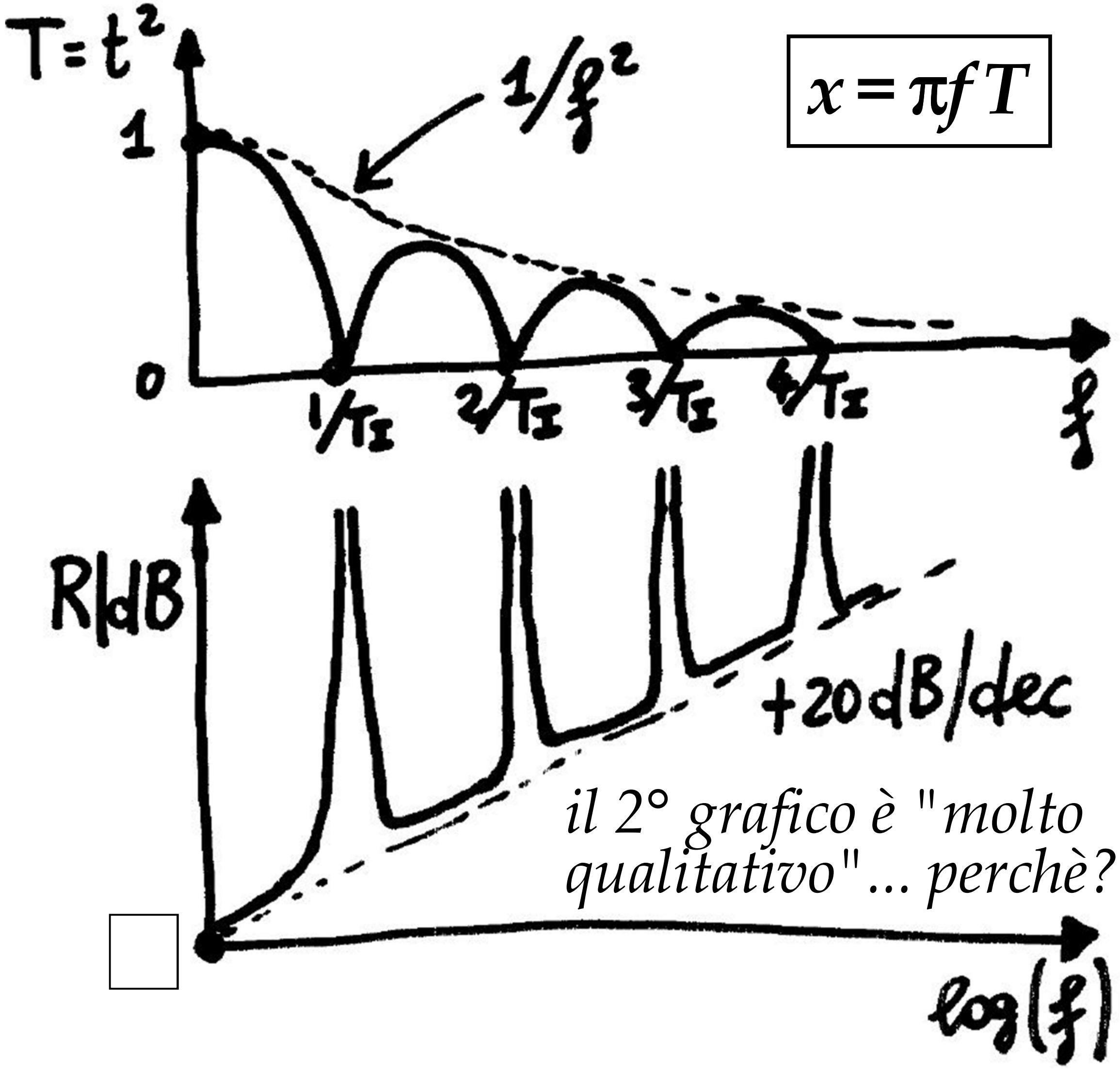
$$R = r^2 = \frac{x^2}{\sin^2(x)}$$

che in scala logaritmica diventa:

$$R_{\mathrm{dB}} = 10\log_{10} R = 20\log_{10}\left|\frac{x}{\sin(x)}\right|$$

Andamenti di trasmissione e reiezione

$\boxed{x = \pi f T}$



il 2° grafico è "molto qualitativo"... perchè?

Ovviamente, per f=f_d fissata, i diagrammi restano validi in funzione di T=T_I variabile

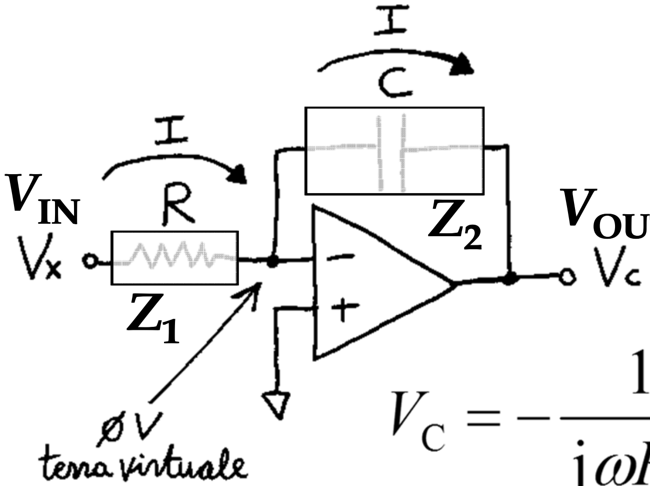
Circuito integratore

L'impedenza complessa Z per un generico carico è

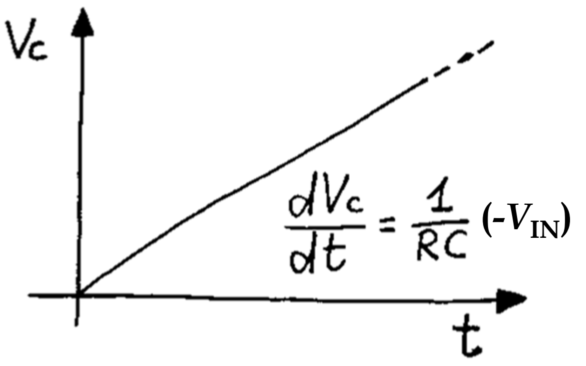
$Z_R = R$ per un resistore

$Z_C = 1/j\omega C$ per un condensatore

$Z_L = j\omega L$ per un induttore



$$V_{OUT} = -\frac{Z_2}{Z_1} V_{IN}$$

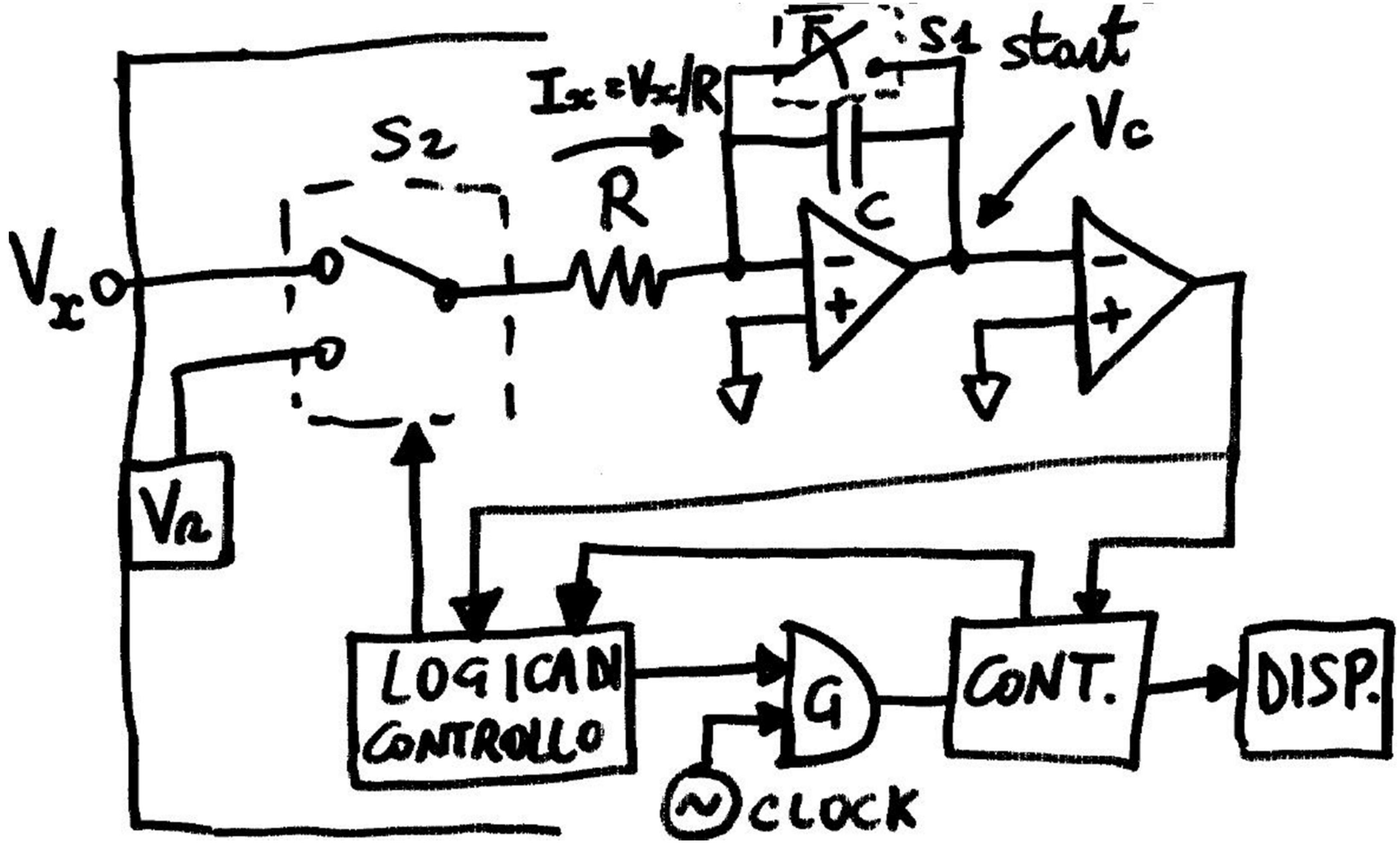


$$V_C = -\frac{1}{j\omega RC} V_x = -\int \frac{V_x}{RC} \mathrm{d}t$$

***I*=*V*$_x$/*R* corrente costante** (fissata V_x) e dunque il condensatore si carica a corrente costante, con una **tensione V_C che cresce linearmente nel tempo**

Voltmetro a doppia rampa (1/5)

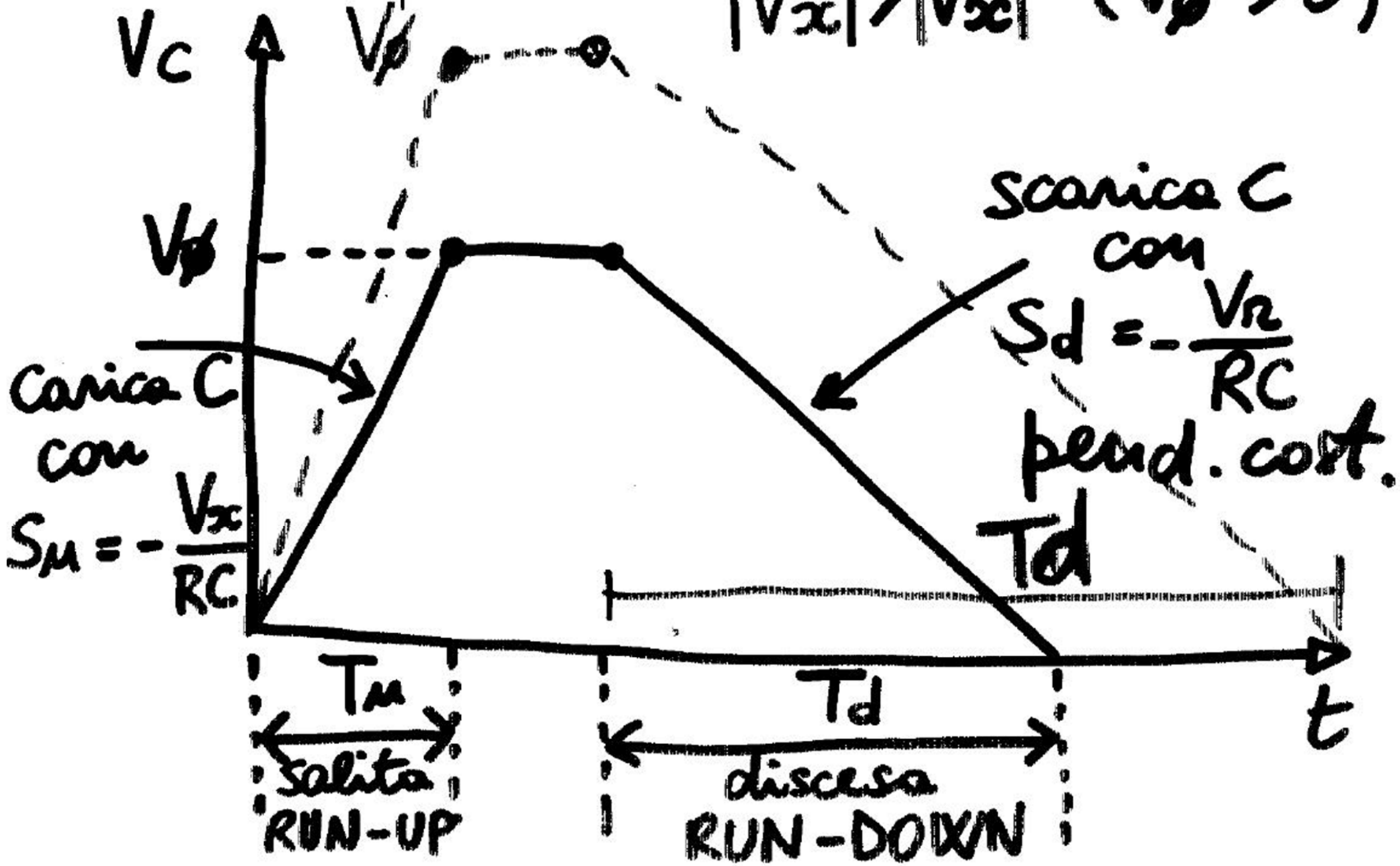
Conversione tensione-tempo e misura di ΔT_G (come nel voltmetro a rampa analogica)



Voltmetro a doppia rampa (2/5)

Consideriamo $V_x < 0 \Rightarrow V_R > 0$

$|V'_x| > |V_x|$ $(V_\phi > 0)$



Voltmetro a doppia rampa (3/5)

$T_u = N_u T_c$ = cost. è fissato

$\boldsymbol{T_{mis} = T_u + T_d}$

$$V_0 = V_C(t = T_u) = -\frac{V_x T_u}{RC} = \frac{V_r T_d}{RC}$$

$$V_x = -V_r \frac{T_d}{T_u} = \left(-\frac{V_r}{T_u}\right) T_d$$

$$S_{T\to V} = \left(-\frac{V_r}{T_u}\right)$$ costante strumentale

$$\underset{\text{var.}}{V_x} = -V_r \frac{N_d T_c}{N_u T_c} = \underset{\text{cost.}}{\left(-\frac{V_r}{N_u}\right)} \underset{\underline{\text{var.}}}{N_d}$$

sensibilità

$$V_x = S_{N\to V} N_d$$

misuro V_x
con il numero
di conteggi N_d

Considerazione

Era stato scritto che $V_m \propto \frac{1}{T_I}\int_0^{T_I} V(t)\mathrm{d}t$

In realtà si misura non V_m ma un $\Delta T_G = T_d =$

Il voltmetro confronta, con una differenza (metodo di zero), l'integrale di V_x e l'integrale di V_r (che vale $T_d V_r$)

$$= \frac{V_0}{p} = \frac{V_0}{-V_r/(RC)} = \frac{-\frac{1}{RC}\int_0^{T_I=T_u} V_x(t)\mathrm{d}t}{-V_r/(RC)} = \frac{1}{V_r}\int_0^{T_I=T_u} V_x(t)\mathrm{d}t$$

Ed è vero che il tempo misurato $T_d = \Delta T_G \propto \int_0^{T_I=T_u} V_x(t)\mathrm{d}t$

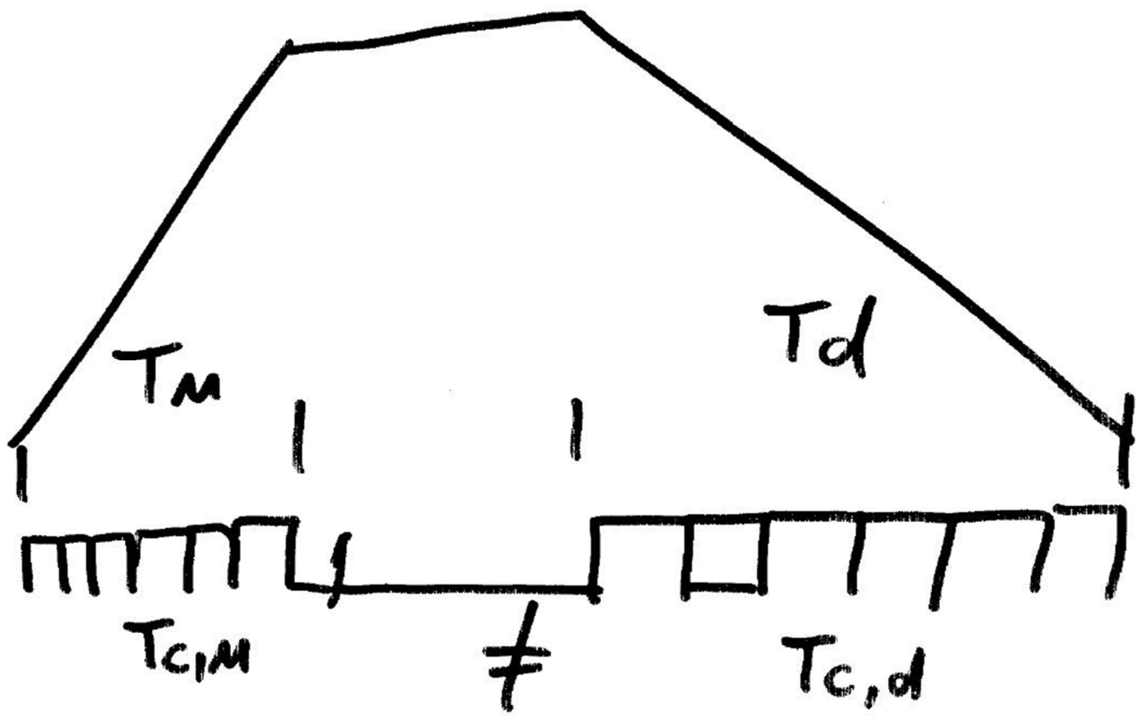
non si ha però proporzionalità con $1/T_I$

In salita, sia il segnale V_x che il disturbo V_d vengono integrati per un tempo T_I per poi ricavare, in maniera proporzionale all'integrale dei due, la tensione misurata

Voltmetro a doppia rampa (4/5)

La misura è teoricamente svincolata dai valori di *R* e *C* e dagli altri parametri strumentali (anche da f_c e T_c) che/"se" pesano allo stesso modo su rampa di salita e di discesa

Naturalmente l'INC di V_r si trasferisce 1:1 sull'INC di V_x



Pb. Instabilità di frequenza del *clock* in T_{mis} (con $T_{mis} \approx 1$ s)

Voltmetro a doppia rampa (5/5)

Come nel caso del voltmetro a rampa analogica, essendo la misura effettuata per conteggio, ci sarà sempre un errore e un'**incertezza di quantizzazione**

Incertezza = 1 conteggio / $\sqrt{12}$ **(**$\sigma_{\text{PDF-unif.}}$**)**

L'INC di quantizzazione si può vedere sulla **misura di T_d, con risoluzione $\Delta T_d = T_c$**, o anche sulla **misura di N_d, con risoluzione $\Delta N_d = 1$**

$$u_q(V_x) = \frac{\Delta V}{\sqrt{12}} = -V_r \frac{1}{T_u} \cdot \frac{T_c}{\sqrt{12}} = \left(-\frac{V_r}{N_u}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}$$

$S_{N\rightarrow V} = V_x / N_d$ ed e.g. $S_{N\rightarrow V} = (\Delta) V_{x,max} / (\Delta) N_{d,max}$

$S_{N\rightarrow V} = \Delta V_{x,min} / \Delta N_{d,min} = \Delta V_{x,min} / \Delta N_{d,min} = \Delta V / 1$

e dunque sensibilità (e ris. e INC_q) dipendono da: "portata del voltmetro" e "capacità del contatore"

Considerazione

Naturalmente l'INC di V_r si trasferisce 1:1 sull'INC di V_x

Da $V_x = -V_r N_d / N_u$, essendo $u_r(N_u)=0$ si ha semplicemente

$$u_r^2(V_x) = u_r^2(V_r) + u_r^2(N_d)$$

$$u_r(N_d) = \frac{1/\sqrt{12}}{N_d} \cong \frac{0.3}{N_d} \propto N_d^{-1}$$

LIMITE ULTIMO DI INC. DELLA MISURA

Per $\mathbf{N_d >> 1/u_r(V_r)}$ si ha $u_r(N_d) << u_r(V_r)$ e $\mathbf{u_r(V_x) \cong u_r(V_r)}$

Poiché il valore limite per $u_r(V_r)$ è $\approx 2\times10^{-7}$ se ne deduce che il migliore DVM può avere ~6½ cifre (significative): $N_{max} \approx 5\times10^6$ ($n=\log_2 N_{max} \approx 22$ bit … equivalenti!)

Voltmetro a doppia rampa (esempio)

Misura di tensione a 16 bit in presenza di disturbo a f_{dis} = 50 Hz
T_I = 100 ms con **QUARZO a f_c = 1 MHz**
[[velocità di lettura f_{mis} = ? ; cifre decimali $M_{contatore}$ = ?]]

$$T_{I,min} = \frac{1}{f_{dis}} = 20 \text{ ms} \le T_{mis} \text{ o in genere } T_I = mT_{dis} = m\frac{1}{f_{dis}}$$

qui $T_I = 5T_{dis} = 100$ ms $\Rightarrow N_u = T_I / T_c = T_I f_c = 10^5$ (5 cifre di conteggio)

n=16 bit $\Rightarrow N = N_{d,max} = 2^{16} = 65\,536$ livelli (4½ cifre) *[misura unipolare]*

$\Rightarrow T_{d,max} = N_{d,max} T_c = 65\,536\ \mu s \cong 65$ ms (($\Rightarrow n_{contatore} \ne n_{ADC}$))

$\Rightarrow T_{mis,max} = T_I + T_{d,max} \cong 165$ ms e quindi $f_{mis} = 1/T_{mis,max} \cong 6$ Hz

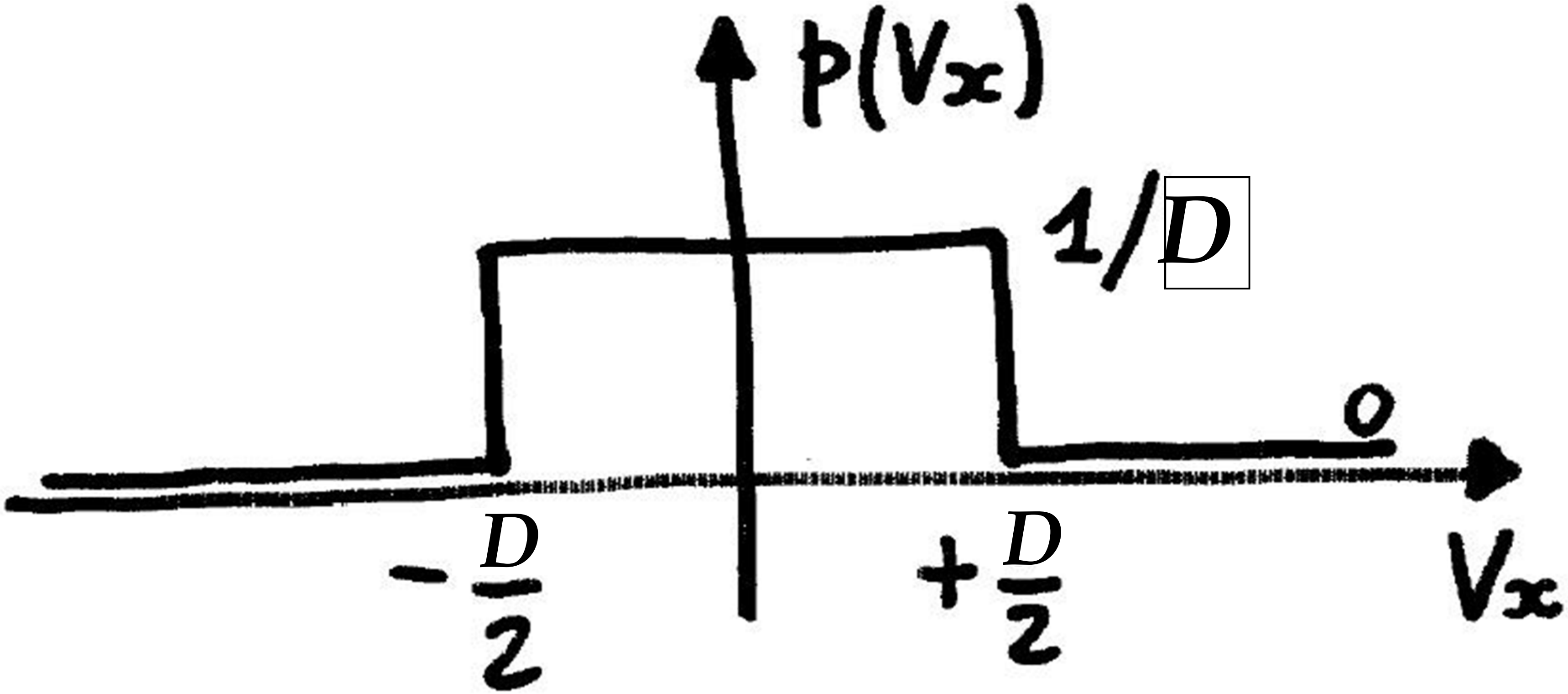
$M_{contatore} = \log_{10}(\max\{N_u, N_d\}) = \log_{10}(N_u) = 5$ cifre *[6 cifre se bipolare]*

Se V_x=1 V e D=80 V $\Rightarrow \Delta V$=? e $u_r(V)$=?

ΔV=80V/65536≅1.2mV
$u(V) = \Delta V/(12)^{0.5} \cong 0.35$mV
$u_r(V) = u(V)/V_x \cong 3.5\times10^{-4}$

Bit equivalenti (1/7)

segnale $s(t) = V_x \in [-D/2, +D/2]$



La dinamica di variazione del segnale è $D = \pm D/2$ $\Rightarrow$ $\sigma_s^2 = \frac{D^2}{12}$

Bit equivalenti (2/7)

Disponendo di un convertitore/voltmetro che quantizza il segnale $s(t)$ su n bit, si avrà un PASSO DI QUANTIZZAZIONE $Q=D/2^n$

Se ***D* è la dinamica** del segnale e anche del voltmetro, si ha una varianza ("incertezza di quantizzazione")

$$\sigma_q^2 = \frac{Q^2}{12} = \frac{1}{12}\left(\frac{D}{2^n}\right)^2 = \frac{\sigma_s^2}{2^{2n}}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{\sigma_s^2}{\sigma_q^2} = \text{costante} = 2^{2n} = \frac{S}{N_q}} \quad \text{per un quantizzatore ideale}$$

è possibile ricavare *n* (bit) dal rapporto *S/N* (*Signal/Noise*)

Bit equivalenti (3/7)

In un convertitore ideale

$$n = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_q^2}\right)$$

$$S = \sigma_s^2$$

$$N_q = \sigma_q^2$$

$$\rightarrow \boxed{n = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N_q}\right) \quad \textbf{caso “ideale”}}$$

$$N_c = N_q + \overbrace{N_{A/D} + N_{ext}}^{\text{rumore aggiunto}} > N_q$$

In un convertitore reale $\sigma_c^2 = \sigma_q^2 + \underbrace{\sigma_{n,A/D}^2}_{\text{convertitore reale}} + \underbrace{\sigma_{n,ext}^2}_{\text{rumore esterno}} > \sigma_q^2$

Bit equivalenti (4/7)

Si definisce il **numero di bit equivalenti** come

$$n_\mathrm{e} \equiv \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_\mathrm{s}^2}{\sigma_\mathrm{c}^2}\right) < n \qquad \rightarrow \qquad \boxed{n_\mathrm{e} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N_\mathrm{c}}\right) \ \textbf{caso reale}}$$

rumore complessivo del convertitore (quantizzazione + rumore aggiunto)

$$n_\mathrm{e} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_\mathrm{s}^2}{\sigma_\mathrm{q}^2}\frac{\sigma_\mathrm{q}^2}{\sigma_\mathrm{c}^2}\right) = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_\mathrm{s}^2}{\sigma_\mathrm{q}^2}\right) + \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_\mathrm{q}^2}{\sigma_\mathrm{c}^2}\right) =$$

$$= n - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_\mathrm{c}^2}{\sigma_\mathrm{q}^2}\right) = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{\overbrace{\sigma_\mathrm{n,A/D}^2 + \sigma_\mathrm{n,ext}^2}^{\text{rumore aggiunto}}}{\sigma_\mathrm{q}^2}\right)$$

Bit equivalenti (5/7)

$N=\sigma_n^2$ rum. aggiunto

rumore aggiunto

$$\frac{\overbrace{\sigma^2_{\mathrm{n,A/D}}+\sigma^2_{\mathrm{n,ext}}}}{\sigma^2_{\mathrm{q}}}=2^{2n}\frac{N}{S}$$

essendo $\sigma_{\mathrm{q}}^2=\dfrac{\sigma_{\mathrm{s}}^2}{2^{2n}}$

ci domandiamo se **$(\sigma_n^2/\sigma_q^2)=2^{2n}(N/S)$** ***sia*** **<< 1 o >> 1 ...**

Esistono due condizioni limite per $n-\frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{\sigma^2_{\mathrm{n,A/D}}+\sigma^2_{\mathrm{n,ext}}}{\sigma^2_{\mathrm{q}}}\right)$

"alto" $\dfrac{S}{N} >> 2^{2n}$ $\quad \boxed{n_{\mathrm{e}}\cong n}$

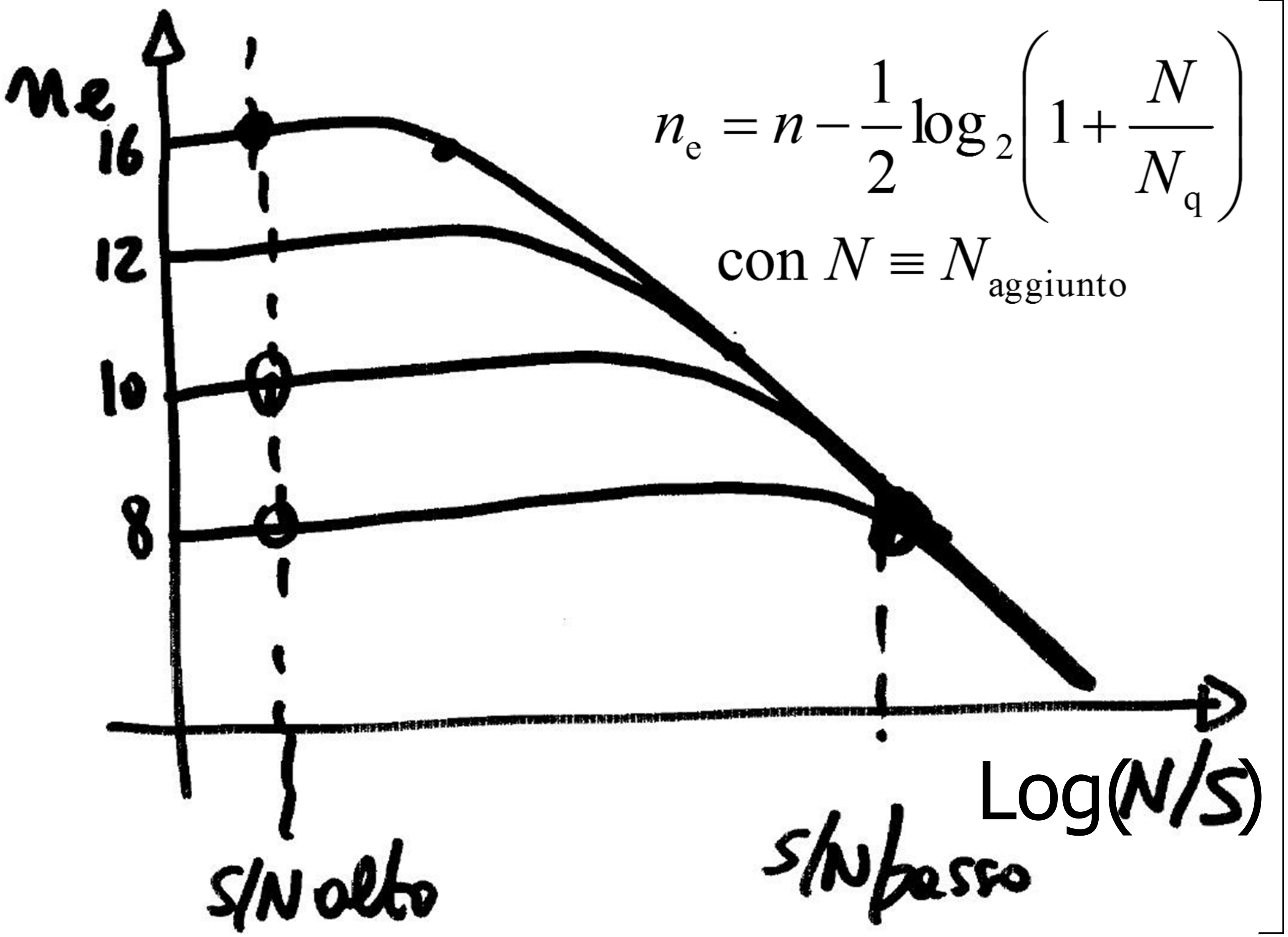
"basso" $\dfrac{S}{N} << 2^{2n}$ $\quad \boxed{n_{\mathrm{e}}\cong}\, n-\dfrac{1}{2}\log_2\left(2^{2n}\right)-\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{\sigma_{\mathrm{n}}^2}{\sigma_s^2}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_{\mathrm{s}}^2}{\sigma_{\mathrm{n}}^2}\right)=\boxed{\frac{1}{2}\log_2(S/N)}$$

il numero di bit dipende solo dal rapporto segnale/rumore (S/N) (e non da *n* originario)

Si perde 1 bit per ogni calo di S/N di un fattore 4 (-6 dB)

Bit equivalenti (6/7)



$$n_{\mathrm{e}} = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{N}{N_{\mathrm{q}}}\right)$$

$$\text{con } N \equiv N_{\text{aggiunto}}$$

Bit equivalenti (7/7)

Perdendo un fattore 4 = 6 dB in S/N si perde 1 bit
Per ogni fattore 2 = 3 dB, sempre perso in S/N, si perde invece ½ bit...

Se anziché perdere in S/N si guadagna in S/N (S/N aumenta), allora si guadagnano gli stessi incrementi in bit equivalenti (**+½ bit ogni ×2 in S/N**)

Esercizio: in zona di S/N "basso", si passa da $(S/N)_1$ a $(S/N)_2$ perdendo 30 dB. Come diminuiscono i bit equivalenti?

si ha $\frac{(S/N)_2}{(S/N)_1} = -30\text{ dB} = \frac{1}{1000}$ con

$$n_{e,1} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N}\right)_1 \qquad n_{e,2} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N}\right)_2$$

$$n_{e,2} = n_{e,1} + \frac{1}{2}\log_2\frac{(S/N)_2}{(S/N)_1} \cong n_{e,1} - \frac{10}{2} = n_{e,1} - 5\text{ bit}$$

infatti $1000 \approx 4^5 = 2^{10}$
e si perde 1 bit ogni fattore 4

Digital Multi-Meter (DMM)

Strumento di misura per:
tensione e corrente (**<u>DC</u>** e **<u>AC</u>**)
resistenza, capacità,
prova-transistor o diodi,
temperatura, …

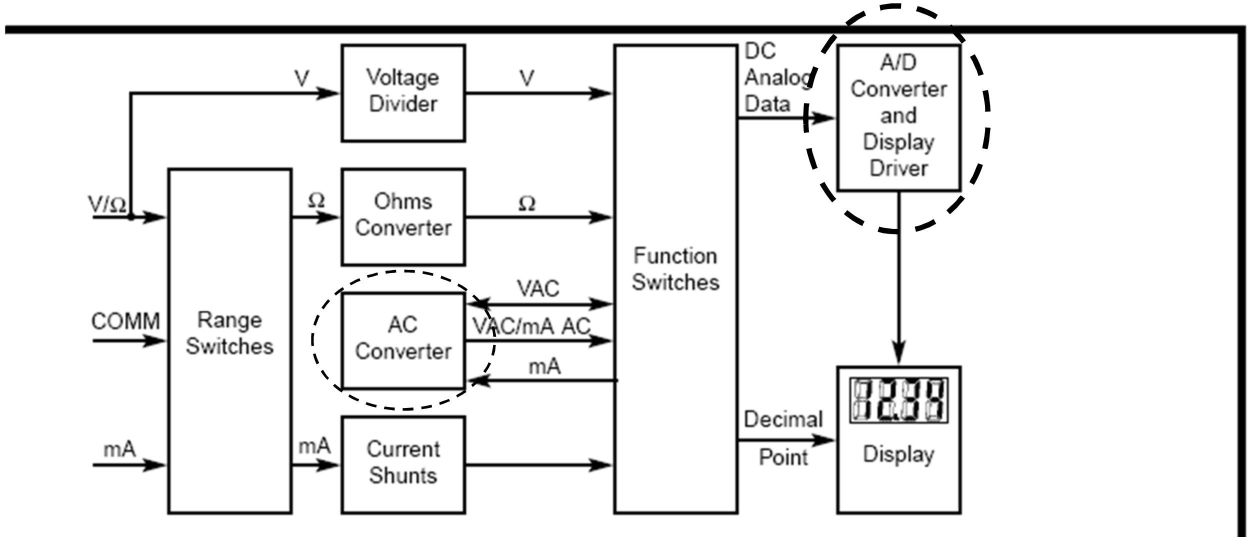


Figure 1 Simplified Block Diagram

Misure di *V, I, R* e *display*

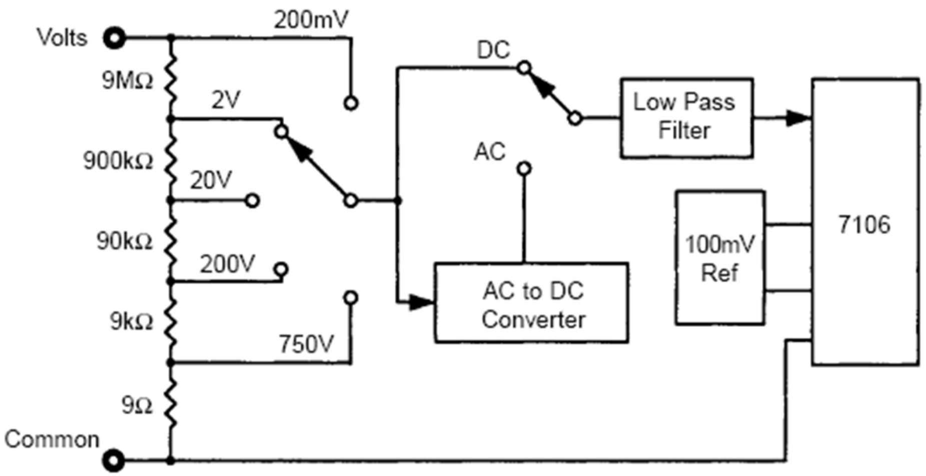


Figure 3 Simplified Voltage Measurement Diagram

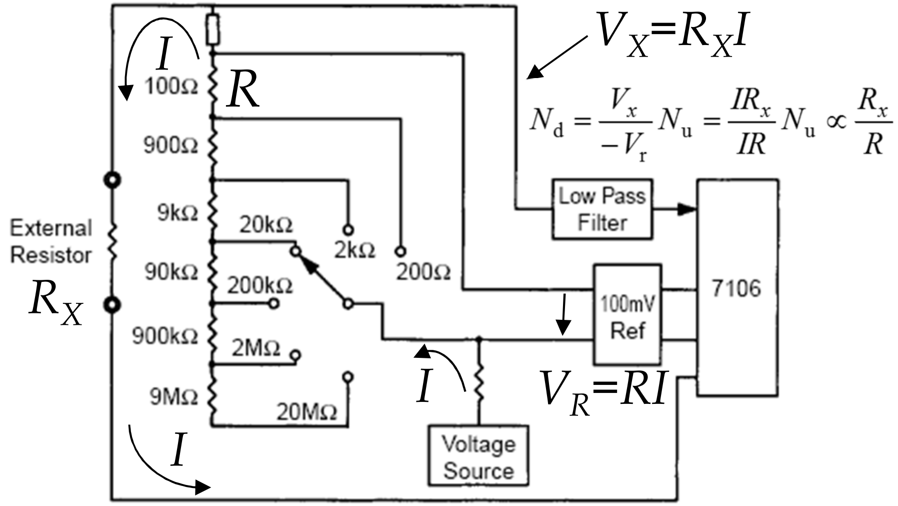


Figure 5 Simplified Resistance Measurement Diagram

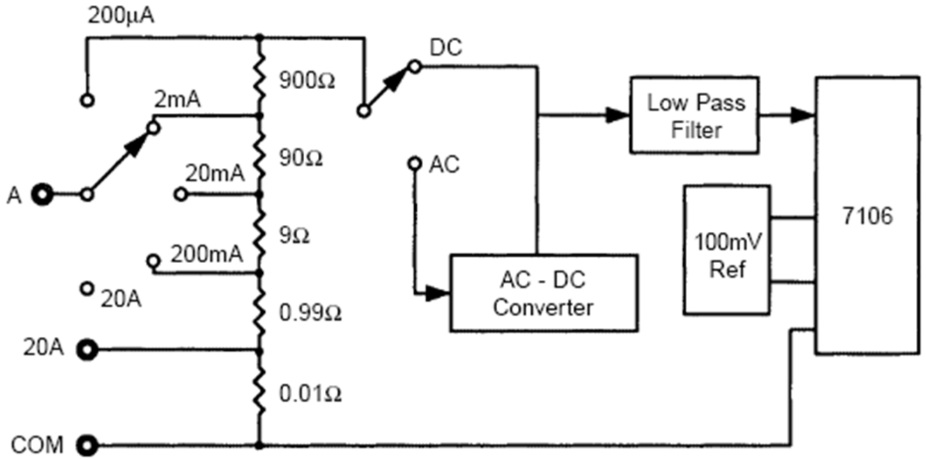
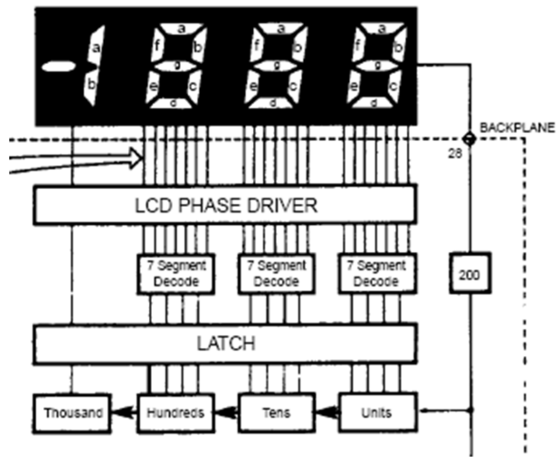


Figure 4 Simplified Current Measurement Diagram

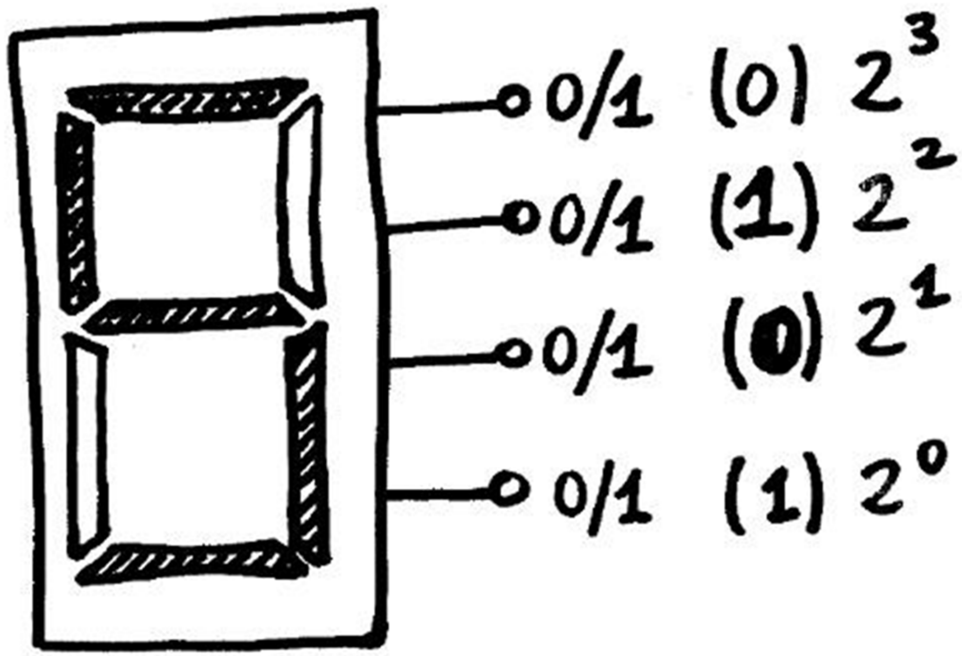
visualizzatore
(a 3½ cifre)



Uscita digitale e display a 7 segmenti

DISPLAY a 7 segmenti
(per la singola cifra decimale)

Uscita digitale
di valore "5"



Comando del display
con codifica BCD
(*Binary Coded Decimal*)
a 4 linee

Ogni uscita quantizzata avrà una **incertezza di quantizzazione** (qui pari al valore dell'ultima cifra diviso per radice di 12):
in generale $\boxed{u_q(V)=\Delta V/\sqrt{12}}$