

**METROLOGIA
E
SISTEMA
INTERNAZIONALE**



METROLOGIA (1/3)

MISURARE significa **CONOSCERE**

Da sempre l'uomo effettua misure per conoscere il mondo che ci circonda e le proprietà degli oggetti/ fenomeni di interesse

MISURA (da VIM)

- (i) **procedimento di misurazione**
porta all'assegnazione di un valore a una grandezza fisica detta misurando
- (ii) **risultato della misurazione**
oggi è convenientemente espresso da un valore numerico, un'unità di misura, e l'incertezza associata alla misura

METROLOGIA (2/3)

Misure di grandezze fisiche/ quantitative:

Grandezza (misurabile) è un attributo di un fenomeno o di una sostanza distinguibile qualitativamente e determinabile quantitativamente

e.g. altezza di un edificio, massa di un TIR, frequenza di un segnale, velocità di un fluido

NO: bellezza, simpatia, felicità, gusto di un cibo

Misurando è la grandezza sotto misura (con tutte le specifiche/condizioni del problema)

Grandezze omogenee sono della stessa natura e quindi direttamente confrontabili tra loro (si esprimono con la stessa unità di misura)

METROLOGIA (3/3)

MISURA è il confronto tra due grandezze omogenee (di cui solitamente una è presa come **riferimento o campione di misura**)

Valore è il numero che esprime il rapporto con il riferimento (il valore numerico viene poi indicato con la corrispondente "**unità di misura**")

Riferimenti manufatti:

pollice, spanna, piede, braccio, barile, sacco, otre, tazza, peso campione, ...

Riferimenti assoluti:

eventi astronomici (giorno/notte, ciclo lunare, anno solare), $1 \text{ dm}^3 \text{ H}_2\text{O}$, proprietà della materia

CENNI STORICI (1/3)

Rivoluzione francese (1789): riferimenti di lunghezza e massa comuni per tutta la Repubblica e possibilmente per tutti gli uomini (pensiero illuminista)

**STESSI PESI E
STESSE MISURE**

Riferimenti "universali"

cercati nella natura e ritenuti invariati e disponibili per tutti: proprietà del pianeta Terra o dell'acqua distillata, ...

Campioni materiali per la disseminazione. Introduzione del **sistema (metrico) decimale** per i multipli e sottomultipli delle unità

1875 firma della Convenzione del Metro

CENNI STORICI (2/3)

1870 J.C. Maxwell (BAAS, London) suggerì di cercare i nuovi “**universali**” nelle risonanze proprie del microcosmo (atomi e molecole)

Sino agli inizi del ‘900 i nuovi campioni proposti non risultarono migliori dei precedenti manufatti in termini di qualità

1 dm³ H₂O;
meridiano
terrestre;

Nel **1927**, dopo i lavori di Michelson, Benoît, Fabry e Pérot, si riconosceva che l’unità di lunghezza poteva essere realizzata anche attraverso l’uso di metodi interferometrici...
(conteggio di frange di interferenza di una luce con lunghezza d’onda ben determinata)

CENNI STORICI (3/3)

è il primo
campione
atomico

1960 definizione del metro attraverso la radiazione della lampada al krypton (^{86}Kr)

1967 definizione del secondo attraverso la frequenza emessa dalla transizione tra due livelli energetici dell'atomo di cesio (^{133}Cs)

Conoscenza della Fisica, principi relativistici ed effetti quantizzati macroscopici o di natura quantistica consentono di individuare alcune **costanti di natura** (*e.g.* velocità della luce nel vuoto, c) e di utilizzare **fenomeni altamente ripetibili** per realizzare nuovi campioni (*e.g.* effetto Josephson in AC)

ERRORI DI MISURA (1/6)

Ogni misura è affetta da diversi contributi di errore o meglio cause di incertezza (riducibili ma mai del tutto eliminabili)

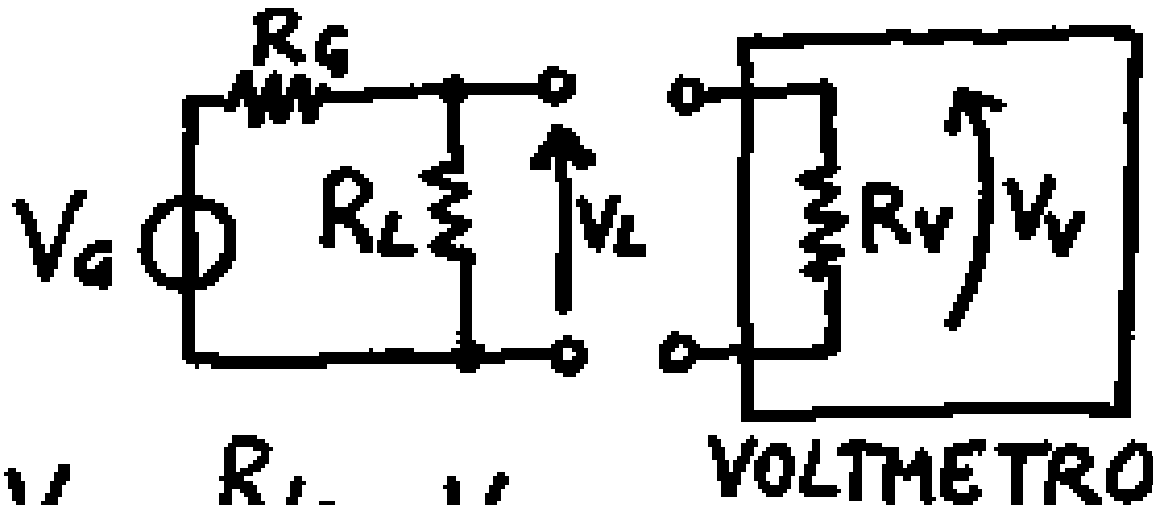
⇒ nessuna misura è esatta !!!

Cause di incertezza in una misura:

- riferimenti (accuratezza e stabilità):
scostamento dalla definizione e variabilità
- dati di origine o risultati di altre misure
- relazione tra misurando e sistema di misura:
misure dirette (effetti di carico)
misure indirette (errori di modello)
vediamo due esempi ...

ERRORI DI MISURA (2/6)

Effetto di carico (inserzione) di un voltmetro nella misura di tensione in un circuito elettrico



$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R_G} V_G$$

$$V_V = V_L' = \frac{R_L // R_V}{R_L // R_V + R_G} V_G \neq V_L$$

ERRORI DI MISURA (3/6)

Errore di modello nella relazione funzionale che descrive la misura indiretta della potenza elettrica sviluppata su un resistore

MISURE INDIRETTE

ERRORE DI MODELLO (più raffinato e completo)

$$P = RI^2 = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] I^2$$

$$P^I = R_0 [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + \gamma(T - T_0)^3 + \dots] I^2$$

$$P^{II} = R_0 f(p, v\%) [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + \gamma(T - T_0)^3 + \dots] I^2$$

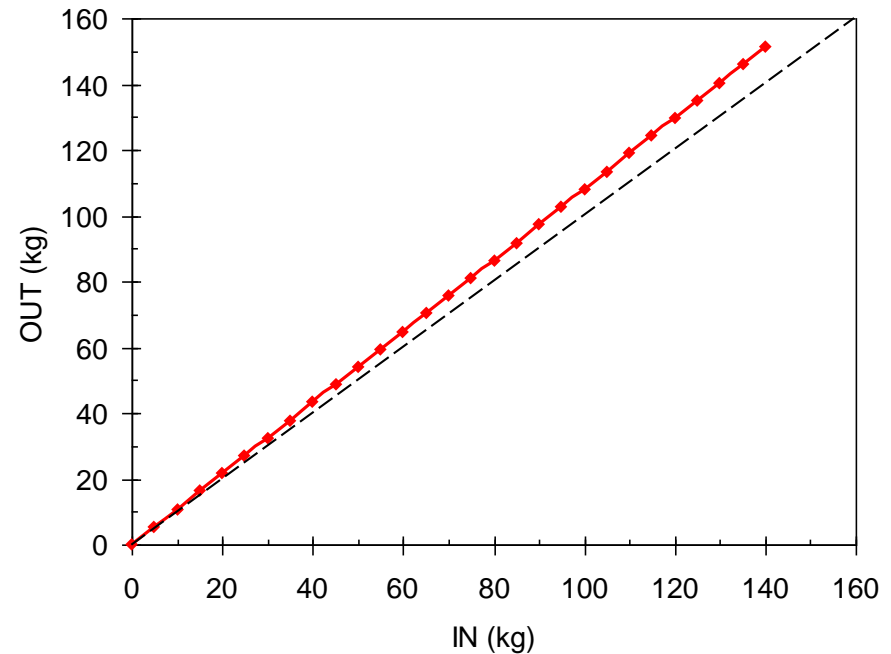
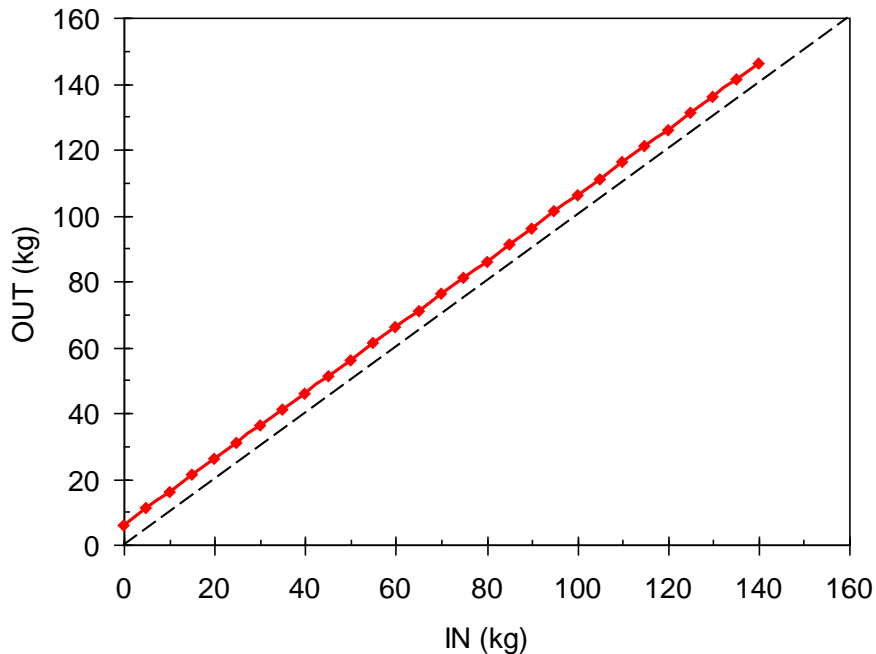
ERRORI DI MISURA (4/6)

- parametri ambientali (grandezze d'influenza): temperatura, pressione, umidità, vibrazioni, campi e.m., etc.
- interazione occhio-strumento:
parallasse, interpolazione, media



ERRORI DI MISURA (5/6)

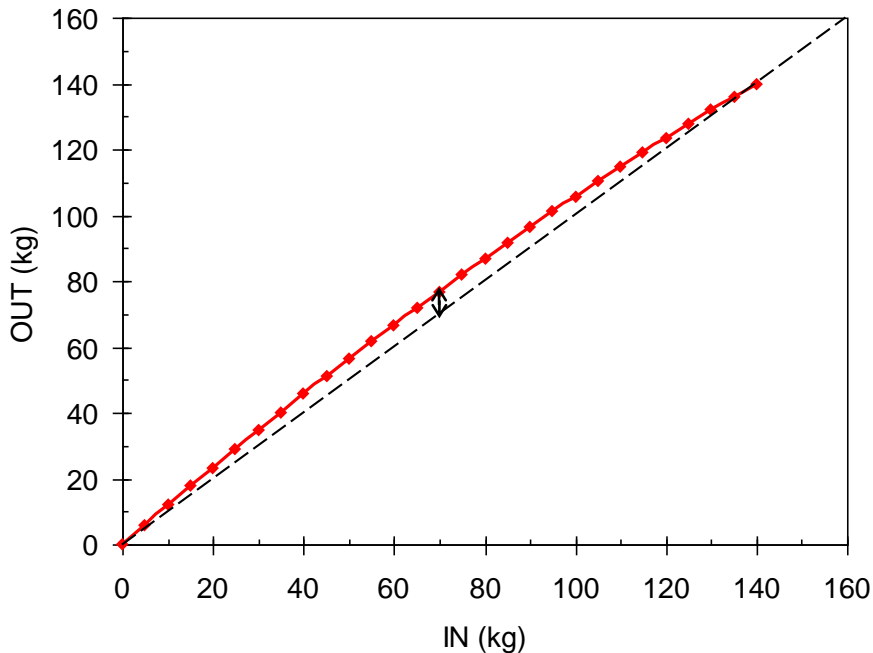
- zero (*offset*), guadagno/pendenza (*gain/slope*)



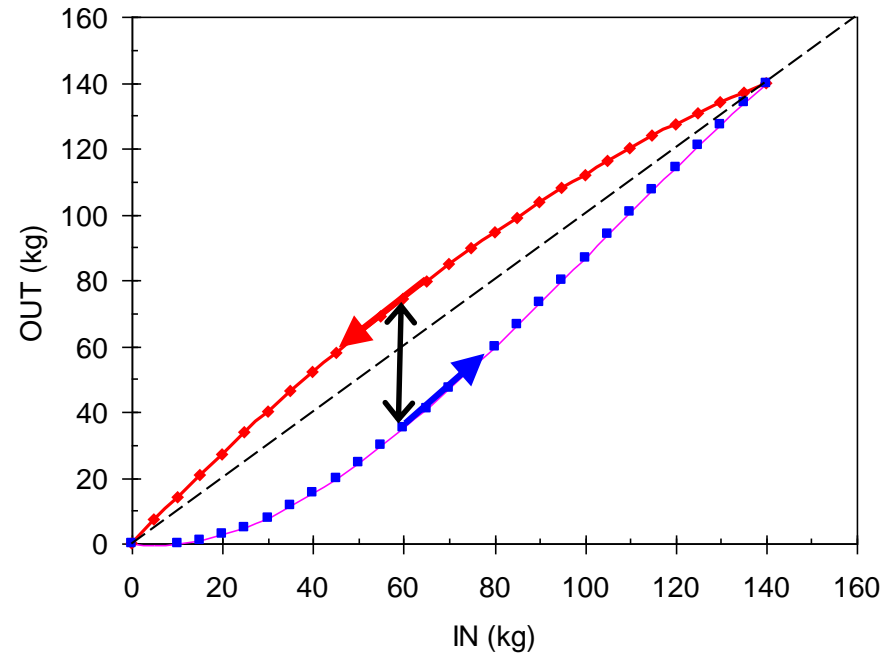
sono errori correggibili ("compensabili") agendo sull'elettronica analogica di condizionamento

ERRORI DI MISURA (6/6)

- **non-linearità, isteresi**



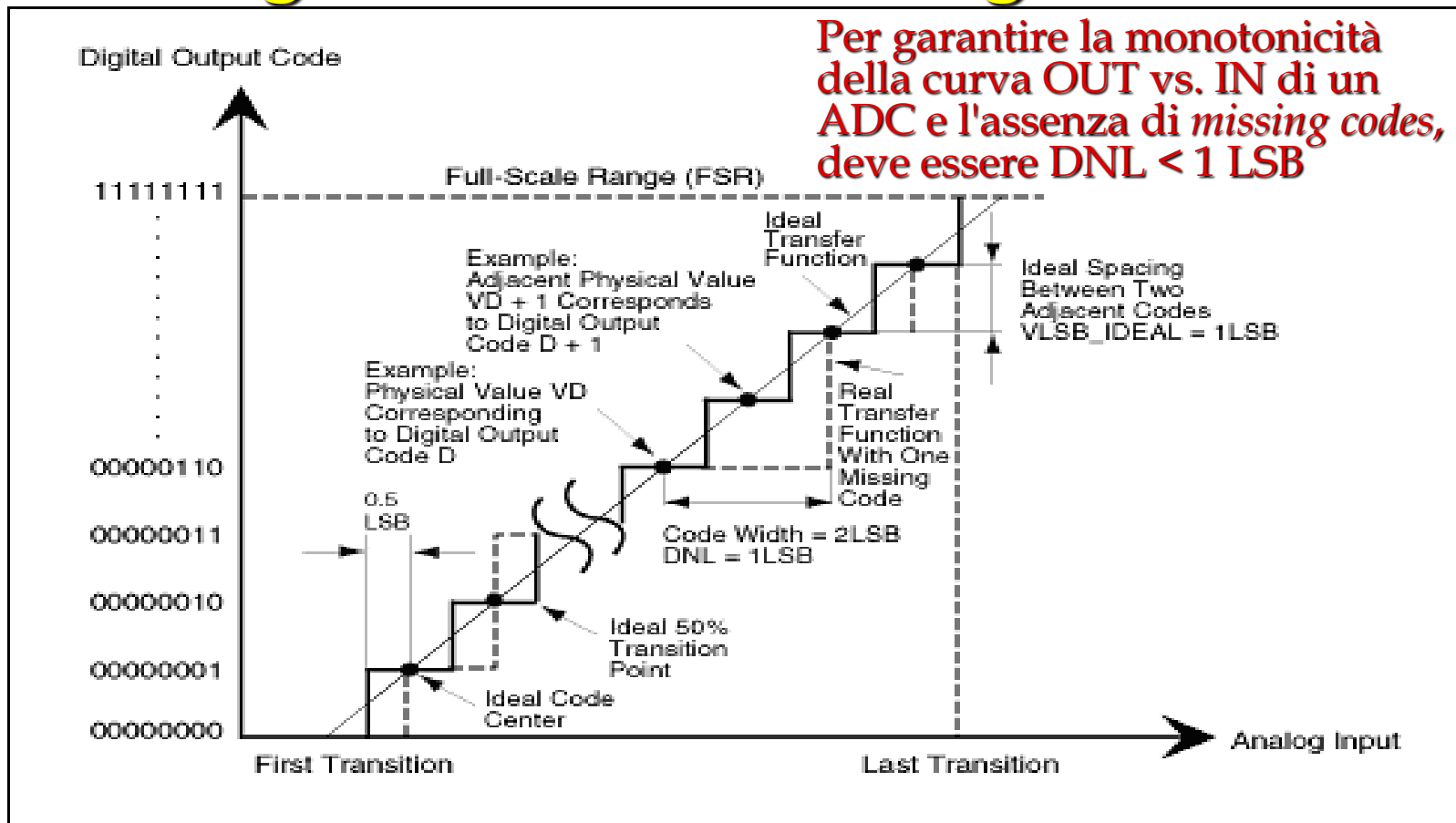
**max. distanza dalla
retta per i punti estremi**



**max. apertura del
ciclo di isteresi**

NON-LINEARITA' NEGLI ADC

- **OUT digitale vs. IN analogico**



DNL (differenziale) = $(V_{i+1} - V_i) / \Delta V$ con $\Delta V = V_{FS} / 2^n$
 INL (integrale): $\sum DNL_i$ o distanza da retta ADC ideale

DEFINIZIONI METROLOGICHE (1/4)

Riferimento internazionalmente riconosciuto:
VIM (Vocabolario Internazionale di Metrologia)

Accuratezza

- **CAMPIONE**: scarto tra la grandezza realizzata con il campione e la definizione dell'unità
- **MISURA**: vicinanza del valore di misura alla miglior stima possibile per il misurando
- **STRUMENTO**: stima dell'incertezza dello strumento o confronto con uno migliore

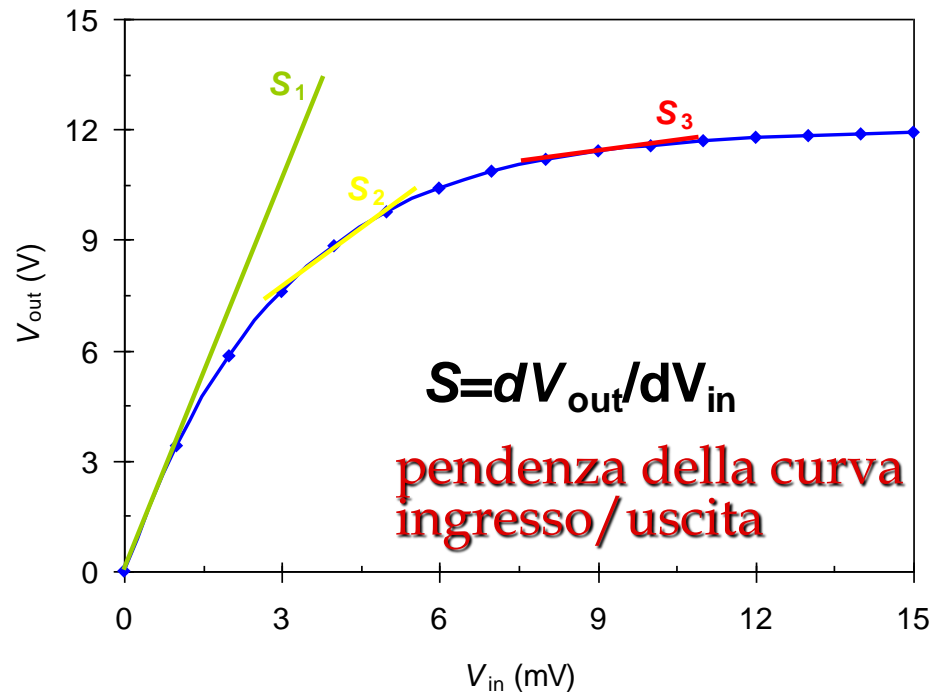
Risoluzione caratteristica qualitativa (alta/bassa) o quantitativa indicando il valore della minima variazione apprezzabile

capacità di uno strumento/misura di risolvere stati (livelli) diversi del misurando

DEFINIZIONI METROLOGICHE (2/4)

Sensibilità

rapporto tra la variazione della grandezza (segnale) di uscita e la corrispondente variazione della grandezza (segnale) d'ingresso



DEFINIZIONI METROLOGICHE (3/4)

Incertezza vorremmo avere $INC \rightarrow 0$ ossia $ACC \rightarrow \infty$ (misura esatta!)

stima, eseguita secondo procedimenti convenzionali, del nostro livello di non conoscenza del misurando (v. Cap. 2)

Ripetibilità

capacità di ottenere, per uno stesso misurando, valori di lettura vicini tra loro nel breve periodo “nelle stesse condizioni” (stesso procedimento di misura, operatore, luogo, e condizioni amb.)

Riproducibilità

capacità di ottenere, per uno stesso misurando, risultati vicini tra loro “in diverse e specificate condizioni di misura” (il tempo non conta)

DEFINIZIONI METROLOGICHE (4/4)

Riferibilità

proprietà di una misura di essere messa in relazione ("riferita") con quella fornita da un campione riconosciuto

Stabilità

capacità di ottenere, per uno stesso misurando, valori di lettura vicini tra loro in un intervallo di tempo ben definito e chiaramente specificato (con stesso procedimento di misura, operatore, luogo, e condizioni ambientali)

sono "solo" 8 definizioni ma è importante averle comprese bene e ricordarne i significati

ORGANISMI INTERNAZIONALI PER LA METROLOGIA

CGPM *Conférence Générale des Poids et Mesures*

conferenza a livello diplomatico tra gli Stati
(17→51) membri della Convenzione del Metro

BIPM *Bureau International des Poids et Mesures*

ESECUTIVO responsabile della unificazione
delle misure di grandezze fisiche (Parigi)

CIPM *Comité International des Poids et Mesures*

TECNICO-SCIENTIFICO con compiti di
supervisione sul BIPM; è organizzato in
Comités Consultatifs specifici (CCEM, CCTF,
CCT, CCL, ...) per le diverse grandezze

OIML *Organisation Internationale pour la Métrologie Légale*

questioni di metrologia legale (controversie int.)

ORGANISMI INTERNAZIONALI PER LA METROLOGIA

CGPM *Conférence Générale des Poids et Mesures*

conferenza
(17→51)

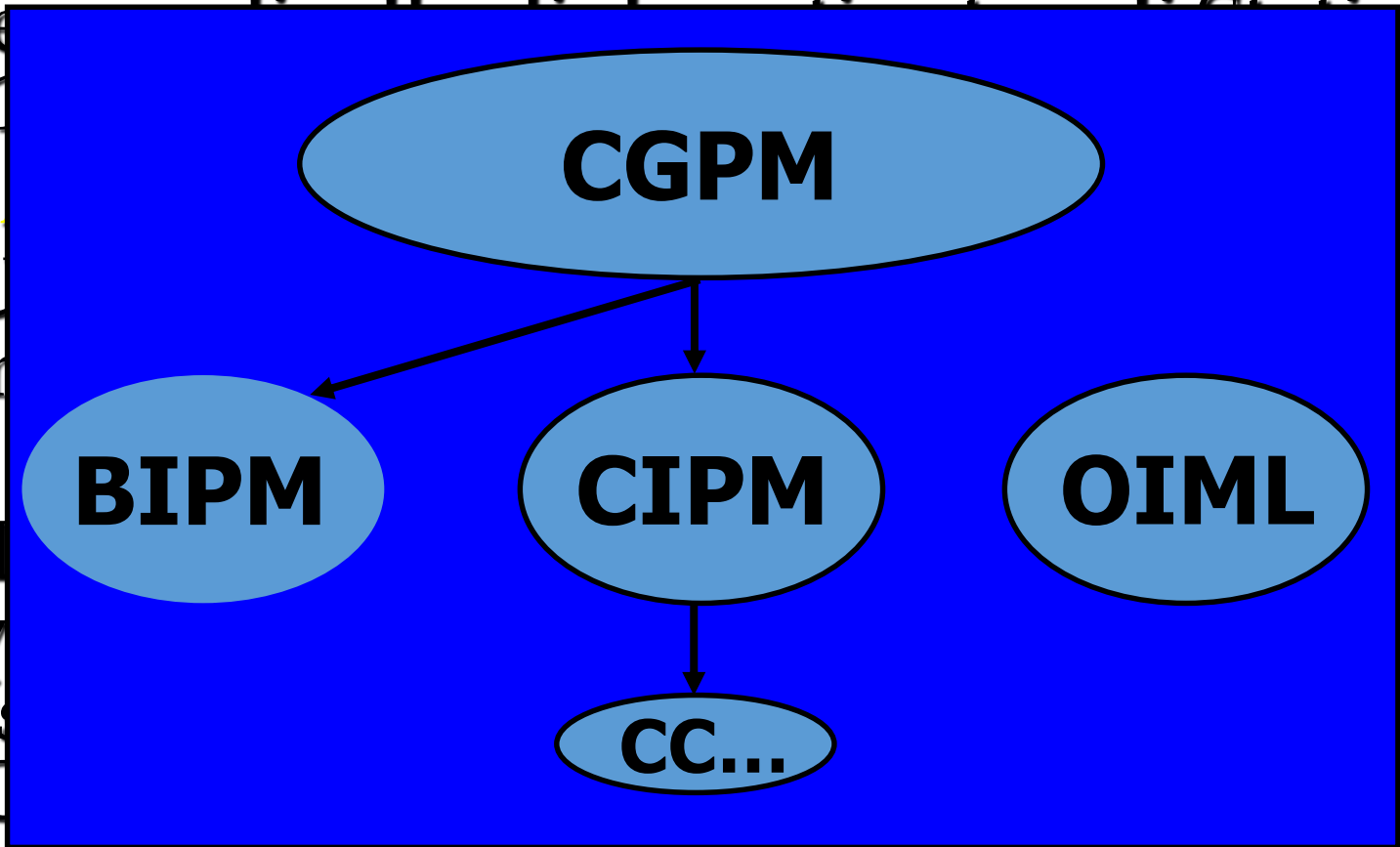
BIPM

ESECUTIVO
delle m

CIPM

TECNICO
superv

Comités
CCL, C



OIML *Organisation Internationale pour la Métrologie Légale*
questioni di metrologia legale (controversie int.)

ORGANISMI NAZIONALI PER LA METROLOGIA

Istituti Metrologici Nazionali
(nei paesi tecnologicamente più avanzati)
e.g. NIST, BIPM, NPL, PTB, NRLM, DFM, ...

INRIM Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica ←

IEN Istituto Elettrotecnico Nazionale (Galileo Ferraris)
unità elettriche, fotometriche, tempo-frequenza

IMGC Istituto Metrologico Gustavo Colonnetti
unità di massa, lunghezza, temperatura, forza

**INMRI Istituto Nazionale di Metrologia delle
Radiazioni Ionizzanti - inquadrato nell'ENEA**
radiazioni nucleari/ionizzanti e radioisotopi

SIT Servizio di Taratura in Italia

ENEA: L'ACRONIMO

ENEA

ENTE PER LE NUOVE TECNOLOGIE, L'ENERGIA E L'AMBIENTE

L'ENEA e' stato costituito dalla Legge 84 del 5 Marzo 1982. Prima era parte del CNRN (costituito con DPCM del 1952 e poi trasformato in CNEN con L. 933/60). Da allora la sigla e' rimasta sempre la stessa, mentre il nome e' cambiato piu' volte: Ente Nazionale Energia Atomica, Ente Nazionale Energie Alternative...

[Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia e lo sviluppo economico sostenibile](#)

In base alla Legge 282/91, l'ENEA e' stato riformato ed ora e' l'Ente Pubblico che ha competenze nei settori delle nuove tecnologie, dell'energia e dell'ambiente.

L'ENEA ha due compiti fondamentali: condurre attivita' di ricerca nei settori di sua competenza e svolgere la funzione di "Agenzia" per la diffusione dei risultati di attivita' all'intero contesto nazionale.

Le linee di intervento ENEA prevedono in particolare:

- la ricerca, sviluppo e sperimentazione di tecnologie e impianti innovativi, il trasferimento e diffusione dell'innovazione al sistema produttivo, industriale e agricolo;

- lo sviluppo di tecnologie, impianti e componenti finalizzati all'utilizzo delle fonti rinnovabili e al risparmio energetico; la ricerca e la sperimentazione di reattori nucleari di tipo innovativo a maggiore sicurezza intrinseca o passiva; le ricerche sulla fusione nucleare nel quadro di un'ampia collaborazione con comunita' scientifiche nazionali ed internazionali;

- la caratterizzazione dell'ambiente; la ricerca e la valutazione degli effetti sull'ambiente e sull'uomo derivanti dalle attivita' produttive; lo sviluppo di tecnologie avanzate e di prodotti nuovi a basso impatto ambientale.

Sono inoltre affidati all'ENEA compiti di autorizzazione e controllo in materia di applicazioni pacifiche dell'energia nucleare, svolti attraverso la Direzione Sicurezza Nucleare e Protezione Sanitaria (DISP).

L'Ente, che conta circa 5000 dipendenti, e' presente in tutto il territorio nazionale con 9 grandi centri di ricerca e altre piu' ridotte aree di attivita'.

Il personale e' attualmente all'incirca cosi' ripartito per aree di attivita': 20% innovazione tecnologica, 18% ambiente, 15% energia nucleare, 14% energia non nucleare, 33% altro.

I centri di ricerca sono: Casaccia, Frascati, Bologna, Saluggia (Vercelli), Trisaia (Matera), Santa Teresa (La Spezia), Portici (Napoli).

All'ENEA e' affidato anche il compito di diffondere le conoscenze e di promuovere i rapporti con l'esterno per consentire la massima utilizzazione dei risultati delle proprie attivita' di ricerca.

L'ENEA e' infine il responsabile dell'attuazione del Programma Nazionale di ricerche scientifiche e tecnologiche in Antartide, in corso dal 1985 e coordinato dal Ministero dell'Universita' e della Ricerca Scientifica e Tecnologica.

SISTEMA INTERNAZIONALE (SI) DI UNITA' DI MISURA

Adottato nel 1960 dalla 11^a CGPM si basa su
7 unità fondamentali e altre unità derivate

Il SI origina dal primordiale "Sistema MKS" del 1889
(1^a CGPM) e MKSA (sistema Giorgi) nel 1948 (9^a CGPM),
con poi K e Cd (1954, 10^a CGPM), mol (1971, 14^a CGPM)

metro	(m)	lunghezza
kilogrammo	(kg)	massa
secondo	(s)	intervallo di tempo
ampere	(A)	corrente elettrica
kelvin	(K)	temperatura
candela	(cd)	intensità luminosa
mole	(mol)	quantità di sostanza

Unità derivate: Hz, Ω , F, H, T, C, J, W, N, Pa, ...

PROPRIETA' DEL SI

Il SI è un **sistema coerente** in quanto tutte le sue unità derivate (qualunque grandezza G) si ricavano come prodotti e rapporti delle 7 unità di base, senza introdurre fattori moltiplicativi (come π , e , 4 , *etc.*)

$$\dim(G) = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\varepsilon J^\eta N^\zeta \text{ con esponenti interi}$$

Le **unità di base** (o fondamentali) sono tra loro **dimensionalmente indipendenti** ma non logicamente indipendenti *e.g.* il "metro" dipende dal "secondo"

Nel Sistema Internazionale esiste una sola unità di misura SI per ciascuna grandezza fisica.

Questa è la corretta unità di misura SI di base o la corretta unità di misura SI derivata.

Uno qualsiasi dei prefissi decimali approvati, detti prefissi SI, può essere usato per costruire multipli e sottomultipli decimali delle unità di misura SI

RIUNIONI DELLA CGPM

1. (1889) - Viene definito il [chilogrammo](#) come massa dell'international prototype kilogram (IPK) fatto della lega [platino-iridio](#) e conservato presso il [Bureau international des poids et mesures](#) di [Sèvres](#). Viene ratificato l'International prototype metre.
2. (1897)
3. (1901) - Ridefinito il [litro](#) come il volume di 1 kg di acqua. Si chiarisce che i chilogrammi sono unità di massa, è definito il "peso standard", è definita la [accelerazione di gravità standard](#) approvando l'uso del grammo forza e rendendoli ben definiti.
4. (1907) - Adottato il [carato](#), pari a 200 mg.
5. (1913) - Proposta la International Temperature Scale.
6. (1921) - Revisionata la Metre Convention.
7. (1927) - Creato il Consultative Committee for Electricity (CCE).
8. (1933) - Identificata la necessità di una unità elettrica assoluta.
9. (1948) - Definiti [ampere](#), [coulomb](#), [farad](#), [henry](#), [joule](#), [newton](#), [ohm](#), [volt](#), [watt](#) e [weber](#). Per il litro si adotta la l minuscola.
10. (1954) - Definiti [kelvin](#) e [atmosfera standard](#). Si avvia l'*International System of Units* ([metro](#), [chilogrammo](#), [secondo](#), [ampere](#), [kelvin](#), [candela](#)).
11. (1960) - Ridefinito il metro in termini di lunghezze d'onda della luce. Adottati [Hertz](#), [lumen](#), [lux](#), [tesla](#). Per il nuovo sistema metrico viene adottato il simbolo ufficiale **SI** per **Système International d'Unités**, chiamato anche "modernized metric system". Confermati i prefissi *pico-*, *nano-*, *micro-*, *mega-*, *giga-* e *tera-*.
12. (1964) - Ristabilita l'originale definizione di [litro](#) = 1 dm³ introdotti i prefissi *atto-* e *femto-*.
13. (1967) - Il secondo ridefinito come durata di 9.192.631.770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133 alla temperatura di 0 K. Il Grado Kelvin ribattezzato [kelvin](#). Ridefinita la Candela.
14. (1971) - Definita la [mole](#) come nuova unità SI di base. Approvati [Pascal](#) e [Siemens](#).
15. (1975) - Prefissi *peta-* ed *exa-*. Unità radiologiche [gray](#) e [Becquerel](#).
16. (1979) - Definiti [candela](#) e [sievert](#). Sia l che L consentiti provvisoriamente come simboli per litro.
17. (1983) - Ridefinito metro in termini di velocità della luce, in modo che mantenga la stessa lunghezza.
18. (1987) - Adottati valori convenzionali per la [costante di Josephson](#) K_J e per la [costante di von Klitzing](#) R_K , per aprire la strada a definizioni alternative di ampere e chilogrammo.
19. (1991) - Nuovi prefissi *yocto-*, *zepto-*, *zetta-* e *yotta-*.
20. (1995) - Le unità SI supplementari ([radiante](#) e [steradiante](#)) diventano *unità derivate*.
21. (1999) - Nuova unità SI derivata, il [katal](#) = [mole](#) per [secondo](#), con la quale esprimere l'attività catalitica.
22. (2003) - Sia la virgola che il punto sono dichiarati accettati come simboli per la demarcazione decimale.

DEFINIZIONE DEL METRO

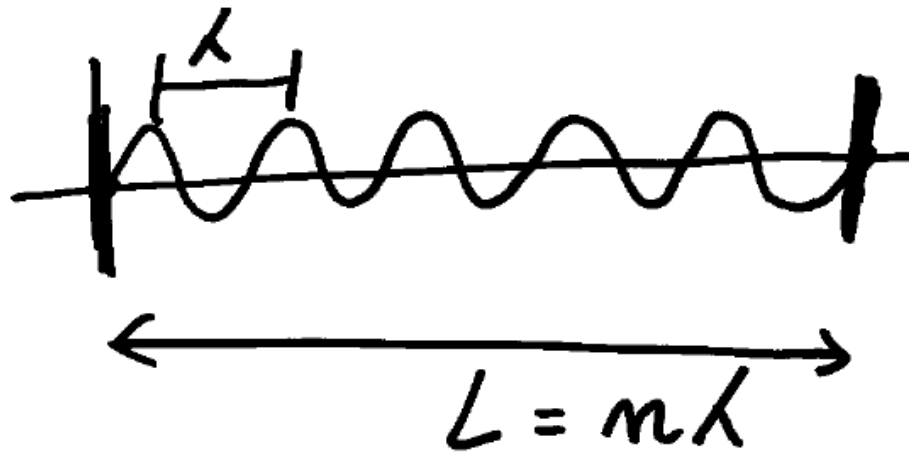
Il metro è la lunghezza del tragitto compiuto dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a 1/299 792 458 secondi

$c = 299\,792\,458$ m/s velocità luce COSTANTE

Tramite la definizione, il metro si può ottenere da una misura del tempo di volo di un impulso e.m. (dalla relazione $L = c \cdot \Delta t$) ma questa misura è praticabile solo per cammini piuttosto lunghi

In laboratorio si preferisce realizzare il metro mediante conteggio del numero di lunghezze d'onda di un laser stabilizzato: quindi secondo la relazione $L = n \cdot \lambda = n \cdot (c / \nu)$ con ν frequenza nota

REALIZZAZIONE DEL METRO



$$\lambda \sim 532 \text{ nm} \quad (\text{VERDE})$$

$$\lambda \sim 0.5 \mu\text{m}$$

$$\Delta L/L \text{ incertezza } \sim 10^{-10}$$

Ad esempio, se si misurasse $L=10 \text{ km}=10^4 \text{ m}$
con $\Delta L/L \simeq 10^{-10}$ si otterrebbe $\Delta L \simeq 10^{-6} \text{ m}=1 \mu\text{m}$

KILOGRAMMO

Il **kilogrammo** è la massa del prototipo (del 1889) internazionale (kilogrammo campione)



Kilogrammo (Kg)
l'unica unità di base
ancora definita tramite
un MANUFATTO



$\emptyset = \text{incert.}$
instabilità
temporale
 $10^{-9}/\text{anno}$

Il kilogrammo è la massa di uno specifico cilindro di platino-iridio (90% - 10%) di altezza e diametro uguali e pari a 0,039 m (~4 cm) depositato presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure a Sèvres, in Francia

SECONDO

Il secondo è l'intervallo di tempo che contiene 9192631770 periodi della radiazione emessa da un atomo di cesio ("imperturbato") che decade tra due livelli iperfini dello stato fondamentale



$$T = \frac{1}{\nu}$$



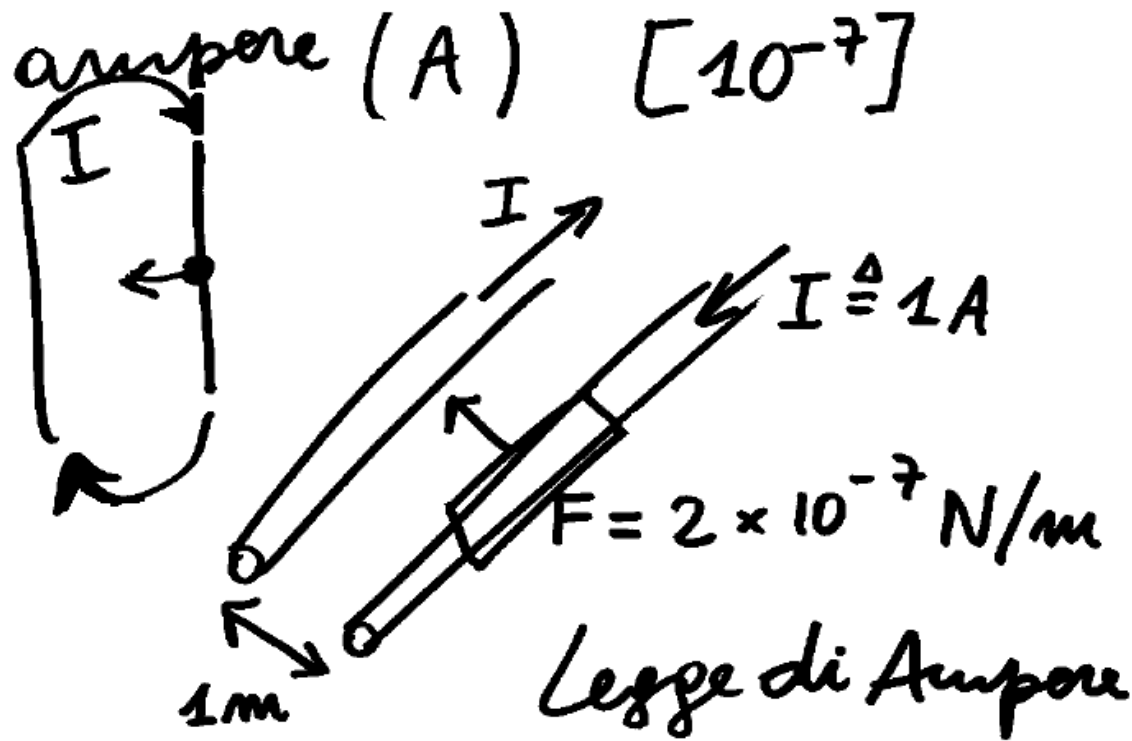
$\sim 9 \times 10^9 T \stackrel{\text{Def}}{=} 1 \text{ S}$

GPS

Unità meglio realizzata: incertezza 10^{-15}

AMPERE

L'ampere è l'intensità di corrente elettrica
"che 'attrae' due fili paralleli e distanti 1 m
con una forza di 2×10^{-7} N/m" $\Rightarrow \mu_0$ nota INC=0



Unità elettriche realizzate non meglio di 10^{-7}

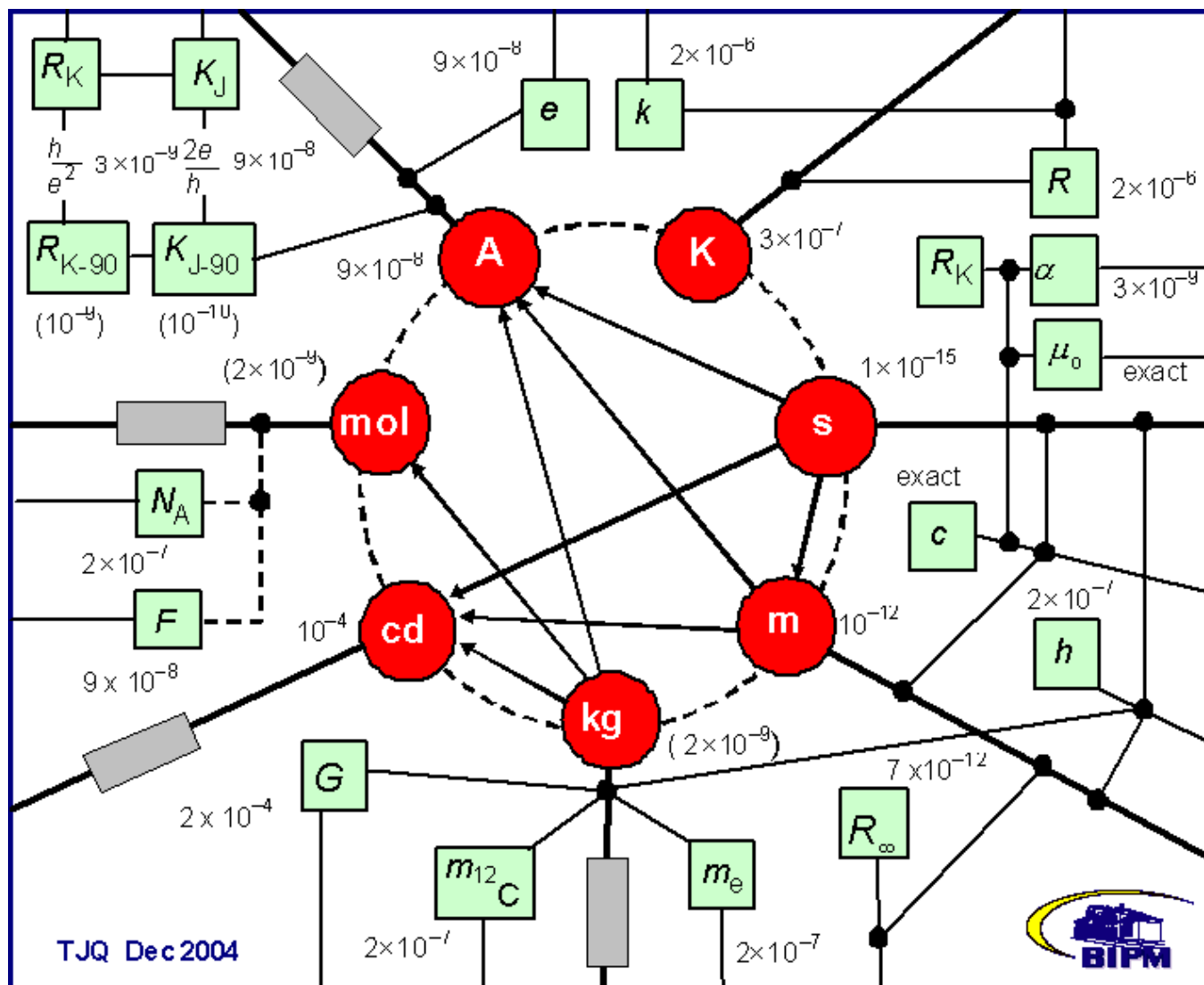
KELVIN, MOLE, E CANDELA

Il kelvin (K) è la frazione $1/273.16$ della temperatura del punto triplo dell'acqua
Si realizza con $INC \cong 10^{-5}$ a temp. ambiente

La mole (mol) è la quantità di sostanza che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi contenuti in 0.012 kg di ^{12}C
Si realizza con $INC \cong 8 \times 10^{-8}$ ($N_A \cong 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

La candela (cd) è l'intensità luminosa, in una assegnata direzione, di una sorgente che emette luce a $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$ ($\approx 555 \text{ nm}$ giallo) con intensità energetica di $1/683 \text{ Wsr}^{-1}$ ($INC \cong 3 \times 10^{-3}$)

RELAZIONI TRA UNITA' SI DI BASE E COSTANTI FONDAMENTALI



Pb. DEFINIZIONE DELL'AMPERE

The definition of the unit of electric current intensity, the **ampere**, refers to the force F per unit length ℓ between two parallel conductors placed at a distance d and carrying the same current I :

$$F/\ell = 2k_m I^2/d .$$

A numerical value 10^{-7} is attributed to the constant k_m . One **ampere** corresponds to the current that produces a force of 2×10^{-7} N per meter of length.

For the practical realization of standards, one prefers to rely on the Ohm law $I = V/R$, and obtain the **ampere** as a ratio between the units of potential difference (volt) and resistance (ohm). The standards of volt and ohm are realized by means of two quantum phenomena, the Josephson effect and the quantum Hall effect, respectively.

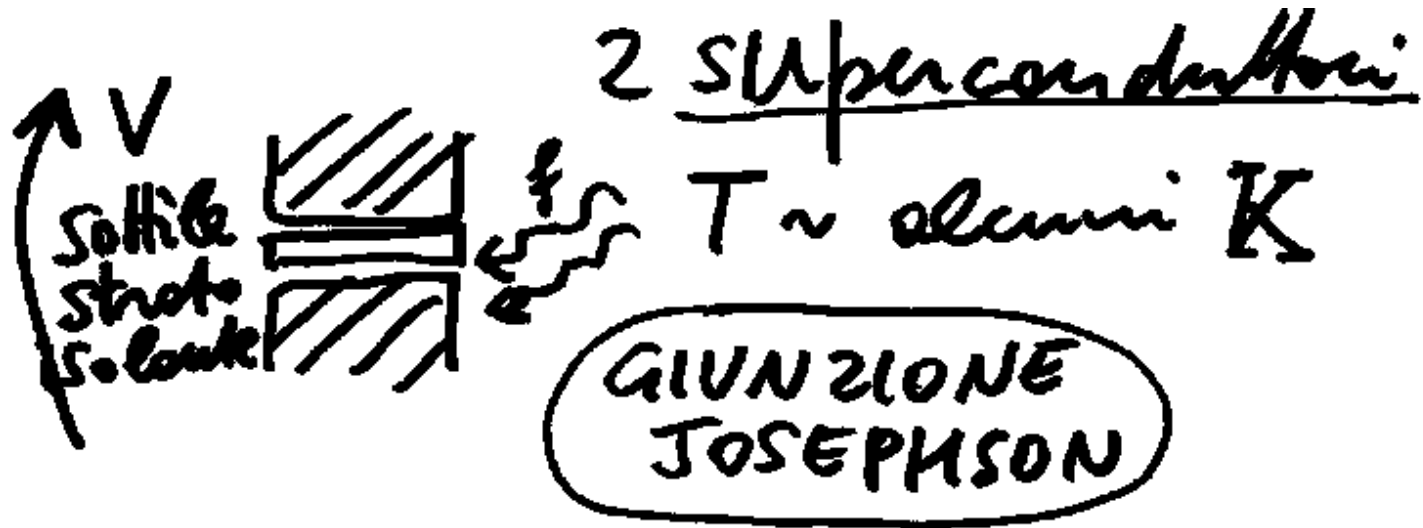
The system of electrical units is grounded in the base unit ampere, whose present definition dates from 1960 and remains defined in terms of mechanical units via the laws of classical electromagnetism. Under its present classical definition, the ampere cannot be realized with an uncertainty better than a few parts in 10^7 , which is not sufficient to meet the accuracy needs of present and certainly future routine electrical metrology, requiring 0.1 parts per million or better. In 1990, the dilemma with the classical ampere definition led to the adoption of a practical unit system based on voltage and resistance standards (represented by the definition of 'conventional values' for the von-Klitzing [Ω] and Josephson [V] constants), decoupled from the SI

EFFETTO JOSEPHSON (VOLT)

Secondo la teoria dell'effetto Josephson, ai capi di una giunzione di due superconduttori debolmente accoppiati, cioè separati da un sottile strato di materiale diverso (isolante, conduttore, o semiconduttore), opportunamente polarizzata con una corrente continua e irradiata da un'onda elettromagnetica di frequenza f , si generano valori quantizzati di tensione media secondo la relazione $V=(h/2e)nf$ essendo n un intero, h la costante di Planck, ed e la carica dell'elettrone

RIPRODUCIBILITA'~ 10^{-10} (1 nV su 10 V!!!)

EFFETTO JOSEPHSON



$$V = \left(\frac{h}{2e} \right) \times n \times f$$

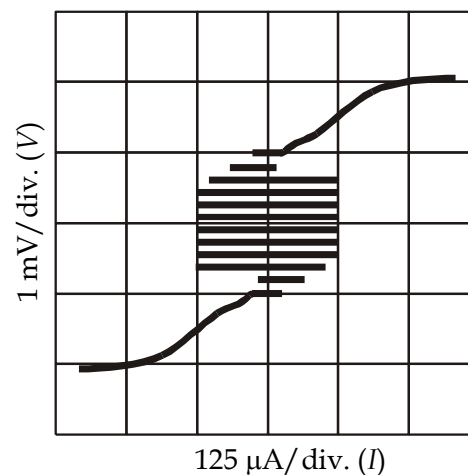
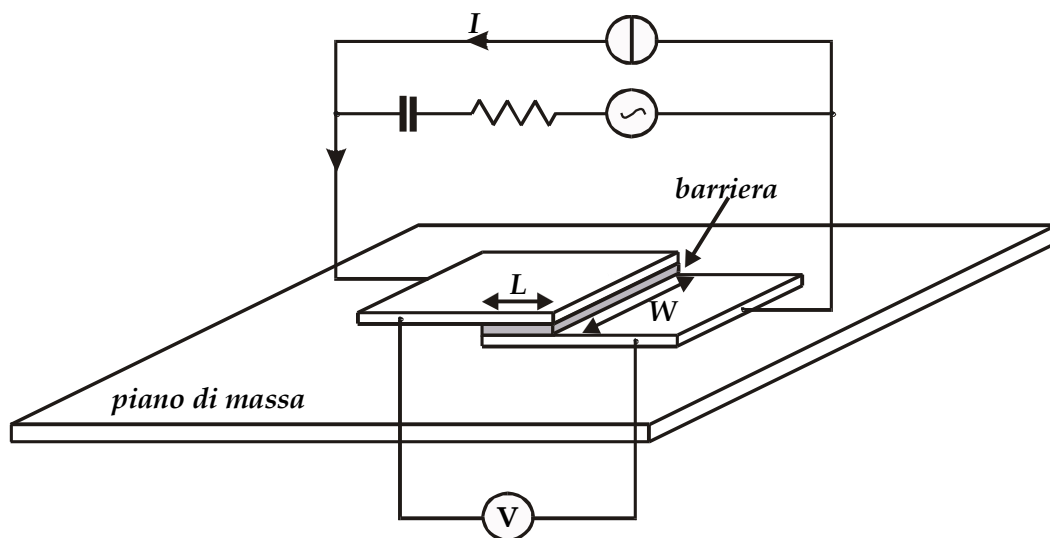
Cost. intero

PILA = SERIE di + GIUNZ. J \Rightarrow 1V

$$K_J = (2e/h)_{1990} = 483.5979 \text{ THz/V} \quad \underline{\pm 4 \times 10^{-7}}$$

ESPERIMENTO JOSEPHSON

$$\Delta V_{\text{typ}} = 250 \mu\text{V} \text{ per } f_{\text{typ}} = 70 \text{ GHz}$$



a)

b)

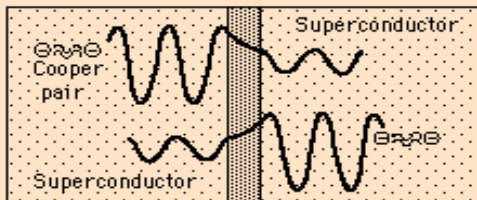
array di 40000 giunzioni (in serie)
per realizzare la "pila Josephson" da 10 V

Fig. 1.8.1 LIBRO Fondamenti della Misurazione

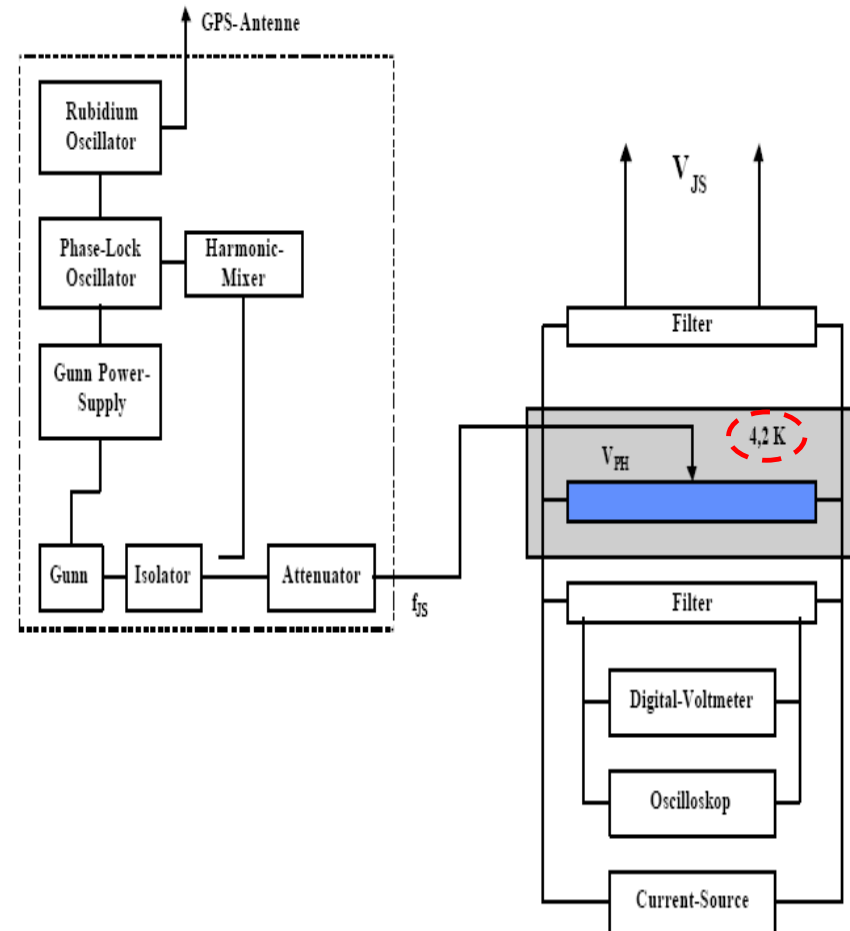
GIUNZIONE E PILA JOSEPHSON

Josephson Junction

Two superconductors separated by a thin insulating layer can experience tunneling of **Cooper pairs** of electrons through the junction. The Cooper pairs on each side of the junction can be represented by a wavefunction similar to a **free particle wavefunction**. In the DC Josephson effect, a current proportional to the phase difference of the wavefunctions can flow in the junction in the absence of a voltage. In the AC Josephson effect, a Josephson junction will oscillate with a characteristic frequency which is proportional to the voltage across the junction. Since frequencies can be measured with great accuracy, a Josephson junction device has become the **standard measure of voltage**.



The wavefunction which describes a Cooper pair of electrons in a superconductor is an exponential like the free particle wavefunction. In fact, all the Cooper pairs in a superconductor can be described by a single wavefunction in the absence of a current because all the pairs have the same phase - they are said to be "phase coherent" (Clarke). If two superconductors are separated by a thin insulating layer, then quantum mechanical tunneling can occur for the Cooper pairs without breaking up the pairs. Clarke envisions this condition as the wavefunctions for Cooper pairs on each side of the junction penetrating into the insulating region and "locking together" in phase. Under these conditions, a current will flow through the junction in the absence of an applied voltage (the DC Josephson effect).



Picture 1: 10V Josephson Voltage Standard

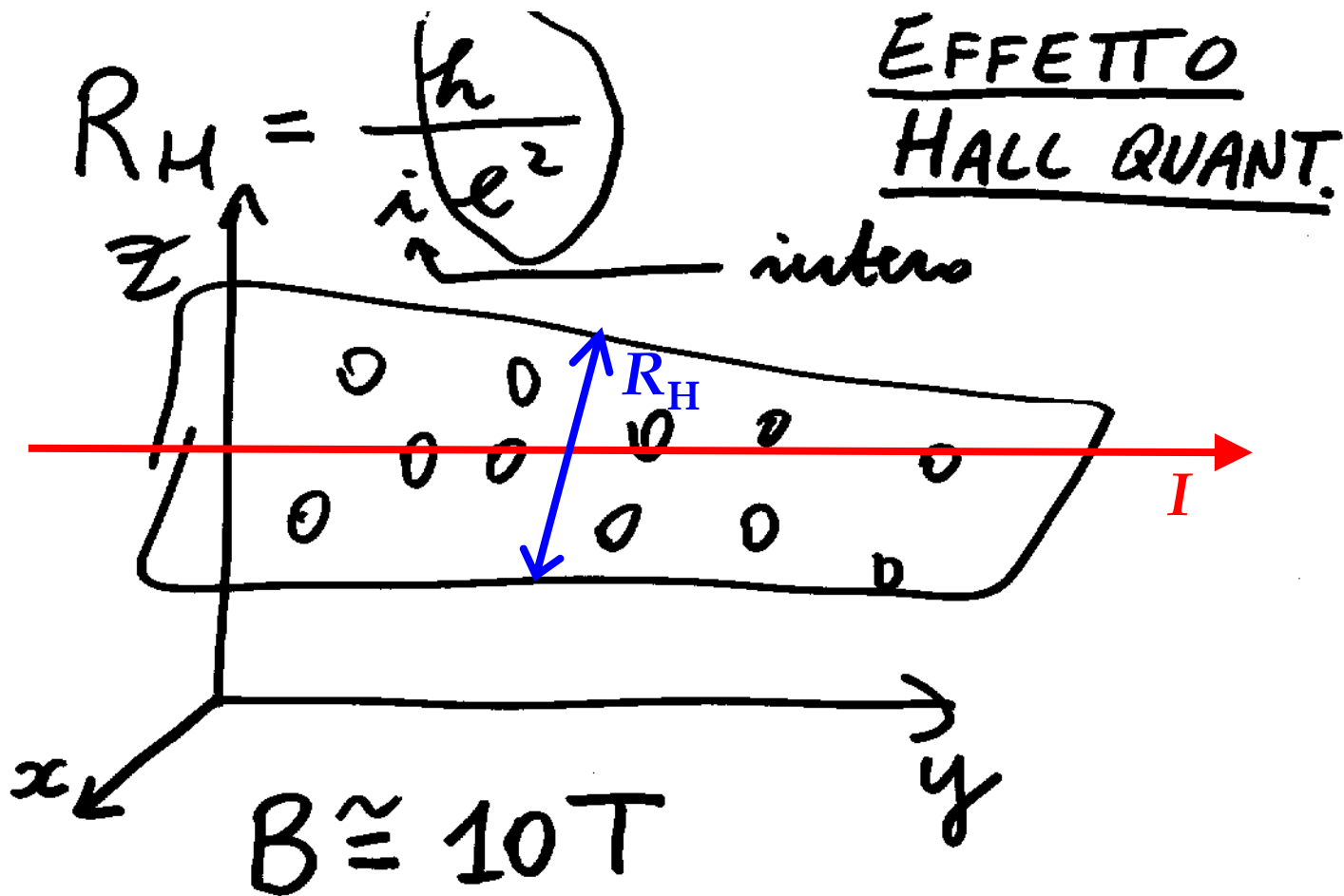
EFFETTO HALL (OHM)

La resistenza dovuta all'effetto Hall in un gas elettronico bidimensionale, in presenza di elevati valori di induzione magnetica ($B \approx 10$ T) e a basse temperature ($T < 1$ K), assume valori discreti secondo la relazione $R = h/(ie^2)$ essendo i un intero, h la costante di Planck, ed e la carica dell'elettrone

Si-MOSFET e eterostrutture GaAs raffreddati all'He liquido

RIPRODUCIBILITA' $\sim 10^{-9}$

EFFETTO HALL



$$R_K = (h/e^2)_{1990} = 25\,812.807 \, \Omega \quad \underline{\pm 2 \times 10^{-7}}$$

ESPERIMENTO HALL

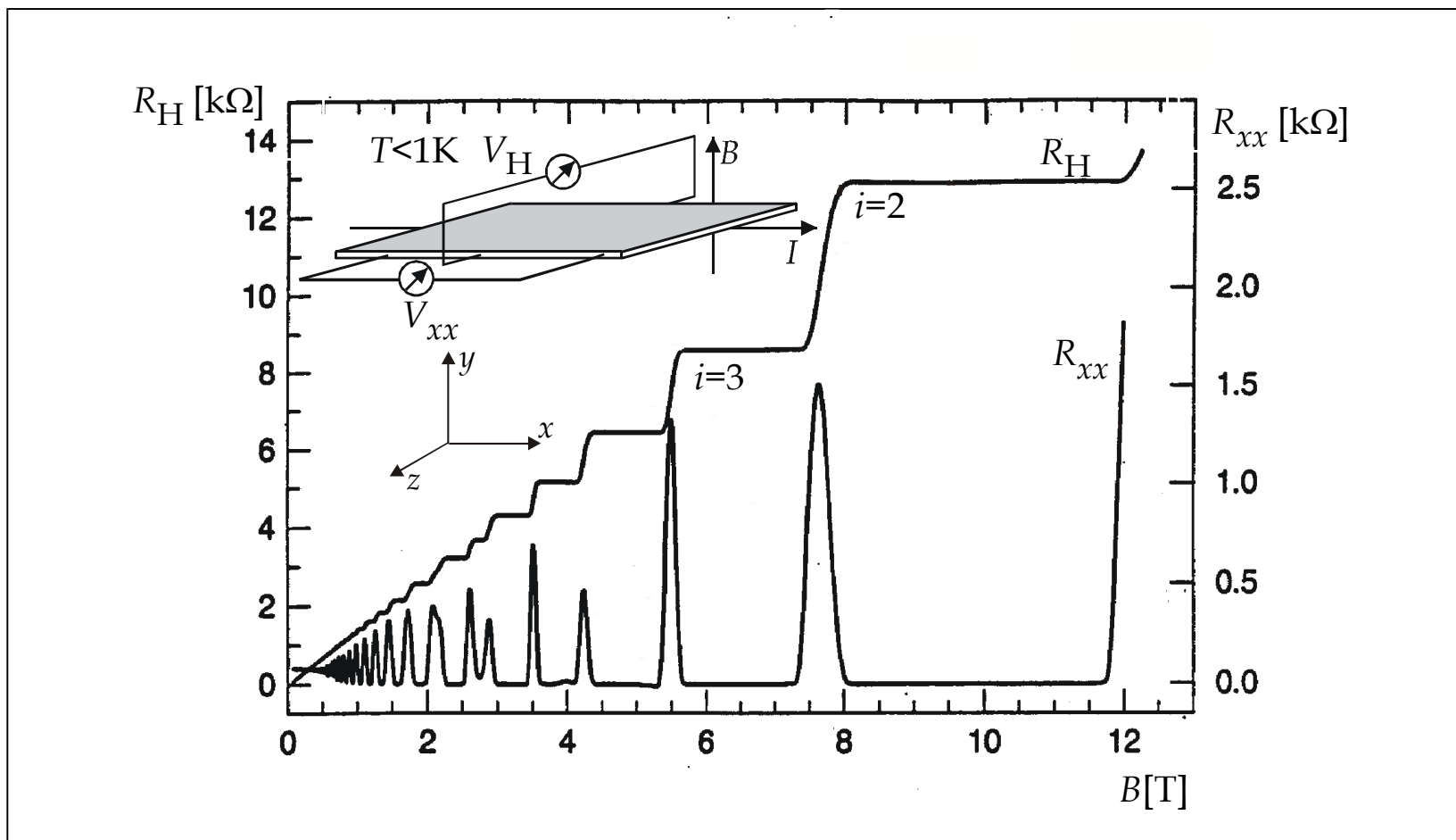


Fig. 1.8.2 LIBRO Fondamenti della Misurazione

RIDEFINIZIONE DEL KILOGRAMMO

Si vuole ridefinire campione di massa, il **kilogrammo campione**, come la **massa di un ben definito numero di atomi** di una sostanza "pura". Allo scopo il materiale che si riesce a sintetizzare nella maniera più pura, per la realizzazione pratica del campione, è il silicio (^{28}Si).

Per **calcolare in maniera accurata il numero di atomi contenuti in una sfera** (diametro 94-mm) occorrono tecnologie e materiali molto speciali: nel Progetto Avogadro si fanno misure sul manufatto più sferico mai realizzato (una sfera di silicio "puro" la cui superficie è così liscia, p-p=40nm!!, che se avesse le dimensioni del pianeta Terra, la distanza tra la montagna più alta e l'oceano più profondo sarebbe di solo 5 metri).

Le **sfere sono realizzate in silicio-28 monocristallino di elevatissima purezza (99.9995%)**, con un minimo di altri isotopi del silicio naturale. Tale livello di purezza semplifica i calcoli assicurando che praticamente tutti gli atomi hanno la stessa identica massa e la struttura monocristallina fornisce agli atomi una **spaziatura ripetibile**.

Il **diametro della sfera** è stato misurato, mediante interferometri laser. Misure di cristallografia ai raggi-X hanno fornito l'immagine della struttura cristallina (**passo interatomico e quindi #atomi/m³**).

Al momento esistono 2 di queste supersfere, con superfici lavorate da ultra-specialisti di ottica, per un costo complessivo di circa 6.5 M\$.

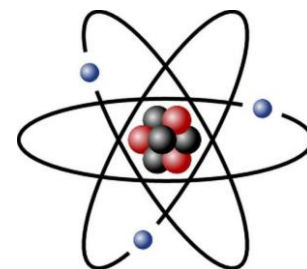
RIDEFINIZIONE DEL KILOGRAMMO



**Questo è
il kilogrammo!**

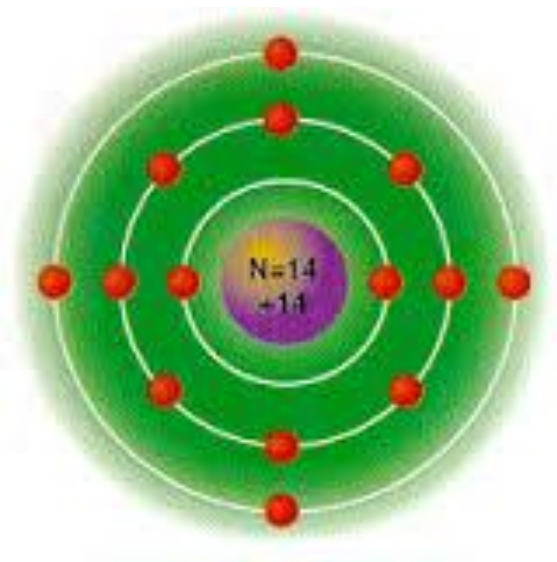
**Questo NON è
il kilogrammo!**

**J.C. Maxwell
"proprietà
degli atomi"**



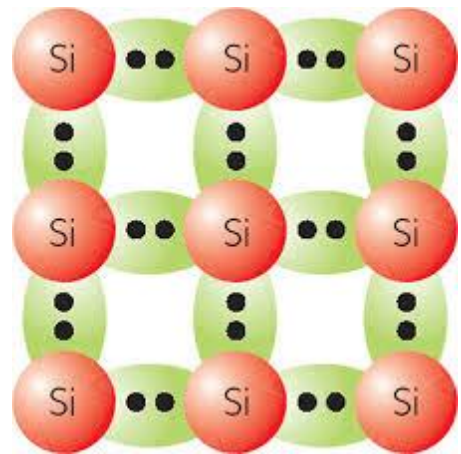
RIDEFINIZIONE DEL KILOGRAMMO

Atomo ^{28}Si

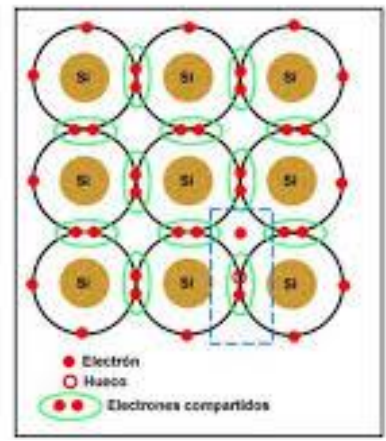
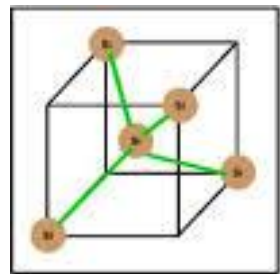


Questo sarà il
il kilogrammo?

... **NO**
(vedi slide dopo)



Metrologia e Sistema Internaziona



NUOVO SI (2018)

The international system of units, the SI, is the system of units in which

- the **unperturbed ground state hyperfine** splitting frequency of the caesium 133 atom (^{133}Cs) **is exactly 9 192 631 770 hertz**,
⇒ secondo
- the speed of light in vacuum **c is exactly 299 792 458 metre per second**,
⇒ metro
- the Planck constant **h is exactly 6.626 069 57 $\times 10^{34}$ joule second**,
⇒ chilogrammo
- the elementary charge **e is exactly 1.602 176 565 $\times 10^{19}$ coulomb**,
⇒ ampere
- the Boltzmann constant **k is exactly 1.380 648 8 $\times 10^{23}$ joule per kelvin**,
⇒ kelvin
- the Avogadro constant **N_A is exactly 6.022 141 29 $\times 10^{23}$ reciprocal mole**,
⇒ mole
- the luminous efficacy **K_{cd} of monochromatic radiation of frequency 540 $\times 10^{12}$ hertz is exactly 683 lumen per watt**
⇒ candela

TIPI DI CAMPIONI

Campioni primari: realizzano l'unità (a livello del Sistema Internazionale, in alcuni Istituti Metrologici nazionali) con i migliori livelli di accuratezza praticamente ottenibili

Es.: campione primario a fascio atomico di Cs

Campioni secondari: consentono di trasferire l'unità e di effettuare i confronti tra i campioni primari e verso altri campioni

Es.: campione commerciale al Cs, o Rb

Campioni di trasferimento: sono campioni secondari particolarmente adatti al "trasporto" e usati per trasferire l'unità

CAMPIONI “LOCALI” (SECONDARI)

Campioni “locali”: all’interno di un istituto a azienda, si dividono in C. di prima linea (o di riferimento) e C. di seconda linea (o di lavoro)

Campioni di 1^a linea: si usano nei centri di taratura e di certificazione; sono usati poco di frequente e per tarare i campioni di 2^a linea
Oppure costituiscono il campione di riferimento per l’istituto/azienda/laboratorio

Campioni di 2^a linea: si usano nelle misure e confronti di *routine*, previo un confronto con quelli di 1^a linea, per fare le misure correnti e.g. nella produzione o per misure sul campo

TARATURA E MESSA IN PUNTO

Taratura: (→) consente di valutare l'incertezza di un campione/strumento rispetto a uno di qualità superiore e di ricavare le correzioni

RIF.: 2^aL → 1^aL → secondario → primario

Messa in punto: insieme di operazioni volte a permettere a uno strumento di operare nelle migliori condizioni di lavoro (regolazione di offset e guadagno, parametri ambientali, *etc.*)

SIMBOLI E REGOLE DEL S.I.

Multipli e sottomultipli: utilizzano le potenze di 10^3 per indicare fattori moltiplicativi da $10^{\pm 24}$

Multipli			Sottomultipli		
prefisso	simbolo	fattore	prefisso	simbolo	fattore
kilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
yotta	Y	10^{24}	yocto	y	10^{-24}

UNITA' LOGARITMICHE

Le **unità logaritmiche** esprimono sotto forma di logaritmo il rapporto tra due grandezze omogenee. Il loro impiego è conveniente per esprimere semplicemente rapporti anche di diversi ordini di grandezza.

Le operazioni di **moltiplicazione e divisione** tra i numeri si traducono in **somme e differenze**

Sono molto utilizzate nelle **telecomunicazioni**, in **elettronica**, **campi e.m.** e spesso anche in **fisica di base**. (l'Ingegnere le deve conoscere bene!)

I logaritmi più comunemente utilizzati sono quello in **base 10** e quello naturale (**base $e \approx 2.7$**)

PROPRIETA' DEI LOGARITMI

$$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

e dunque $\log(c^n) = n \log(c)$ e infine

$$\log\left(\frac{1}{x}\right) = -\log(x) \quad \text{e} \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

Cambio di base:

$$\log_B(x) = \frac{\log_A(x)}{\log_A(B)}$$

$$e \cong 2.7183$$

$$\ln(e) = 1$$

$$\log_e(10) = \ln(10) \cong 2.3 \quad \text{e} \quad \log_{10}(e) \cong 1/2.3 \cong 0.4343$$

DIM. REGOLA CAMBIO DI BASE

$$\log_B(x) = E \quad \text{significa che} \quad B^E = x$$

e anche $B = x^{1/E}$

$$\begin{aligned} \log_B(x) = E &= E \cdot \frac{\log_A(x)}{\log_A(x)} = \frac{\log_A(x)}{(1/E)\log_A(x)} \\ &= \frac{\log_A(x)}{\log_A(x^{1/E})} = \frac{\log_A(x)}{\log_A(B)} \end{aligned}$$

IL BEL

Il **bel** esprime il rapporto di potenze in scala logaritmica utilizzando una base decimale:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{(\text{bel})} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{(\text{B})} = \log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Un difetto del bel è che 1 bel rappresenta un rapporto di un **fattore 10:1** e dunque una **scala in bel** risulta **“grossolana”**.

Per risolvere rapporti o variazioni **“più fini”** è conveniente utilizzare **un suo sottomultiplo...**

DECIBEL (1/2)

Il decibel, sottomultiplo (1/10) del bel, esprime il rapporto di potenze, o anche ampiezze, mediante il logaritmo in base dieci

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{\text{(dB)}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

1 dB \cong 1.25 = 1 +25% [essendo $10 \log_{10}(10/8) \cong 1.25$ ma non vale con -1 dB...]
 ± 1 dB risolve una variazione del **+25%/-20%** (± 0.1 dB \approx $\pm 2\%$; ± 0.01 dB \approx $\pm 0.2\%$)

I rapporti di ampiezze, quando tensioni e correnti sono misurate su uno stesso carico, si esprimono **in decibel** secondo la relazione

DECIBEL (2/2)

La formula con “ $20\log_{10}(A_2/A_1)$ ” dei rapporti di ampiezze discende direttamente dal decibel con “ $10\log_{10}(P_2/P_1)$ ” per le potenze...

$$\begin{aligned} 10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) &= 10\log_{10}\left(\frac{V_2^2/R_2}{V_1^2/R_1}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{V_2^2}{V_1^2}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \\ &= 10\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 + 10\log_{10}(1) = 20\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)_{\text{(dB)}} \end{aligned}$$

$$10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{I_2^2}{I_1^2}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

...con le ampiezze su uno stesso carico $R=R_1=R_2$

“dBx”, dBm, dBW, dBk

Scelto un “livello” di potenza P_x come riferimento, un qualunque valore di potenza P puo essere espresso in decibel rispetto al riferimento come:

$$P_{(\text{dB}x)} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_x} \right)$$

In particolare, esisteranno dunque:

$$P_{(\text{dBm})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ mW}} \right)$$

$$P_{(\text{dBW})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ W}} \right)$$

$$P_{(\text{dBk})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ kW}} \right)$$

CALCOLI APPROSSIMATI CON I dB

$$10 \text{ dB} = 10$$

$$0 \text{ dB} = 1$$

$$3 \text{ dB} \cong 2$$

$$6 \text{ dB} = (3+3) \text{ dB} \cong 2 \times 2 = 4$$

$$7 \text{ dB} = (10-3) \text{ dB} \cong 10/2 = 5$$

$$9 \text{ dB} = (6+3) \text{ dB} \cong 4 \times 2 = 8$$

$$4 \text{ dB} = (10-6) \text{ dB} \cong 10/4 = 2.5$$

<u>1</u>	1.25	1.6	<u>2</u>	2.5	3.3	<u>4</u>
<u>0</u>	1	2	<u>3</u>	4	5	<u>6</u>
		<u>5</u>	6.4	<u>8</u>	<u>10</u>	num.
		<u>7</u>	8	<u>9</u>	<u>10</u>	dB

$$1 \text{ dB} = (10-9) \text{ dB} \cong 10/8 = 1.25 \quad -1 \text{ dB} \cong 8/10 = 0.8$$

$$2 \text{ dB} = (9-7) \text{ dB} \cong 8/5 = 1.6$$

$$5 \text{ dB} = (2+3) \text{ dB} \cong 1.6 \times 2 = 3.2$$

$$8 \text{ dB} = (5+3) \text{ dB} \cong 3.2 \times 2 = 6.4$$

CALCOLI LOGARITMICI CON I dB

{ una volta noti i conti "in dB" }

$$\log_B(x) = \frac{\log_A(x)}{\log_A(B)} = \frac{\log_{10}(x)}{\log_{10}(B)} = \frac{x_{(\text{dB})}}{B_{(\text{dB})}}$$

se $B=2$: noti $B_{(\text{dB})}=3$ e $x_{(\text{dB})}$

$$\Rightarrow \log_2(x) = x_{(\text{dB})}/3$$

$$0.33 \times x_{(\text{dB})} \cong \log_2(x)$$

$$\text{es. } \log_2(1024) \cong 1000_{(\text{dB})}/3 = 30/3 = 10$$

se $B=e=2.7183$: noto $e_{(\text{dB})}=10\log_{10}(e) \cong 10/2.3$

$$\Rightarrow \ln(x) = \log_e(x) = x_{(\text{dB})} \times 0.23$$

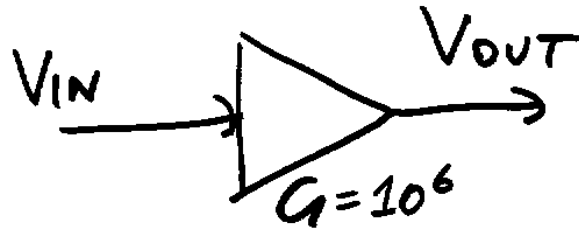
$$0.23 \times x_{(\text{dB})} \cong \ln(x)$$

$$\text{es. } \ln(1000) \cong 1000_{(\text{dB})} \times 0.23 = 30 \times 0.23 = 6.9 \cong 7$$

ESEMPI DI CALCOLO CON I dB

$$P=10 \text{ W} \Rightarrow P_{(\text{dBW})}=? 10\log_{10}(10\text{W}/1\text{W})=10\text{dBW}$$

$$P=90 \text{ dBW} \Rightarrow P=? 0\text{dBW}+90\text{dB}=1\text{W}\times 10^9=1\text{GW}$$

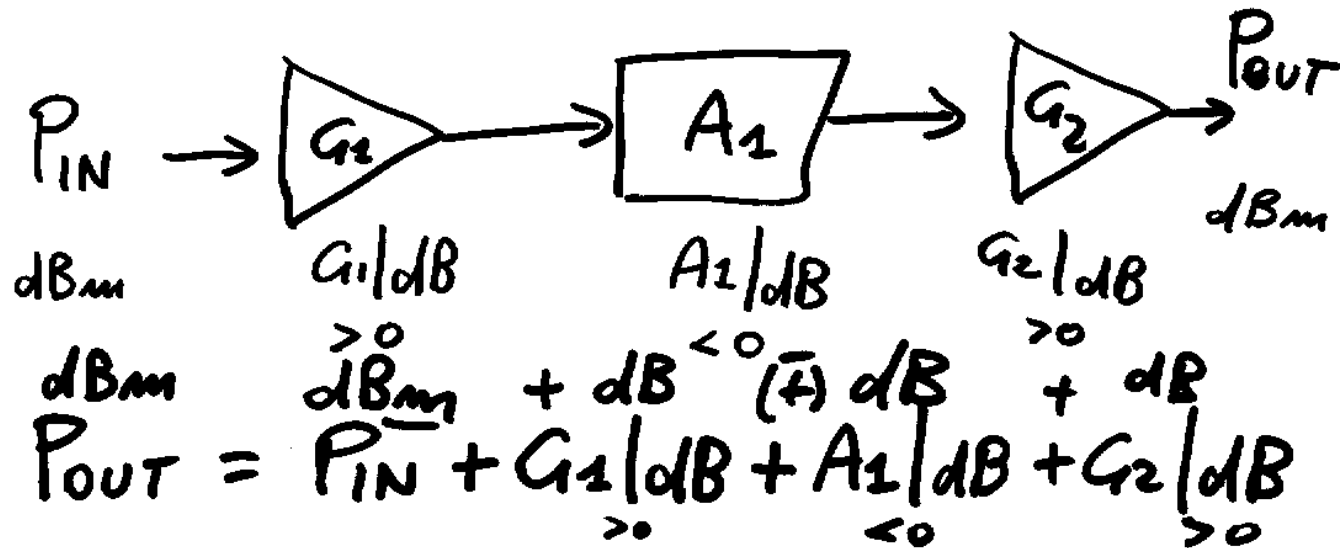


$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \right) = 120 \text{ dB}$$

$$P=2 \text{ nW} \Rightarrow P_{(\text{dBm})}=? +3\text{dB}-60\text{dBm}=-57\text{dBm}$$

$$P=100 \text{ mW} \Rightarrow P_{(\text{dBm})}=? 20\text{dB}+0\text{dBm}=+20\text{dBm}$$

ESEMPI DI CALCOLO CON I dB



Le potenze in dBm non si sommano!

~~$$P_{1(dBm)} + P_{2(dBm)} = P_{3(dBm)}$$~~

1W+1W=2W ma non si può sommare come:

+30dBm+30dBm=+60dBm=1kW!!! (WRONG!!!)

Semmai 1W+1W=2×1W=+3dB+30dBm=+33dBm

Si provino a calcolare $\log_2(500)=?[\approx 9]$ e $\log_5(2000000)=?[\approx 9]$

ESERCIZIO PER CASA SUI dBm

[dBm]	[mW]	[W]
P	P	P
$\left. \begin{matrix} -120 \\ -119 \\ -118 \\ \vdots \\ 0 \\ +29 \\ +30 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 1 \\ \text{dB} \end{matrix}$	10^{-12} 1.25×10^{-12}	10^{-15} (1fW) 1.25×10^{-15} (1.2fW)
	1	10^{-3}
	10^3	1W
+ 60	10^6	10^3 (1 kW)

NEPER, dBc E RIN

Il **neper (Np)** esprime un rapporto di ampiezze attraverso il logaritmo naturale ($e=2.7183\dots$)

$$R_{(Np)} = \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

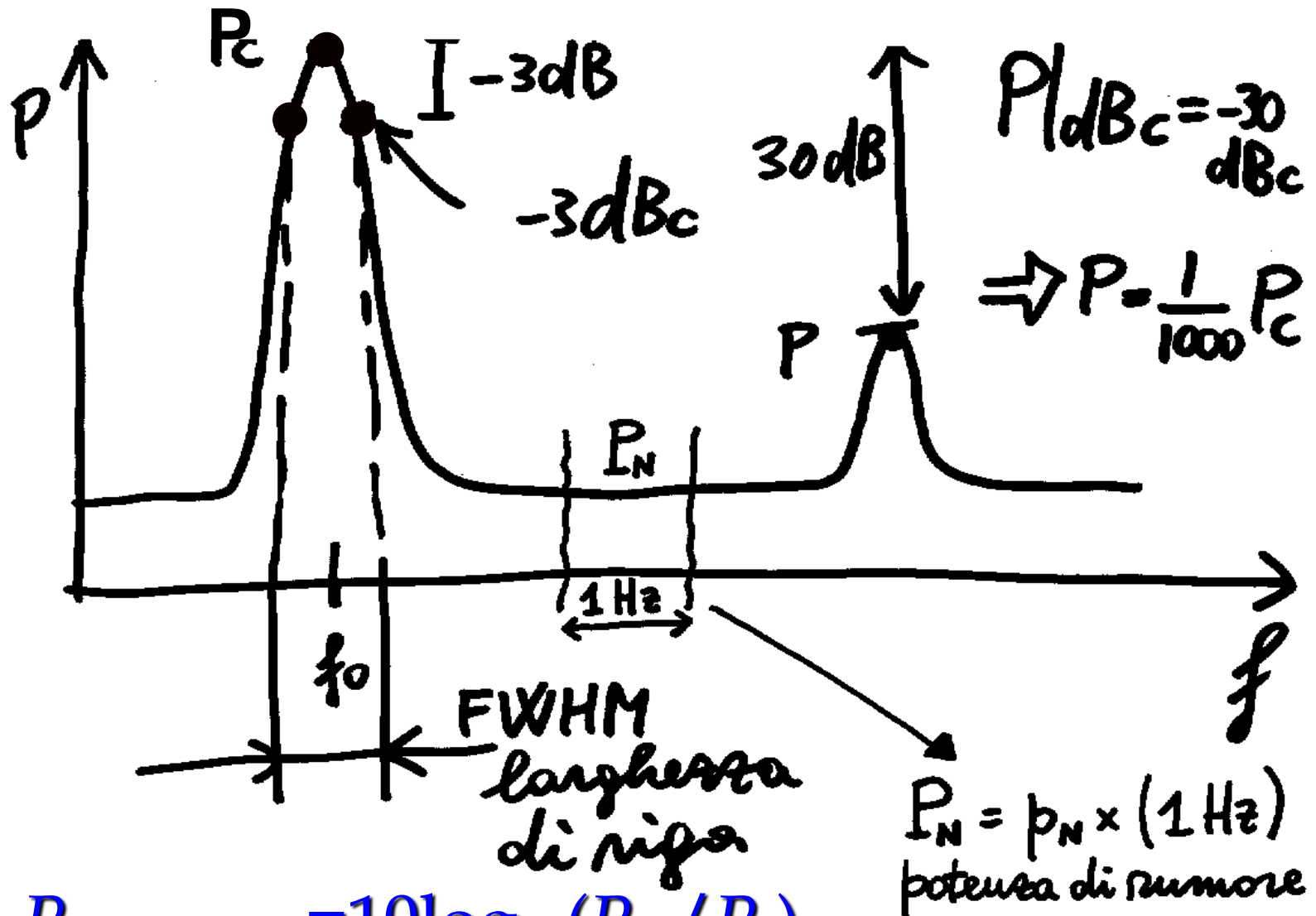
Il **dBc** (*dB from carrier*) esprime un rapporto di potenza rispetto al riferimento assunto P_c (P_c = potenza della portante)

$$P_{(dBc)} = 10 \log_{10}\left(\frac{P}{P_c}\right)$$

Il **RIN** (*Relative Intensity Noise*) è il rapporto tra la potenza di rumore P_N (nella banda di 1 Hz) e la potenza di segnale P_S

$$RIN_{(dB/Hz)} = \left(\frac{P_{N,1Hz}}{P_S}\right)_{(dB)} = 10 \log_{10}\left(\frac{P_{N,1Hz}}{P_S}\right)$$

SPETTRO DI POTENZA E dBc/Hz



$$P_{N(\text{dBc}/\text{Hz})} = 10 \log_{10}(P_N/P_c)$$

COSTANTI FISICHE (2009)

Simbolo	Incertezza	Incertezza relativa	Notazione concisa
G	0.010×10^{-11}	1.5×10^{-3}	$6.673 (10) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
h	$0.000\ 000\ 52 \times 10^{-34}$	7.8×10^{-8}	$6.626\ 068\ 76 (52) \times 10^{-34} \text{ J s}$
e	$0.000\ 000\ 063 \times 10^{-19}$	3.9×10^{-8}	$1.602\ 176\ 462 (63) \times 10^{-19} \text{ C}$
m_e	$0.000\ 000\ 72 \times 10^{-31}$	7.9×10^{-8}	$9.109\ 381\ 88 (72) \times 10^{-31} \text{ kg}$
m_p	$0.000\ 000\ 13 \times 10^{-27}$	7.9×10^{-8}	$1.672\ 621\ 58 (13) \times 10^{-27} \text{ kg}$
N_A	$0.000\ 000\ 47 \times 10^{23}$	7.9×10^{-8}	$6.022\ 141\ 99 (47) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k	$0.000\ 002\ 4 \times 10^{-23}$	1.7×10^{-6}	$1.380\ 6503(24) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
μ_0	0 "esatta"	0 "esatta"	$12.566\ 370\ 614 \dots \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
c	0 "esatta"	0 "esatta"	$299\ 792\ 458 \text{ m s}^{-1}$
ϵ_0	0 "esatta"	0 "esatta"	$8.854\ 187\ 817 \dots \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
α	$0.000\ 000\ 027 \times 10^{-3}$	3.7×10^{-9}	$7.297\ 352\ 533 (27) \times 10^{-3}$

Tab. 1.2b LIBRO Fondamenti della Misurazione

NIST-CODATA VALUES (2014)

Newtonian constant of gravitation

G

Value $6.673\ 84 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Standard uncertainty $0.000\ 80 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Relative standard uncertainty 1.2×10^{-4}

Concise form $6.673\ 84(80) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Planck constant

h

Value $6.626\ 069\ 57 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Standard uncertainty $0.000\ 000\ 29 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8}

Concise form $6.626\ 069\ 57(29) \times 10^{-34} \text{ J s}$

elementary charge

e

Value $1.602\ 176\ 565 \times 10^{-19} \text{ C}$

Standard uncertainty $0.000\ 000\ 035 \times 10^{-19} \text{ C}$

Relative standard uncertainty 2.2×10^{-8}

Concise form $1.602\ 176\ 565(35) \times 10^{-19} \text{ C}$

electron mass

m_e

Value $9.109\ 382\ 91 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Standard uncertainty $0.000\ 000\ 40 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8}

Concise form $9.109\ 382\ 91(40) \times 10^{-31} \text{ kg}$

proton mass

m_p

Value $1.672\ 621\ 777 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Standard uncertainty $0.000\ 000\ 074 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8}

Concise form $1.672\ 621\ 777(74) \times 10^{-27} \text{ kg}$

Avogadro constant

N_A, L

Value $6.022\ 141\ 29 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Standard uncertainty $0.000\ 000\ 27 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8}

Concise form $6.022\ 141\ 29(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Boltzmann constant

k

Value $1.380\ 6488 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Standard uncertainty $0.000\ 0013 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Relative standard uncertainty 9.1×10^{-7}

Concise form $1.380\ 6488(13) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

fine-structure constant

α

Value $7.297\ 352\ 5698 \times 10^{-3}$

Standard uncertainty $0.000\ 000\ 0024 \times 10^{-3}$

Relative standard uncertainty 3.2×10^{-10}

Concise form $7.297\ 352\ 5698(24) \times 10^{-3}$

COSTANTI FISICHE (2014)

Simbolo	Incertezza	Incertezza relativa	Notazione concisa
G	$0.000\ 80 \times 10^{11}\ \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$	1.2×10^{-4}	$6.673\ 84(80) \times 10^{11}\ \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
h	$0.000\ 000\ 29 \times 10^{-34}\ \text{J s}$	4.4×10^{-8}	$6.626\ 069\ 57(29) \times 10^{-34}\ \text{J s}$
e	$0.000\ 000\ 035 \times 10^{-19}\ \text{C}$	2.2×10^{-8}	$1.602\ 176\ 565(35) \times 10^{-19}\ \text{C}$
m_e	$0.000\ 000\ 40 \times 10^{-31}\ \text{kg}$	4.4×10^{-8}	$9.109\ 382\ 91(40) \times 10^{-31}\ \text{kg}$
m_p	$0.000\ 000\ 74 \times 10^{-27}\ \text{kg}$	4.4×10^{-8}	$1.672\ 621\ 777(74) \times 10^{-27}\ \text{kg}$
N_A	$0.000\ 000\ 27 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$	4.4×10^{-8}	$6.022\ 141\ 29(27) \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
k	$0.000\ 0013 \times 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}$	9.1×10^{-7}	$1.380\ 6488(13) \times 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}$
μ_0	0 “esatta”	0	$12.566\ 370\ 614\dots \times 10^{-7}\ \text{H m}^{-1}$
c	0 “esatta”	0	$299\ 792\ 458\ \text{m s}^{-1}$
ε_0	0 “esatta”	0	$8.854\ 187\ 817\dots \times 10^{-12}\ \text{F m}^{-1}$
α	$0.000\ 000\ 0024 \times 10^{-3}$	3.2×10^{-10}	$7.297\ 352\ 5698(24) \times 10^{-3}$