

ANALIZZATORI DI SPETTRO

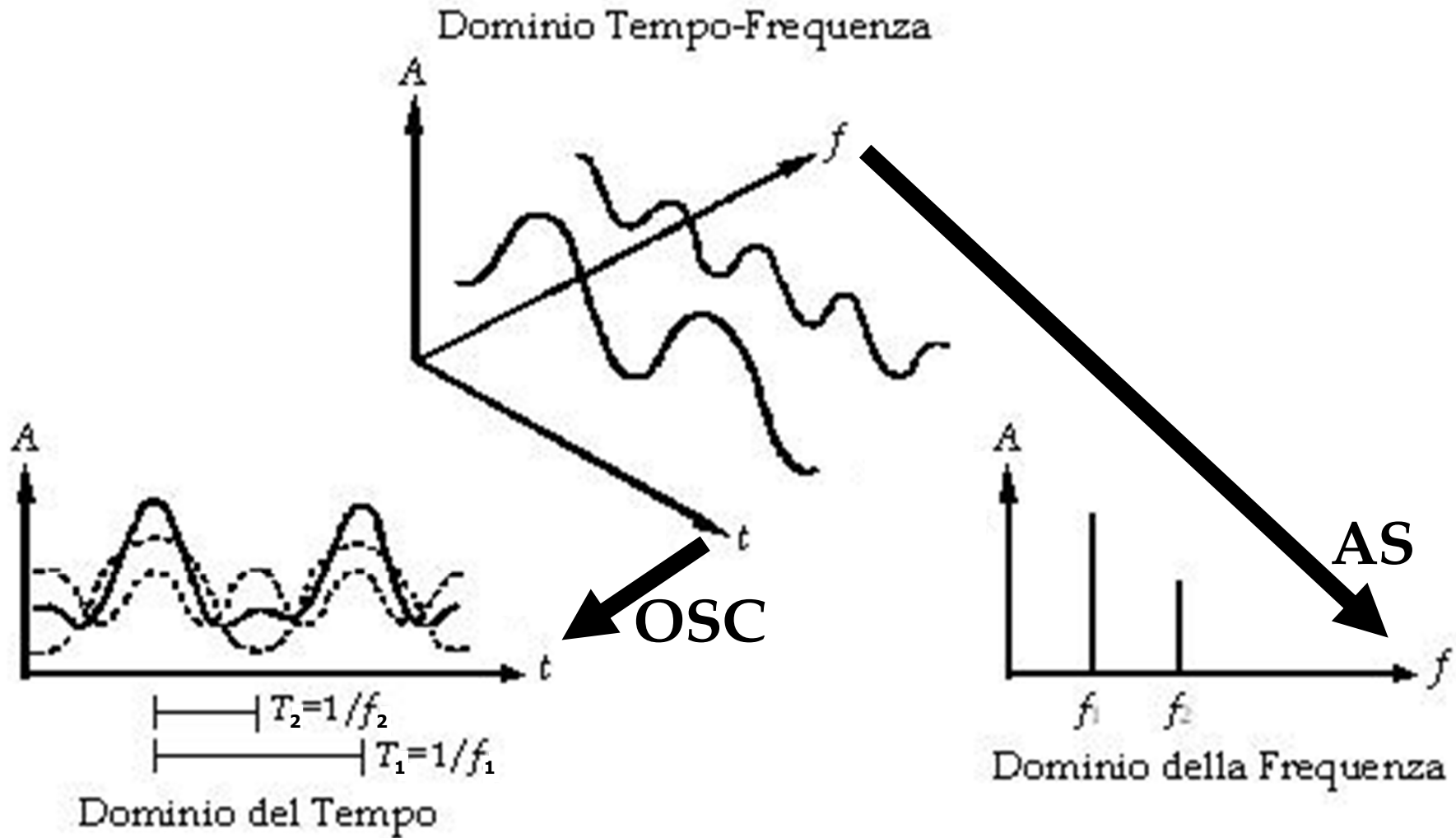


prof. Cesare Svelto

Analizzatori di spettro

- **Analisi spettrale e trasformata di Fourier**
- **Bande spettrali**
- **Parametri caratteristici di una misura con AS**
- **Rumore termico e fondo di rumore dell'AS**
- **AS a banco di filtri e a singolo filtro accordato**
- **AS a eterodina**
- **AS per diffrazione alla Bragg**
- **AS ottici**
- **AS a FFT (digitali)**
- **Misure con l'AS**

Analisi spettrale



Esempio/ esercizio

$$v = v_1 + v_2 \quad \begin{aligned} v_1 &= A_1 \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) \\ v_2 &= A_2 \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) \end{aligned}$$

$$\text{con } A_1 = 2A_2 \text{ (=2 V)} \quad \text{e} \quad f_2 = 2f_1 \text{ (=2 kHz)}$$

Rappresentare graficamente i diversi segnali (*e.g.* con Matlab) nei domini tempo e frequenza (A vs. t e A vs. f o anche P vs. t e P vs. f)

Calcolare la potenza media del segnale v e verificare che è pari alla somma delle potenze di v_1 e di v_2 o delle due corrispondenti righe spettrali

Trasformata di Fourier (1/2)

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt$$

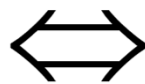
$$\omega = 2\pi f \quad \text{pulsazione angolare}$$

SEGNALE

\mathcal{F}

SPETTRO

$s(t)$



$S(f)$

Trasformata di Fourier (2/2)

Lo spettro di un segnale $s(t)$ reale è

$S(f)$ complesso (ampiezza e fase)

Nella realtà si possono misurare solo spettri di segnali troncati, ossia osservati su un **tempo T finito** (e poi integrati secondo Fourier)

$$S_T(\omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} s(t)e^{-j\omega t} dt$$

Gamme spettrali ("segnali")

SUBSONICI < 20 Hz

AUDIO 20 Hz ÷ 20 kHz

HF 3 MHz ÷ 30 MHz

RF 30 MHz ÷ 3 GHz

MICROONDE 3 GHz ÷ 30 GHz

MICROONDE 30 GHz ÷ 300 GHz

Frequency	Band
10 kHz to 30 kHz	Very Low Frequency (VLF)
30 kHz to 300 kHz	Low Frequency (LF)
300 kHz to 3 MHz	Medium Frequency (MF)
3 MHz to 30 MHz	High Frequency (HF)
30 MHz to 144 MHz 144 MHz to 174 MHz 174 MHz to 328.6 MHz	Very High Frequency (VHF)
328.6 MHz to 450 MHz 450 MHz to 470 MHz 470 MHz to 806 MHz 806 MHz to 960 MHz 960 MHz to 2.3 GHz 2.3 GHz to 2.9 GHz	Ultra High Frequency (UHF)
2.9 GHz to 30 GHz	Super High Frequency (SHF)
30 GHz and above	Extremely High Frequency (EHF)

A più alte frequenze è comune l'uso della lunghezza d'onda $\lambda = c / f$

Spettro ottico e raggi x

IR	FIR	1 mm ÷ 30 μm
	MIR	30 μm ÷ 3 μm
	NIR	3 μm ÷ 780 nm
	VIS	390 THz ÷ 790 THz 780 nm ÷ 380 nm
	UV	380 nm ÷ 180 nm
	VUV	180 nm ÷ 40 nm
	S - X	40 nm ÷ 1 nm
	X	1 nm ÷ 10 pm

e.g. $\lambda = 500 \text{ nm}$ (giallo) $\rightarrow f \sim 600 \text{ THz}$

Intero spettro e.m. e sue sigle

CLASS	FREQUENCY	WAVELENGTH	ENERGY
γ	300 EHz	1 pm	1.24 MeV
HX	30 EHz	10 pm	124 keV
SX	3 EHz	100 pm	12.4 keV
EUV	300 PHz	1 nm	1.24 keV
NUV	30 PHz	10 nm	124 eV
NIR	3 PHz	100 nm	12.4 eV
MIR	300 THz	1 μ m	1.24 eV
FIR	30 THz	10 μ m	124 meV
EHF	3 THz	100 μ m	12.4 meV
SHF	300 GHz	1 mm	1.24 meV
UHF	30 GHz	1 cm	124 μ eV
VHF	3 GHz	1 dm	12.4 μ eV
HF	300 MHz	1 m	1.24 μ eV
MF	30 MHz	1 dam	124 neV
LF	3 MHz	1 hm	12.4 neV
VLF	300 kHz	1 km	1.24 neV
VF	30 kHz	10 km	124 peV
ELF	3 kHz	100 km	12.4 peV
	300 Hz	1 Mm	1.24 peV
	30 Hz	10 Mm	124 feV

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

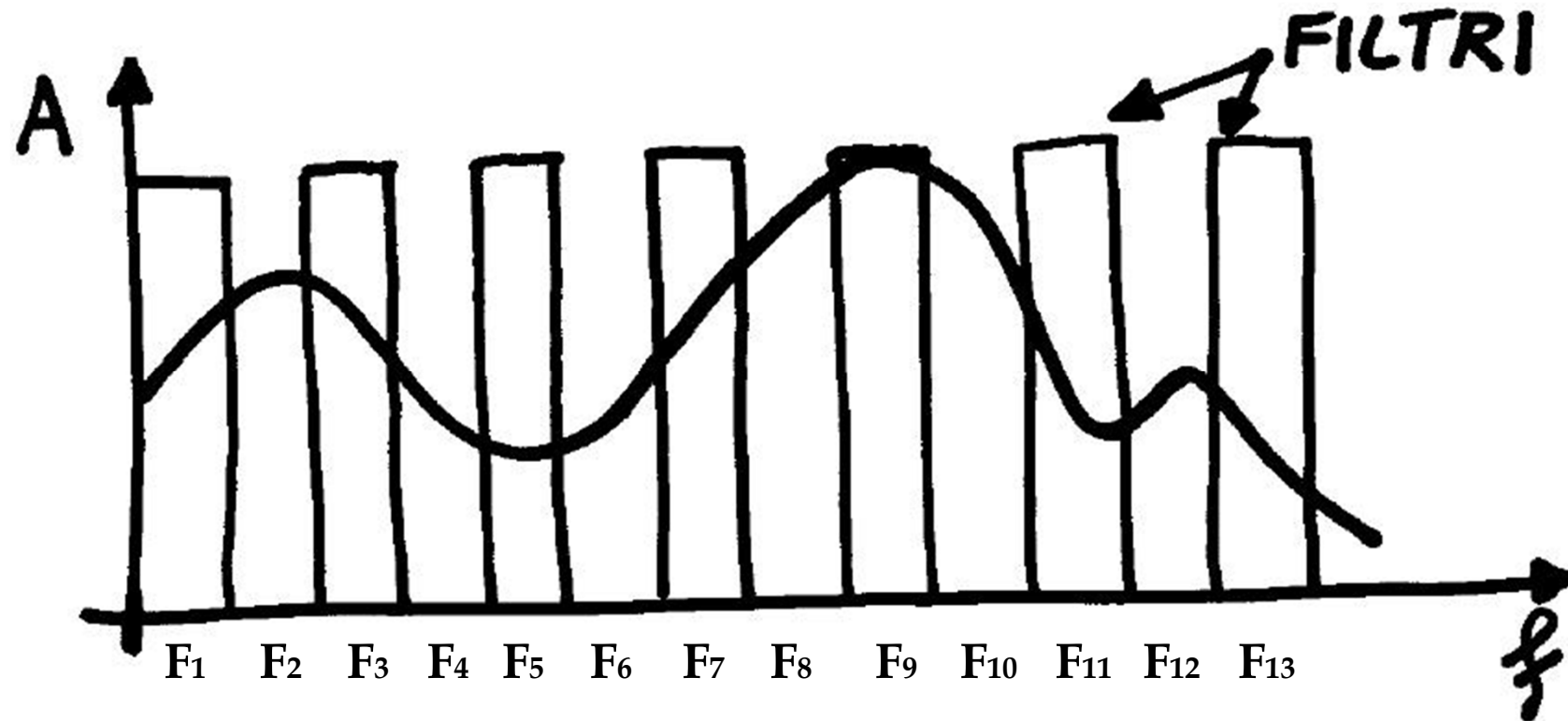
$$E = h\nu$$

γ = Gamma rays
 HX = Hard X-rays
 SX = Soft X-Rays
 EUV = Extreme ultraviolet
 NUV = Near ultraviolet
 Visible light
 NIR = Near infrared
 MIR = Moderate infrared
 FIR = Far infrared

Radio waves:

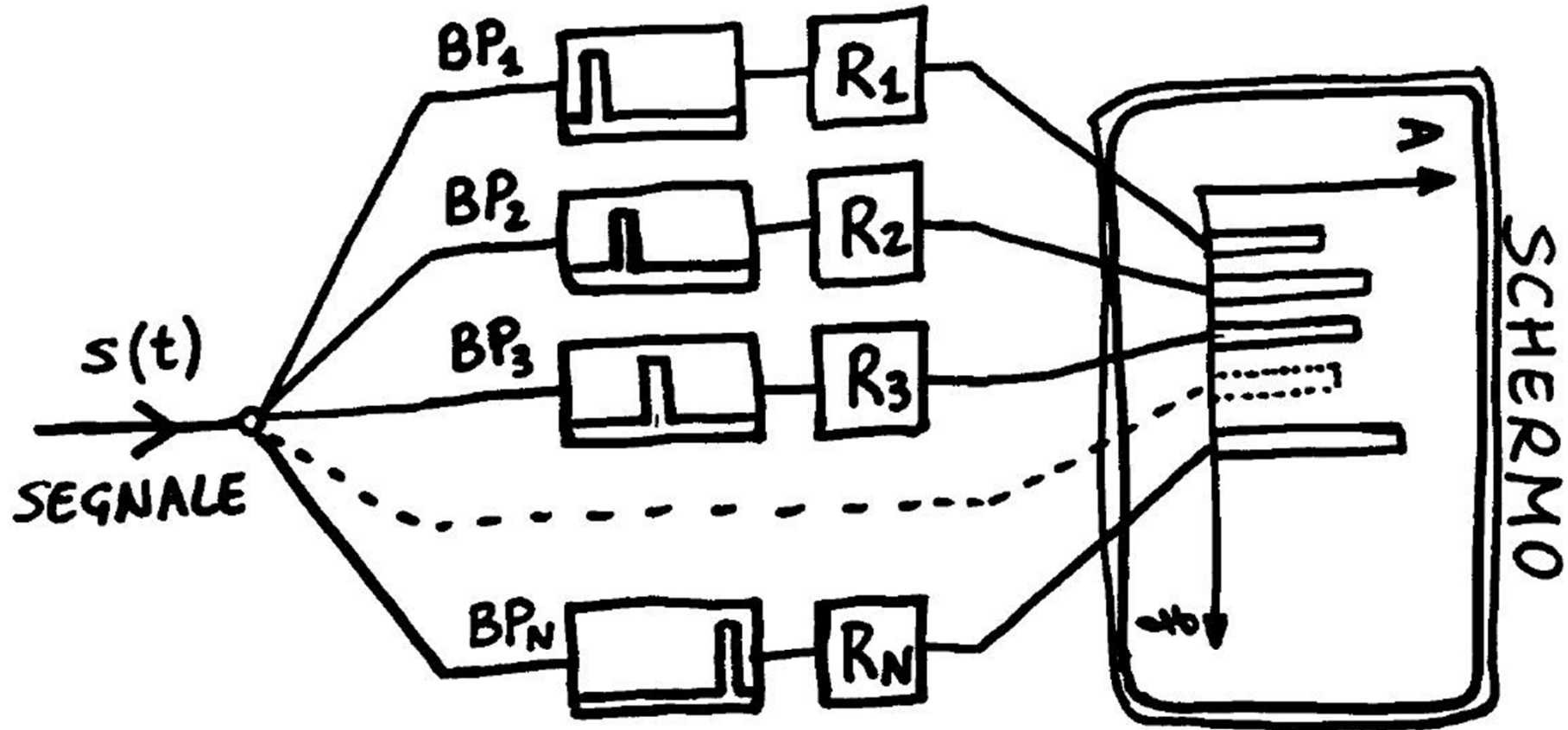
EHF = Extremely high frequency (Microwaves)
 SHF = Super high frequency (Microwaves)
 UHF = Ultrahigh frequency
 VHF = Very high frequency
 HF = High frequency
 MF = Medium frequency
 LF = Low frequency
 VLF = Very low frequency
 VF = Voice frequency
 ELF = Extremely low frequency

Principio dell'AS a banco di filtri



- **Analisi parallela ("simultanea")**
- **Impiego in banda audio**
- **Misura segnali "non stazionari"**

AS a banco di filtri (con più Riv.)



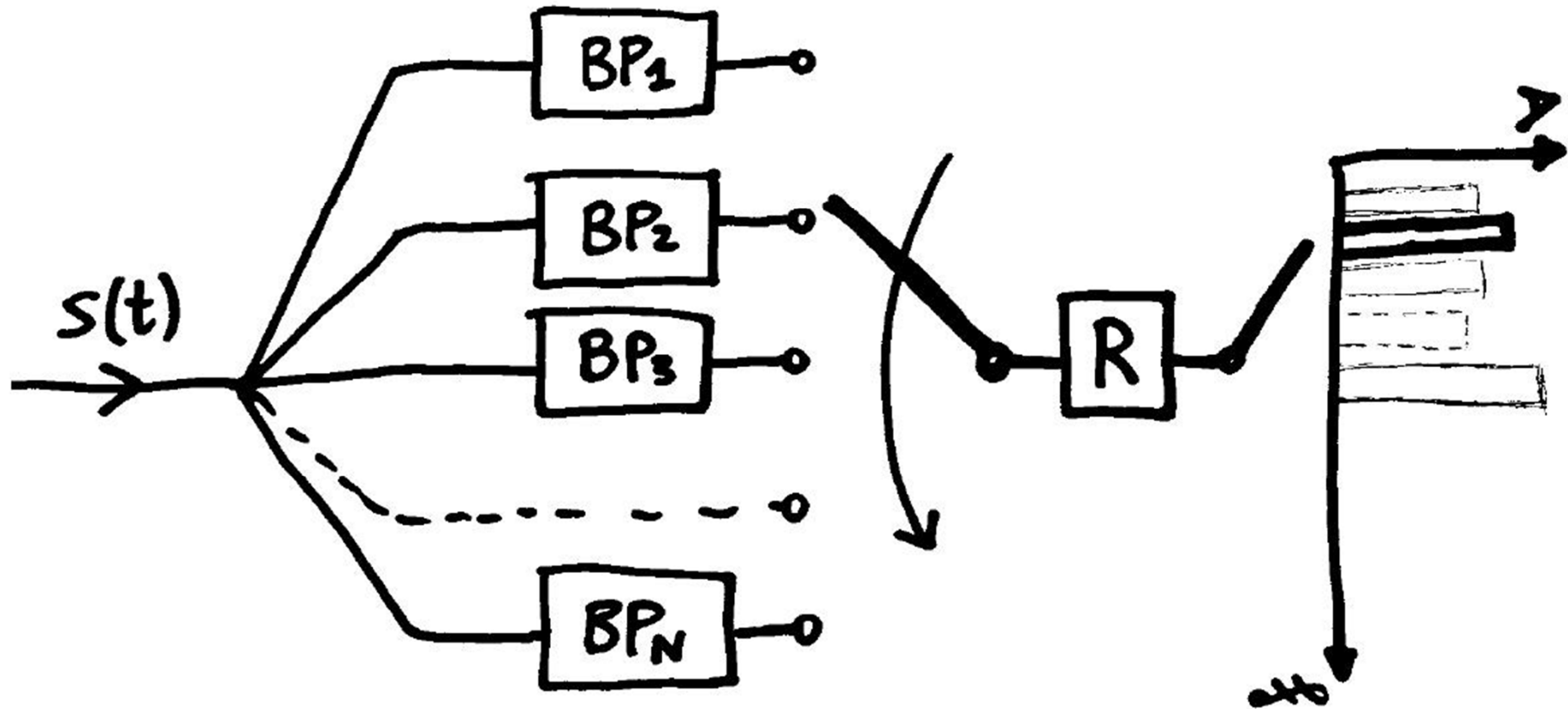
"equalizzatore grafico dello *stereo*"

50 "barre" su Windows MediaPlayer...
(o anche più grossolano: solo HIGH, MEDIUM, LOW)

$S(f)$
SPETTRO

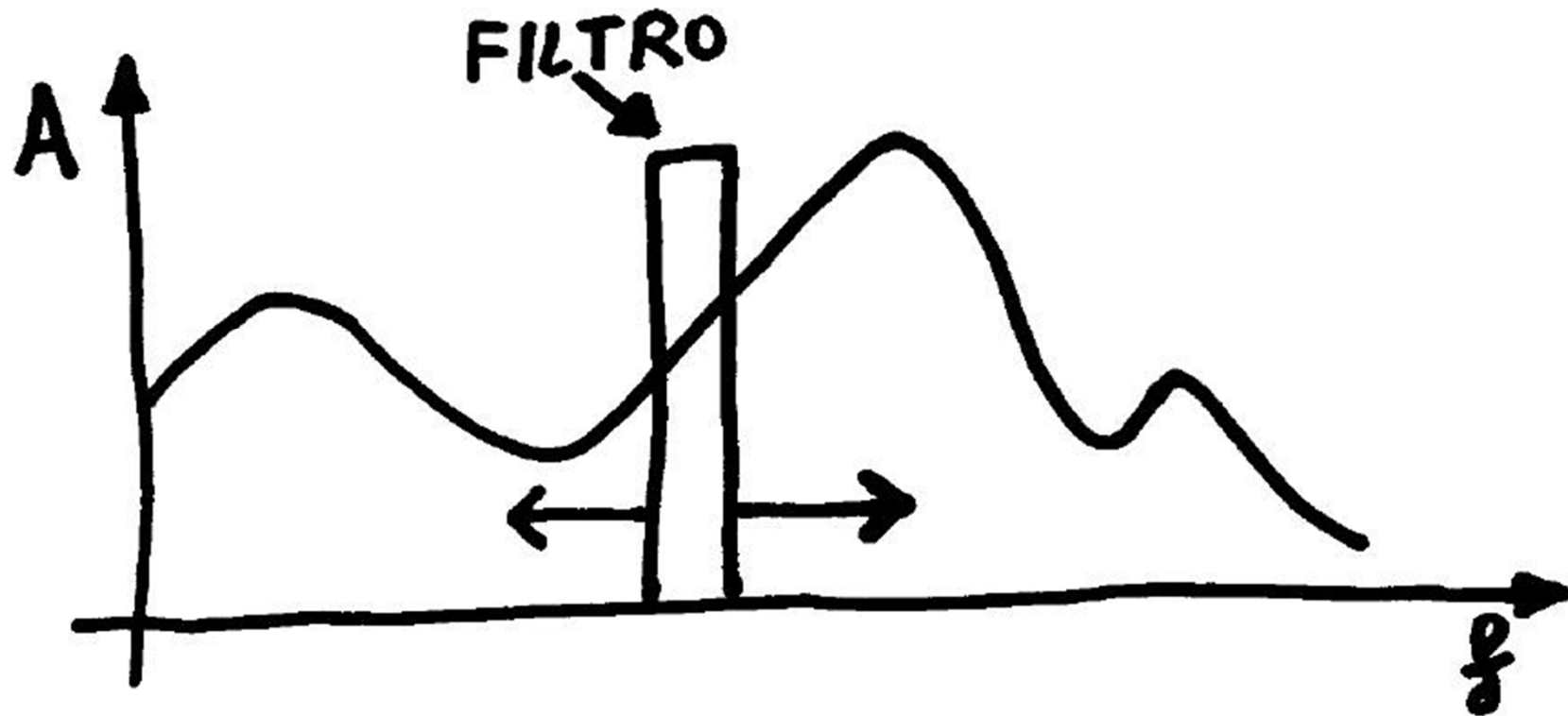
Pb. Equalizzazione R_i ...

AS a banco di filtri (un solo Riv.)



"ANALISI SEQUENZIALE"
Pb. Misura segnali non stazionari

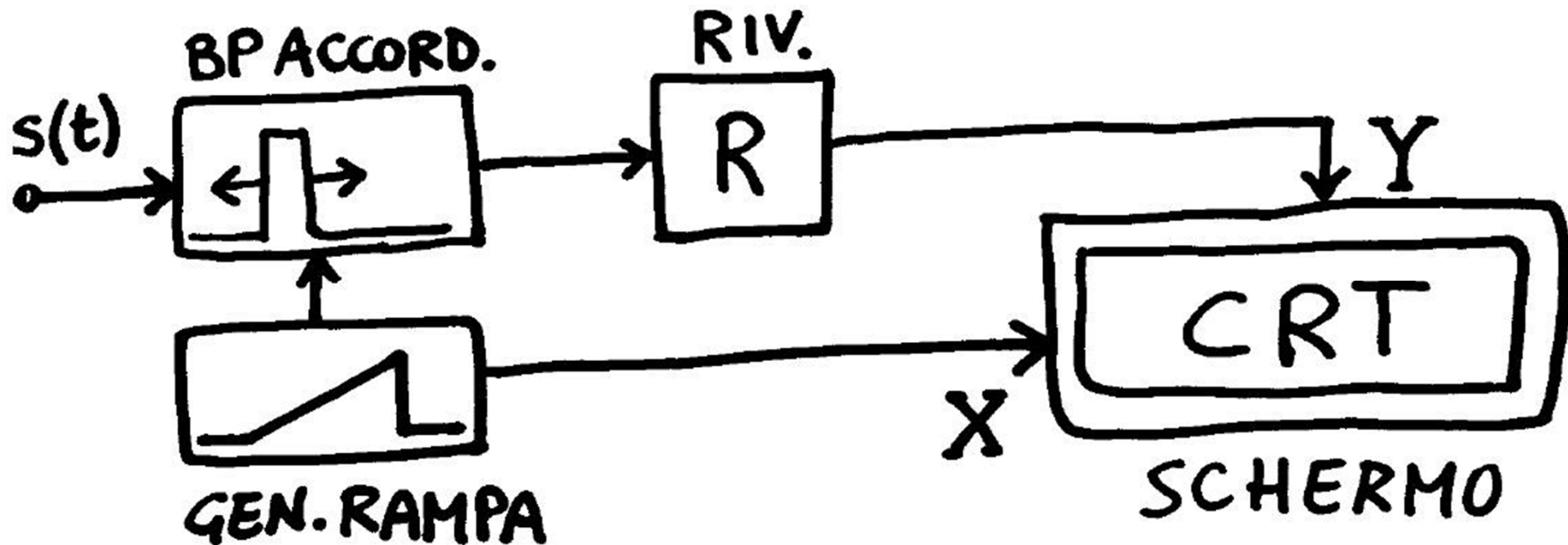
AS a filtro accordato (1/2)



$$Q = \left(\frac{\Delta f}{f} \right)^{-1} = \frac{f}{\Delta f} \approx \text{COSTANTE per un dato filtro}$$

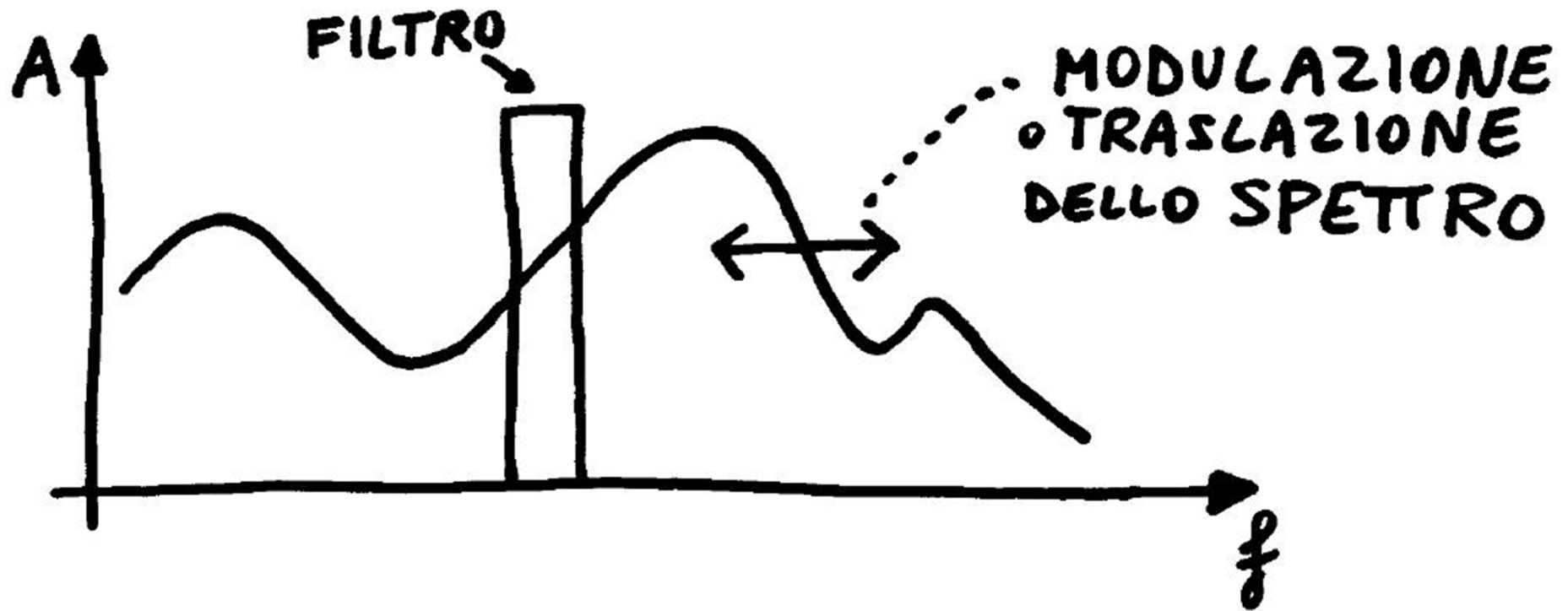
ANALISI SEQUENZIALE (si muove il filtro lungo lo spettro, osservando una frequenza alla volta)

AS a filtro accordato (2/2)



- Semplicità di comando del CRT
- Minimo numero di filtri e rivelatori
- Problema: RBW varia con f

AS a eterodina (1/2)

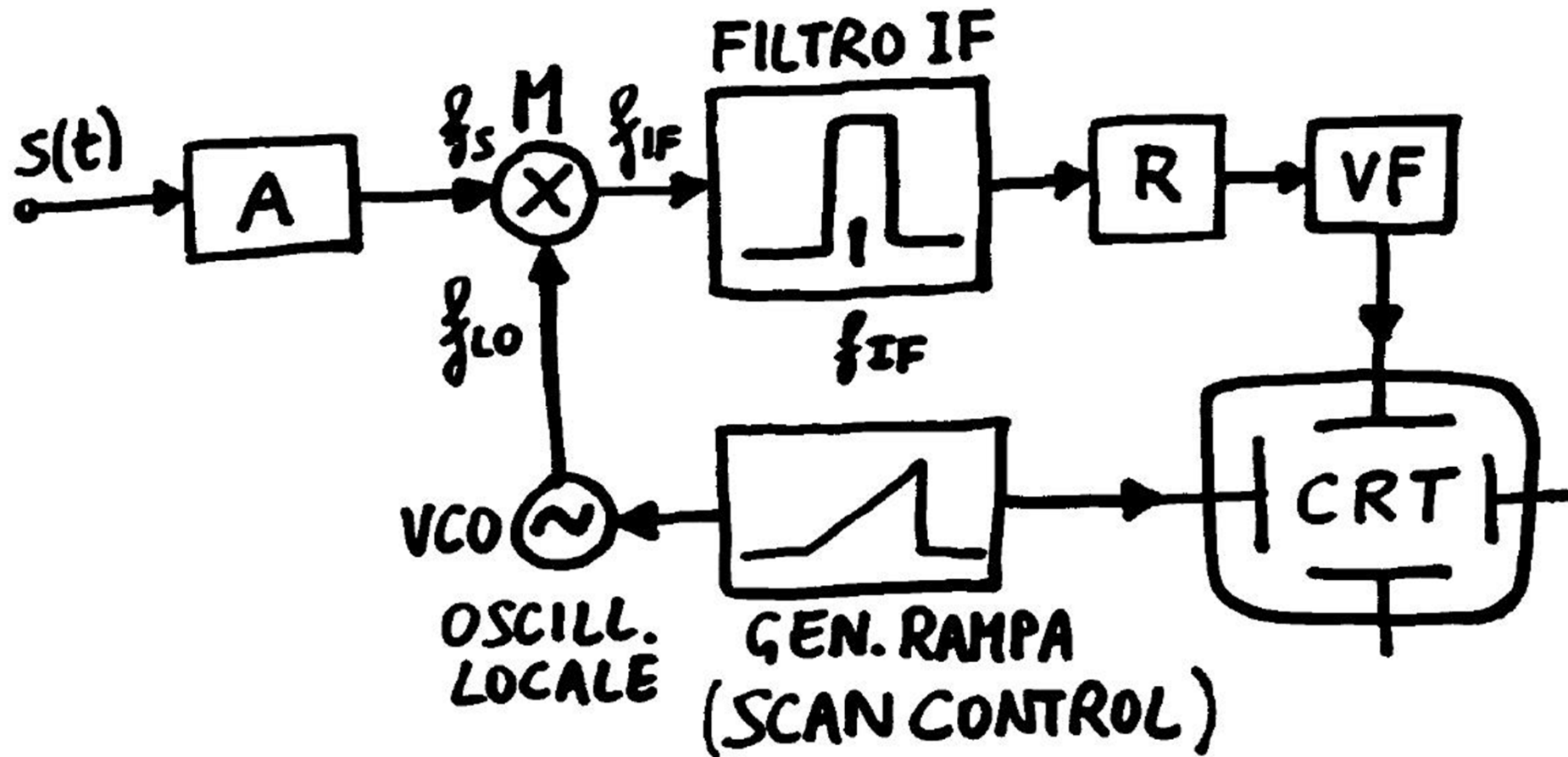


FILTRO A SINTONIA FISSA

$$\Rightarrow \Delta f = RBW = \text{cost.}$$

ANALISI SEQUENZIALE (si muove / modula lo spettro facendolo passare attraverso il filtro)

AS a eterodina (2/2)



$$f_{IF} = |f_{LO} \pm f_S| \quad \xrightarrow{?} \quad f_{IF} = f_{LO} - f_S$$

non $f_{IF} = f_{LO} + f_S$
non $f_{IF} = f_S - f_{LO}$

Pb. frequenza immagine (es. $f_S = f_{IF} + f_{LO}$ "da evitare")

Modulazione (1/2)

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad \text{Eulero}$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{e^{j\beta} - e^{-j\beta}}{2j}$$

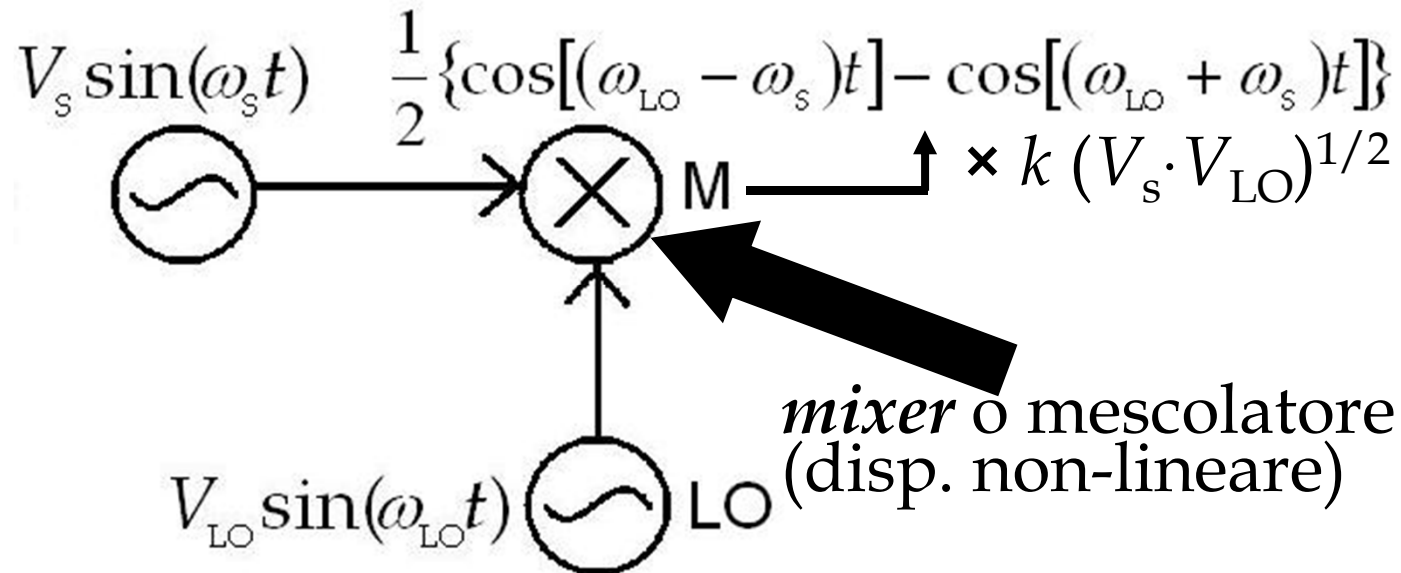
$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{4} (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) (e^{j\beta} + e^{-j\beta}) =$$

$$= \frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} + e^{j(\alpha-\beta)} + e^{j(-\alpha+\beta)} + e^{j(-\alpha-\beta)}] =$$

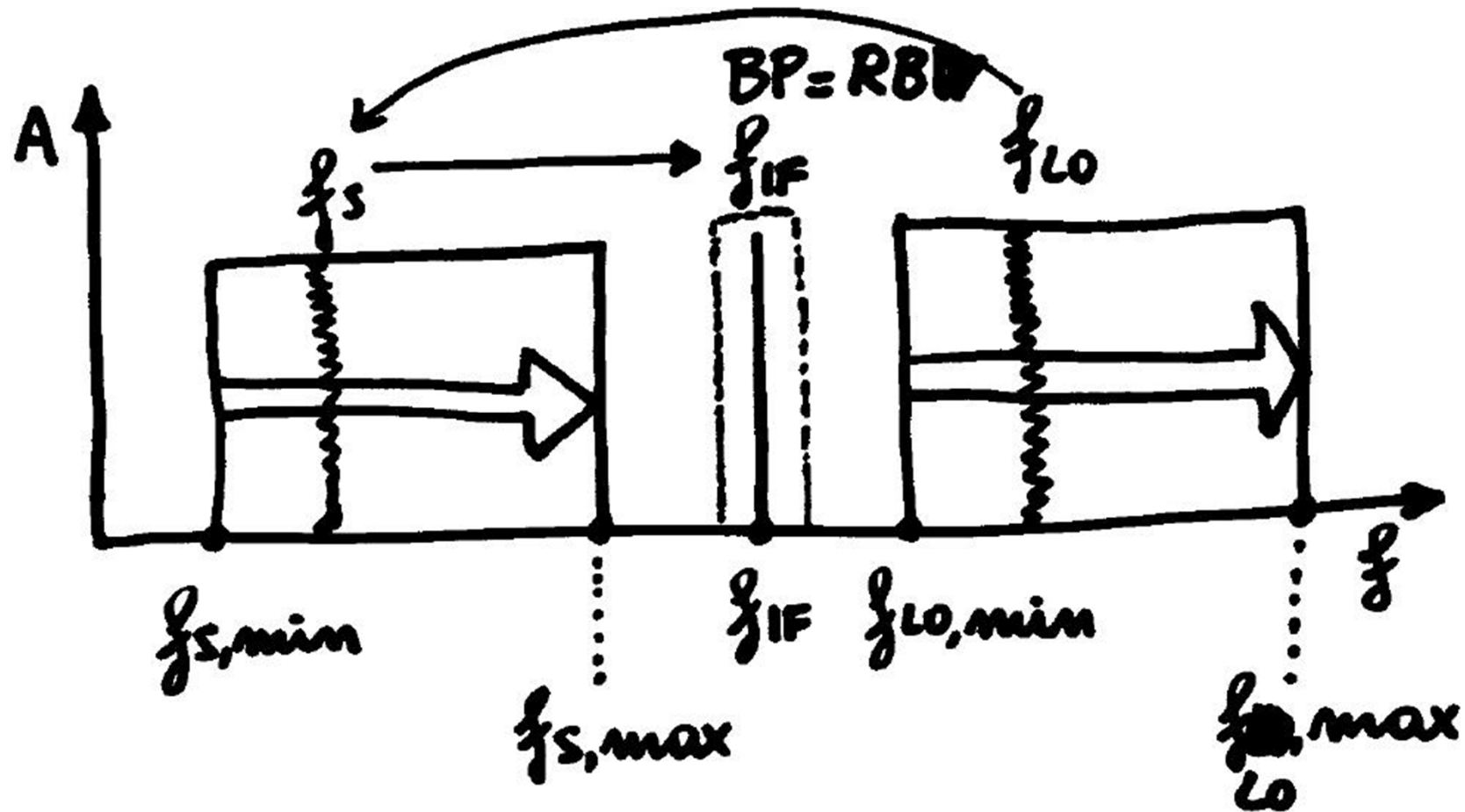
$$= \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} \quad \text{somma e differenza}$$

Modulazione (2/2)

$$\begin{aligned}
 \sin \alpha \sin \beta &= -\frac{1}{4} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) (e^{j\beta} - e^{-j\beta}) = \\
 &= -\frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} - e^{j(\alpha-\beta)} - e^{-j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)}] = \\
 &= \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2} \quad \text{differenza e somma}
 \end{aligned}$$



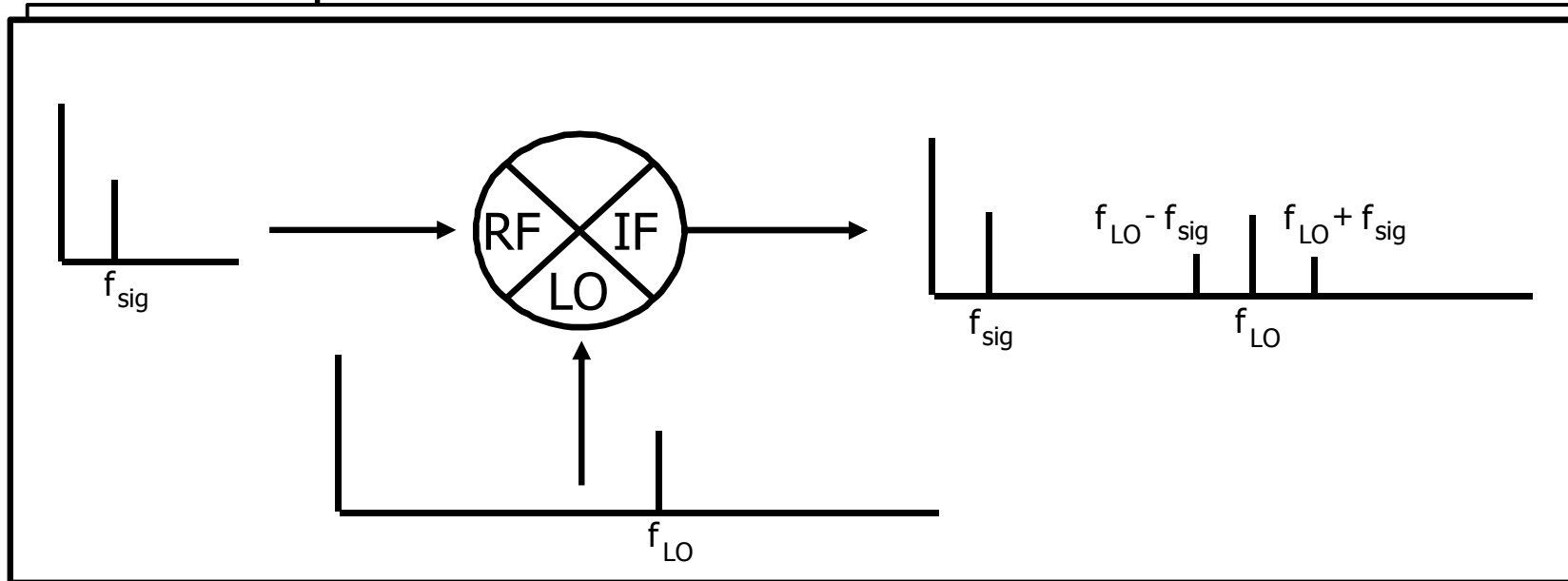
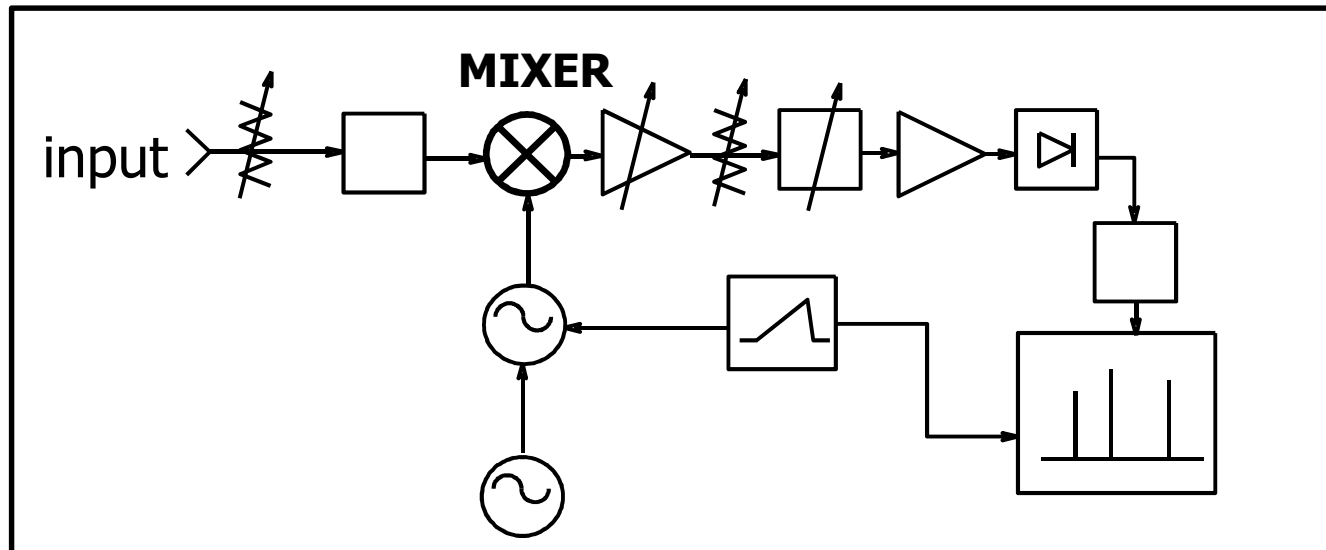
Selezione della frequenza intermedia



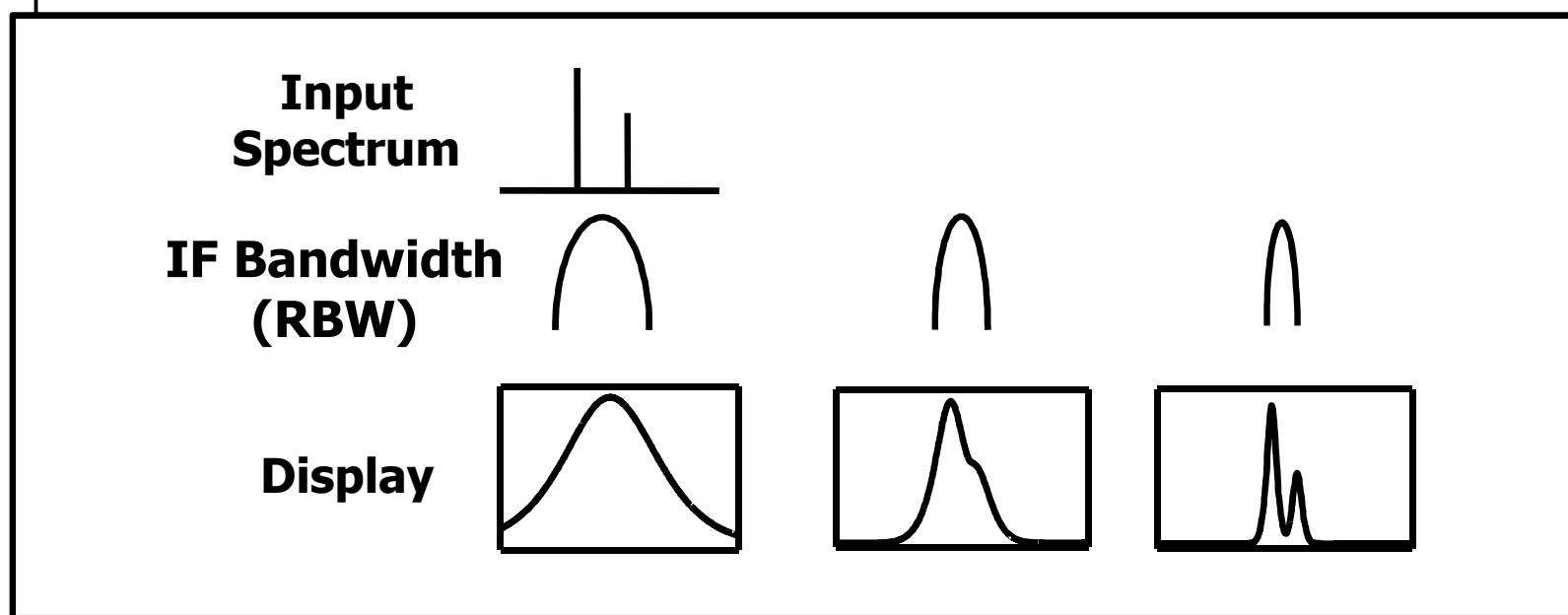
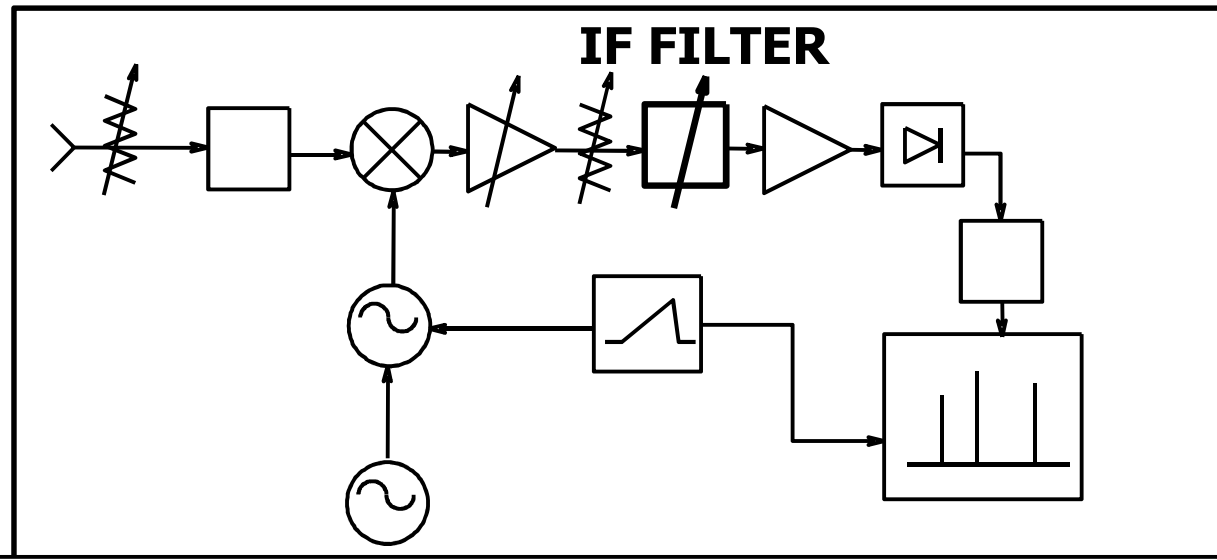
Se $f_{LO} > f_{IF} > f_s$
 allora $f_{IF} = f_{LO} - f_s$

e così si elimina la
 frequenza immagine

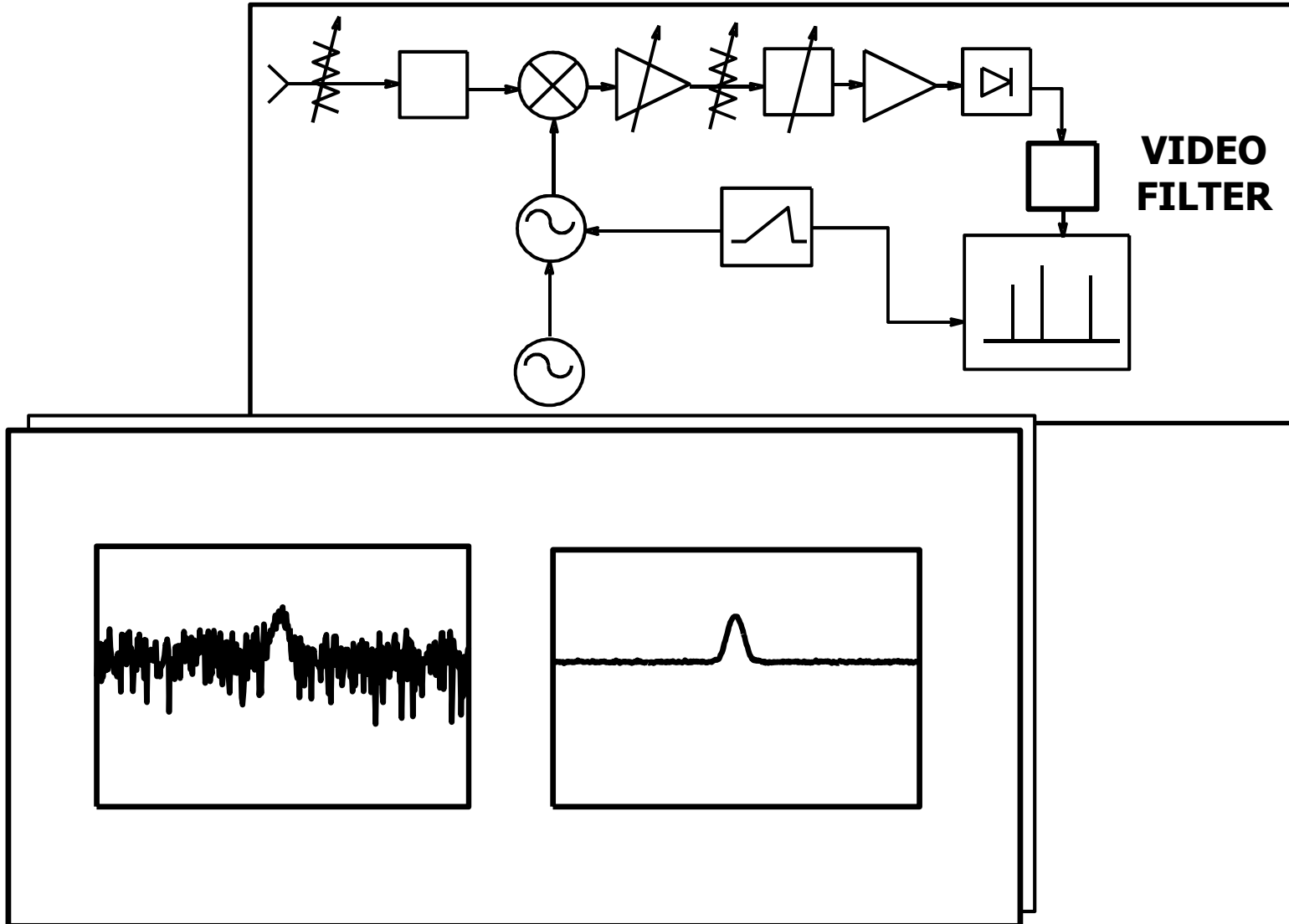
Mixer



Filtro a frequenza intermedia



Video Filter

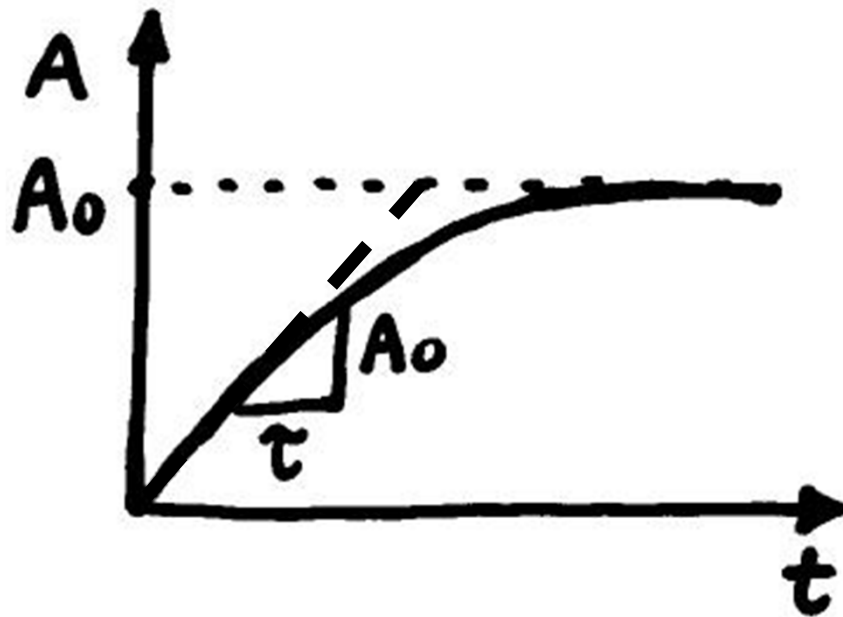
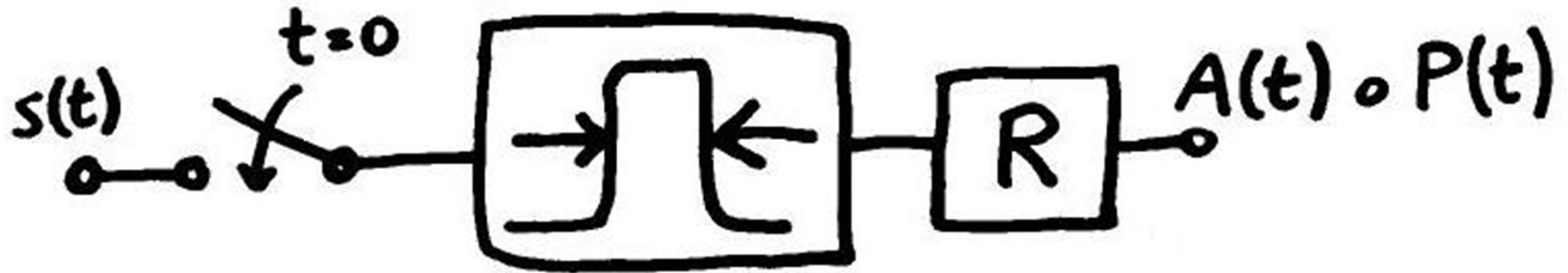


Filtri stretti (RBW “piccola”)

Filtri a IF stretti danno una elevata risoluzione spettrale ma richiedono tempi lunghi di analisi (Pb. di “non stazionarietà” del segnale)

$$\text{BANDA} \propto \frac{1}{\text{TEMPO}}$$

Selettività e t. di assestamento (1/3)



$$A(t) = A_0(1 - e^{-t/\tau})$$

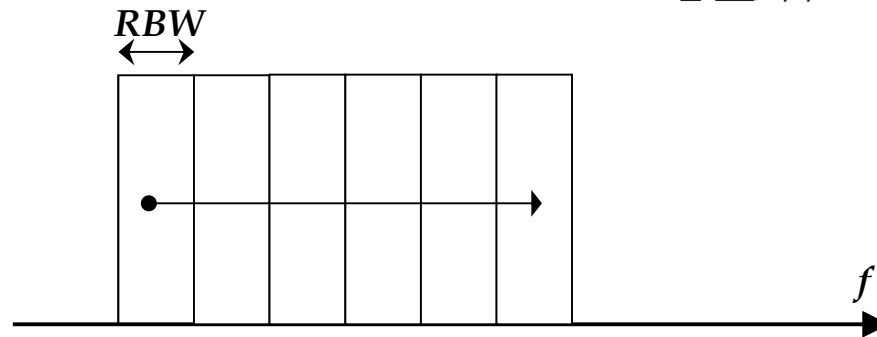
$$\tau \approx k \frac{1}{RBW}$$

La risposta di filtro + rivelatore non è istantanea

Selettività e t. di assestamento (2/3)

La velocità di scansione, $SS = [\text{Hz/s}]$, è limitata da:

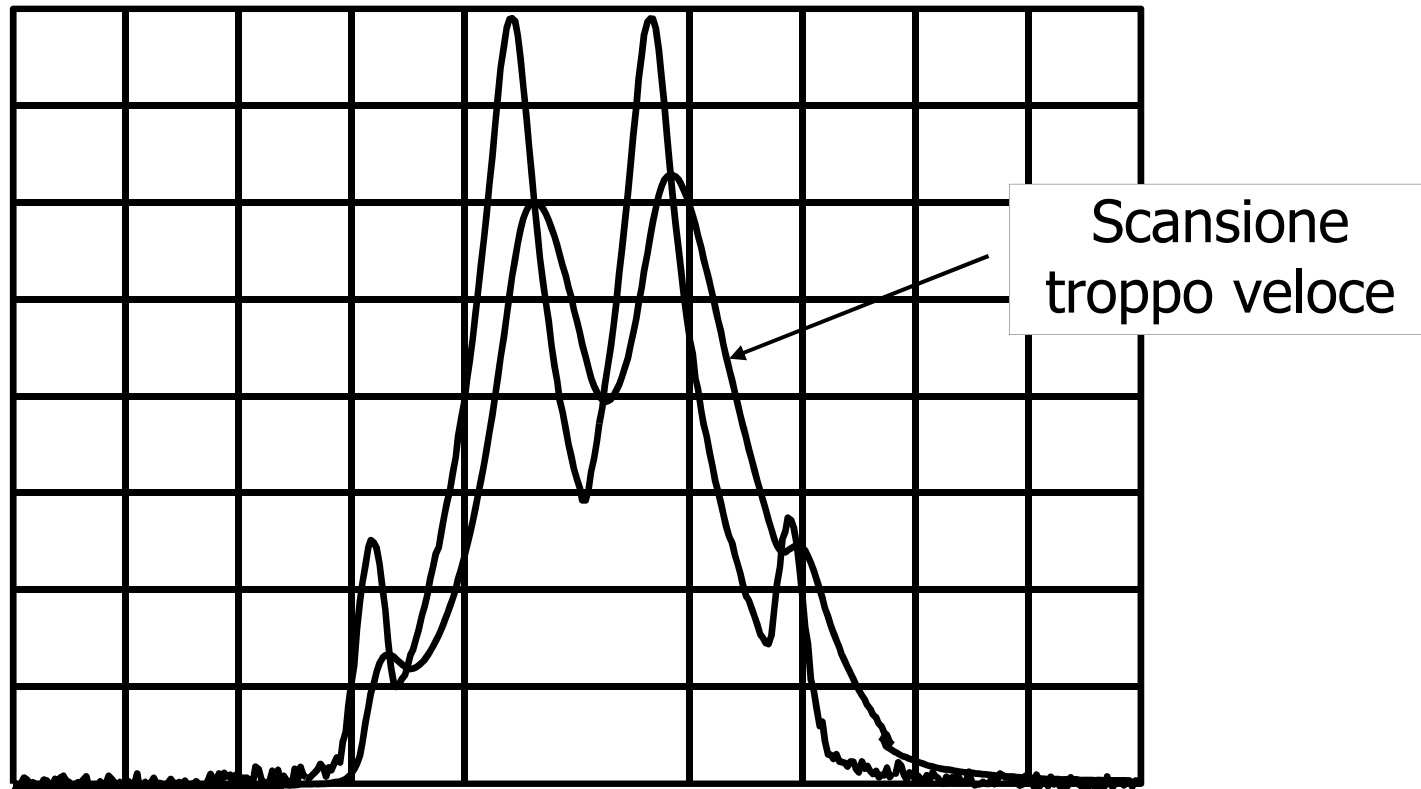
$$MT \approx \tau \approx k \frac{1}{RBW}$$



$$ST = N \times MT \approx k \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW^2}$$

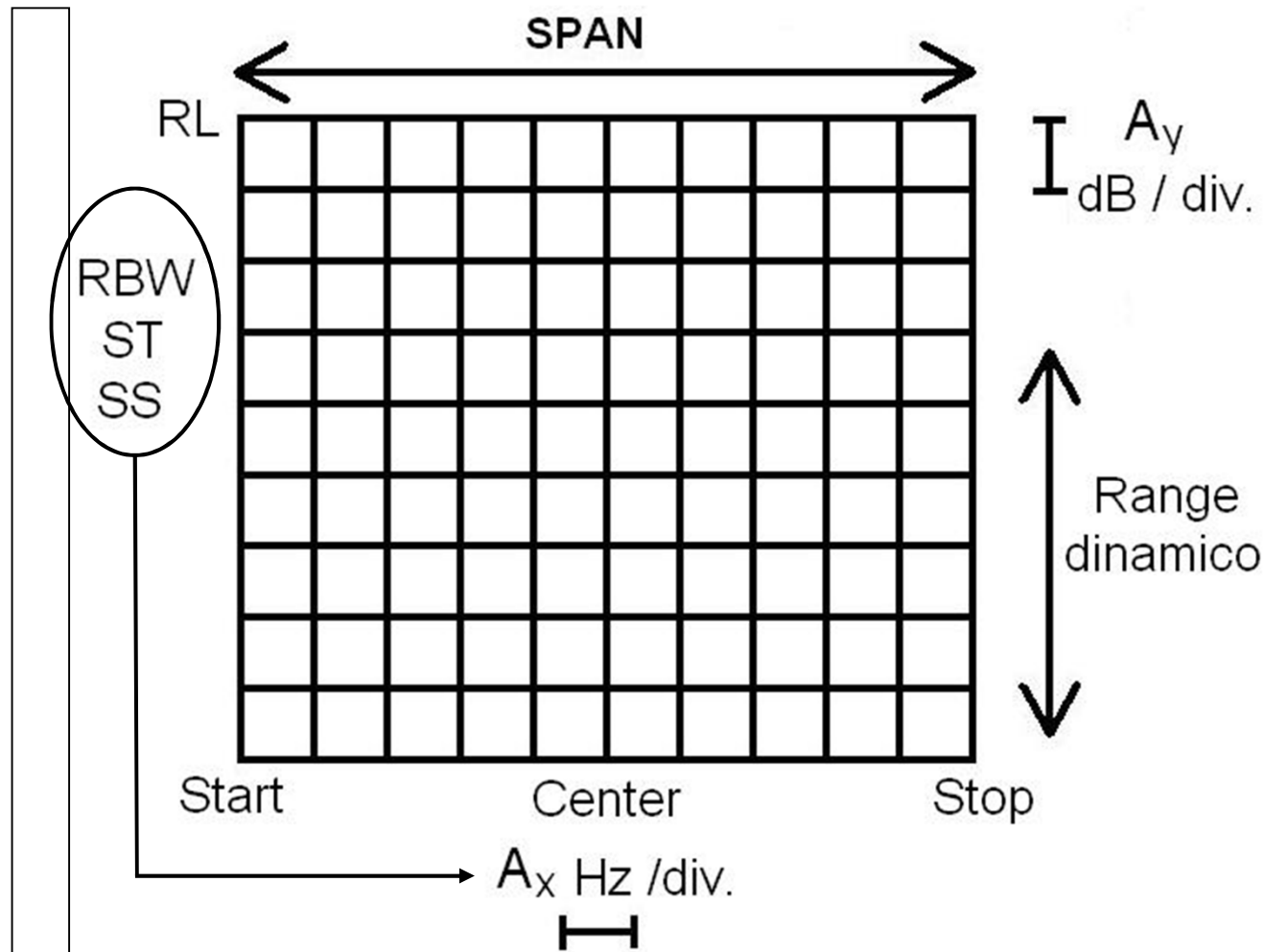
A *span* fissato, il tempo di scansione cresce quadraticamente al diminuire di *RBW*

Selettività e t. di assestamento (3/3)



Se la scansione è troppo veloce la misura è ancora effettuabile, ma perde la calibrazione (picchi più bassi e *shift* delle frequenze)

Parametri di misura di un AS (1/2)



10 DIV orizzontali
10 DIV verticali

ascisse: FREQUENZA [Hz]
ordinate: POTENZA [dBm]

Parametri di misura di un AS (2/2)

REFERENCE LEVEL $RL = [\text{dBm}]$

FREQUENCY SPAN $\Delta f_{\text{span}} = f_{\text{stop}} - f_{\text{start}} = [\text{Hz}]$

RESOLUTION BANDWIDTH $RBW = [\text{Hz}]$

(EQUIVALENT) POINTS $N = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW} [1]$

MEASUREMENT TIME $MT \approx \tau \approx k \frac{1}{RBW} [s]$

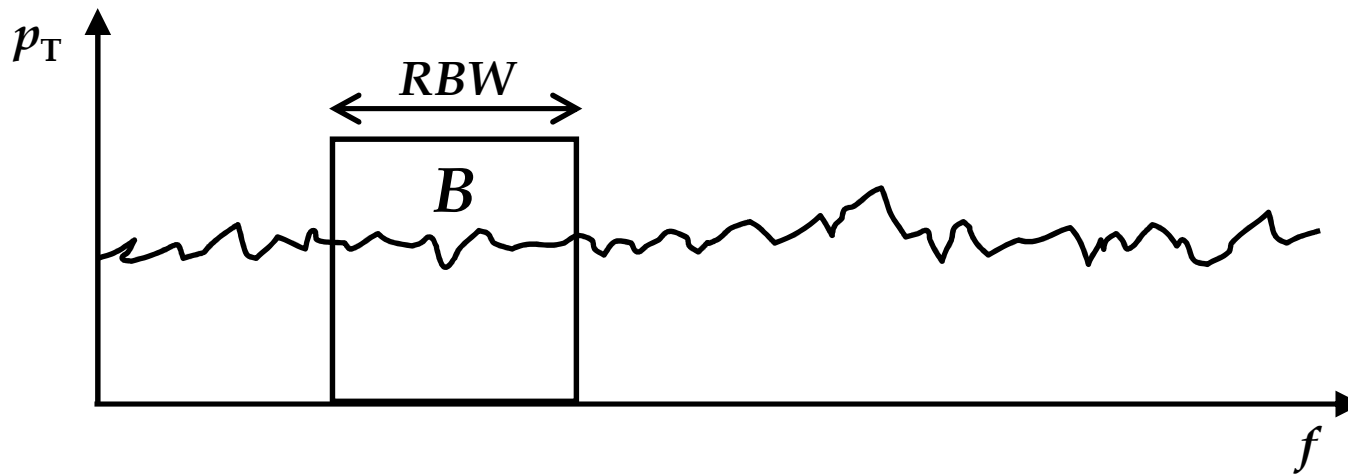
SWEEP TIME $ST = N \cdot MT \approx k \frac{\Delta f_{\text{span}}}{(RBW)^2} [s]$

SWEEP SPEED $SS = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{ST} \approx \frac{RBW}{MT} \approx \frac{RBW^2}{k} \left[\frac{\text{Hz}}{\text{s}} \right]$

Rumore termico e fondo di rumore (1/3)

$p_T = kT$ densità spettrale $\left[\frac{W}{Hz} \right]$ (rumore "bianco")

$k = 1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{W}{Hz K} = \frac{J}{K} \right]$ costante di Boltzmann



$P_T = p_T B = kTB$ [W] rumore termico in una banda B

Rumore termico e fondo di rumore (2/3)

per $T = 290$ K (+ 17 °C) ~ temp. ambiente

si ha $p_T \cong 4 \times 10^{-21}$ W/Hz \cong **-174 dBm/Hz**

$$P_T = kT \times RBW \quad P_T |_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \left[\frac{kT \times RBW}{1 \text{ mW}} \right] =$$
$$= 10 \log_{10} \left[\frac{kT \times (1 \text{ Hz})}{1 \text{ mW}} \frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right] =$$
$$= -174 \text{ dBm} + 10 \log_{10} \left[\frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right]$$

Esempio :

$$RBW_1 = 100 \text{ kHz} = +50 \text{ dBHz}$$

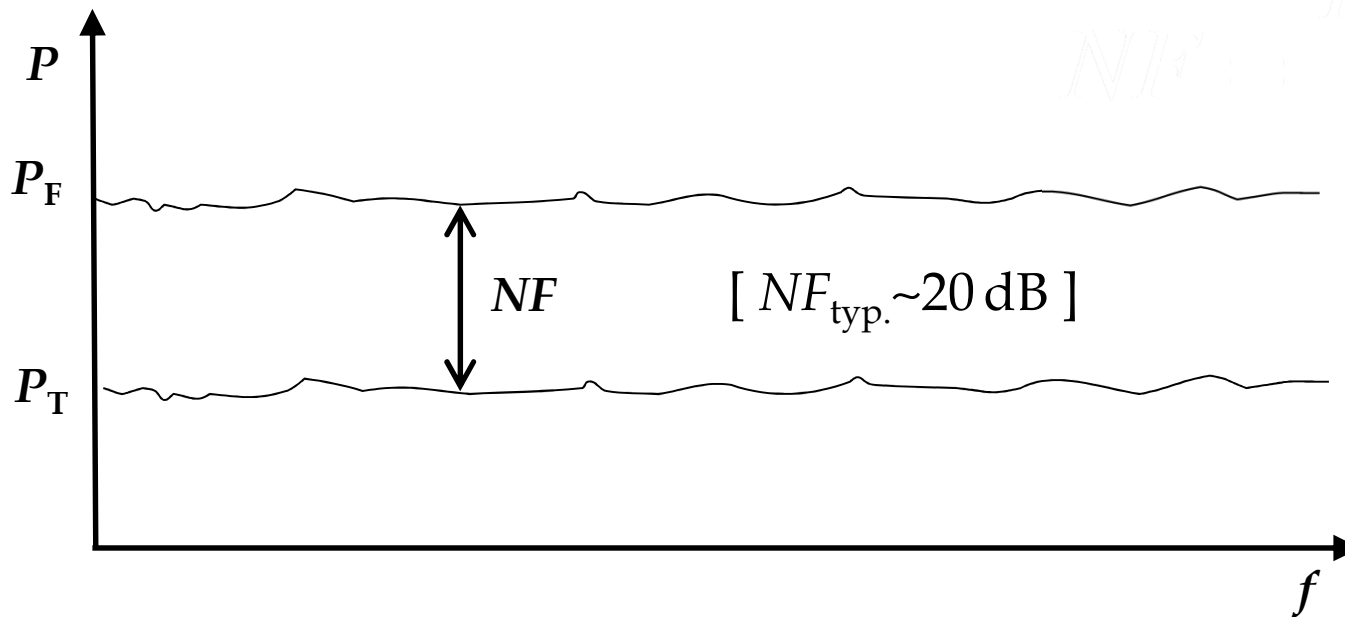
$$RBW_2 = 1 \text{ kHz} = +30 \text{ dBHz}$$

$$P_{T1} = -174 \text{ dBm} + 50 \text{ dB} = -124 \text{ dBm}$$

$$P_{T2} = -174 \text{ dBm} + 30 \text{ dB} = -144 \text{ dBm}$$

Rumore termico e fondo di rumore (3/3)

Noise Figure, NF (in numero o in dB) ci dice di quanto il rumore complessivo (termico+elettronico), detto "**fondo di rumore**", è superiore al "**solo**" **rumore termico** valutato alla temperatura di 290 K



$$P_F = P_T \cdot NF \quad \text{o in decibel} \quad P_{F,(dBm)} = P_{T,(dBm)} + NF_{(dB)}$$

Esempio (1/5)

AS che opera a $T \sim$ temp. ambiente ~ 290 K

$$RBW_1 = 100 \text{ kHz}$$

$$RBW_2 = 1 \text{ kHz}$$

Calcolare la "***SENSIBILITA'*** dell' AS" (ovvero il minimo segnale rivelabile). Ad es. si valuti se si riesce a rivelare una sinusoide da 100 nV (rms value).

$$P_T = p_T \times RBW = kT \times RBW \quad \dots \text{e immaginando } NF=1=0 \text{ dB!!!}$$

$$P_{\min,1} \approx -174 \text{ dB[m/Hz]} + 50 \text{ dB[Hz]} = -124 \text{ dBm}$$

$$P_{\min,2} \approx -174 \text{ dB[m/Hz]} + 30 \text{ dB[Hz]} = -144 \text{ dBm}$$

Esempio (2/5)

$$P_{\min,1} = -130 \text{ dBm} + 6 \text{ dB} = 4 \times 10^{-16} \text{ W} = 400 \text{ aW}$$

$$P_{\min,2} = -150 \text{ dBm} + 6 \text{ dB} = 4 \times 10^{-18} \text{ W} = 4 \text{ aW}$$

Se il segnale da misurare è una sinusoide con ampiezza efficace $V_{s,\text{eff}} = 100 \text{ nV}$ ed è misurato su $R = 50 \Omega$, si avrà una potenza del segnale

$$P_s = \frac{V_{s,\text{eff}}^2}{R} = \frac{V_p^2}{2R} = 2 \times 10^{-16} \text{ W} = 200 \text{ aW} = -127 \text{ dBm}$$

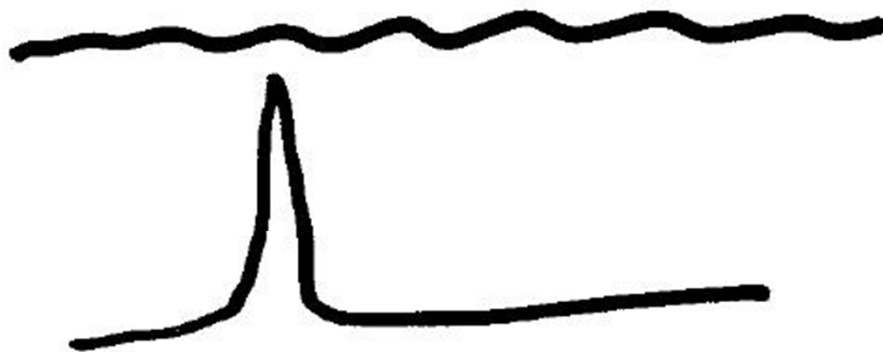
Esempio (3/5)

Nel primo caso ($RBW_1 = 100 \text{ kHz}$)

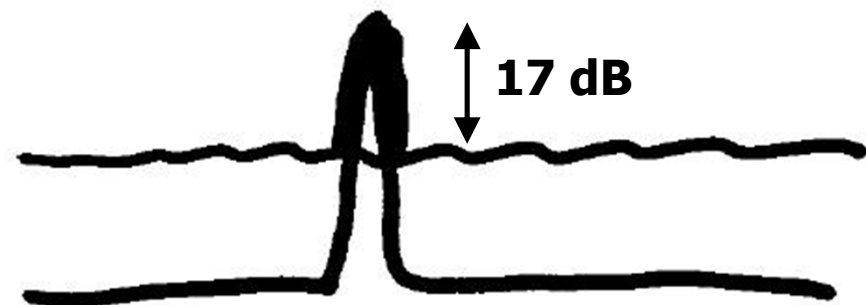
$$P_{\text{noise}} = 400 \text{ aW} > P_s = 200 \text{ aW}$$

Nel secondo caso ($RBW_2 = 1 \text{ kHz}$)

$$P_{\text{noise}} = 4 \text{ aW} \ll P_s = 200 \text{ aW}$$



1° CASO



2° CASO

(larghezze di riga...)

Esempio (4/5)

Se poi l'AS ha una figura di rumore $NF=17$ dB, tutti i valori del fondo di rumore dei casi precedenti devono essere innalzati di 17 dB (o moltiplicati per un fattore 50 in unità lineari):

Nel primo caso* ($RBW_1 = 100$ kHz)

$$*P_{\text{noise}} = 400 \text{ aW} \cdot 50 = 20 \text{ fW} \gg P_s = 200 \text{ aW}$$

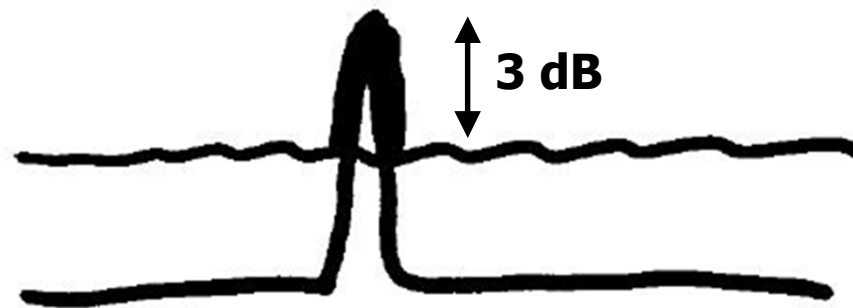
Nel secondo caso* ($RBW_2 = 1$ kHz)

$$*P_{\text{noise}} = 4 \text{ aW} \cdot 50 = 200 \text{ aW} = P_s = 200 \text{ aW}$$

Quando due potenze uguali si sommano, come in quest'ultimo caso, la potenza risultante è il doppio e dunque 3 dB più alta di ciascuno dei valori sommati

Esempio (5/5)

Con $RBW_2=1$ kHz e $P_s = P_{\text{noise}} = 200$ aW = -127 dBm dalla somma $P_{\text{tot}}=P_s+P_{\text{noise}}$ entro la banda del filtro si ottiene $P_{\text{tot}}=-124$ dBm, e quindi il picco della riga di segnale si troverà a +3 dB sopra il rumore di fondo

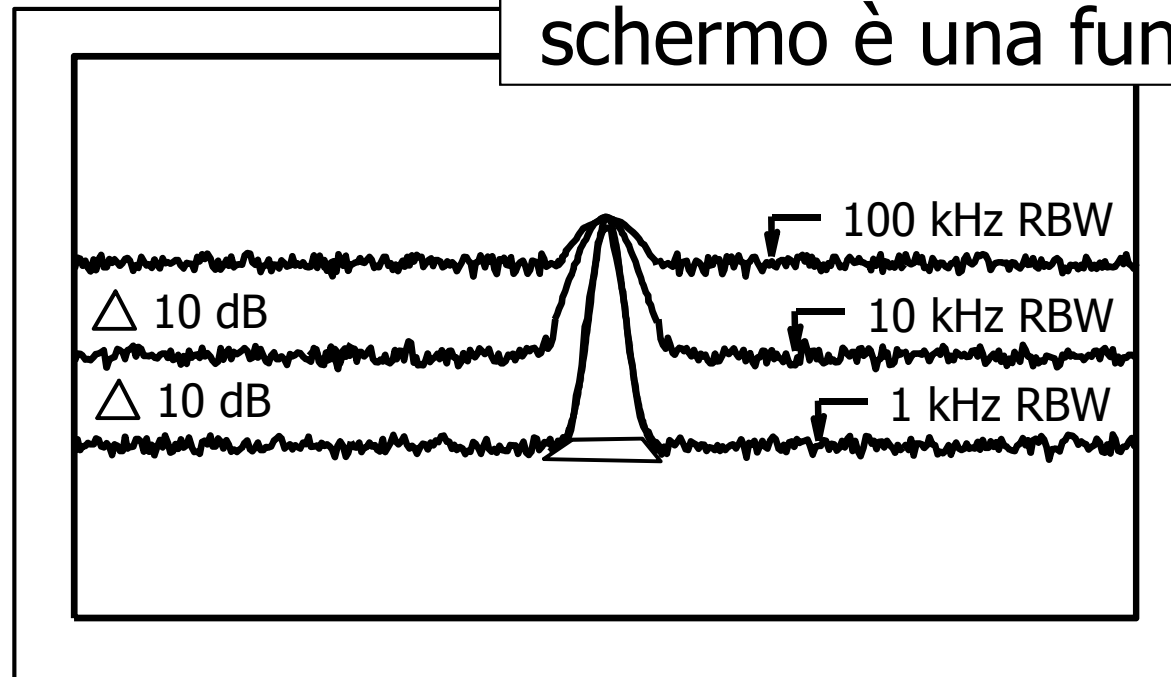


2° CASO*

Si può ritenere che il minimo segnale rivelabile coincide con il livello del rumore di fondo se si è in grado di riconoscere un innalzamento di 3 dB della traccia dell'AS dal livello del rumore bianco (dipende anche dalla rumorosità della traccia)

Effetto di RBW sul fondo di rumore

Il livello del rumore di fondo sullo schermo è una funzione della RBW



$$ST_{100\text{kHz}} = ST_{\text{"min"}}$$

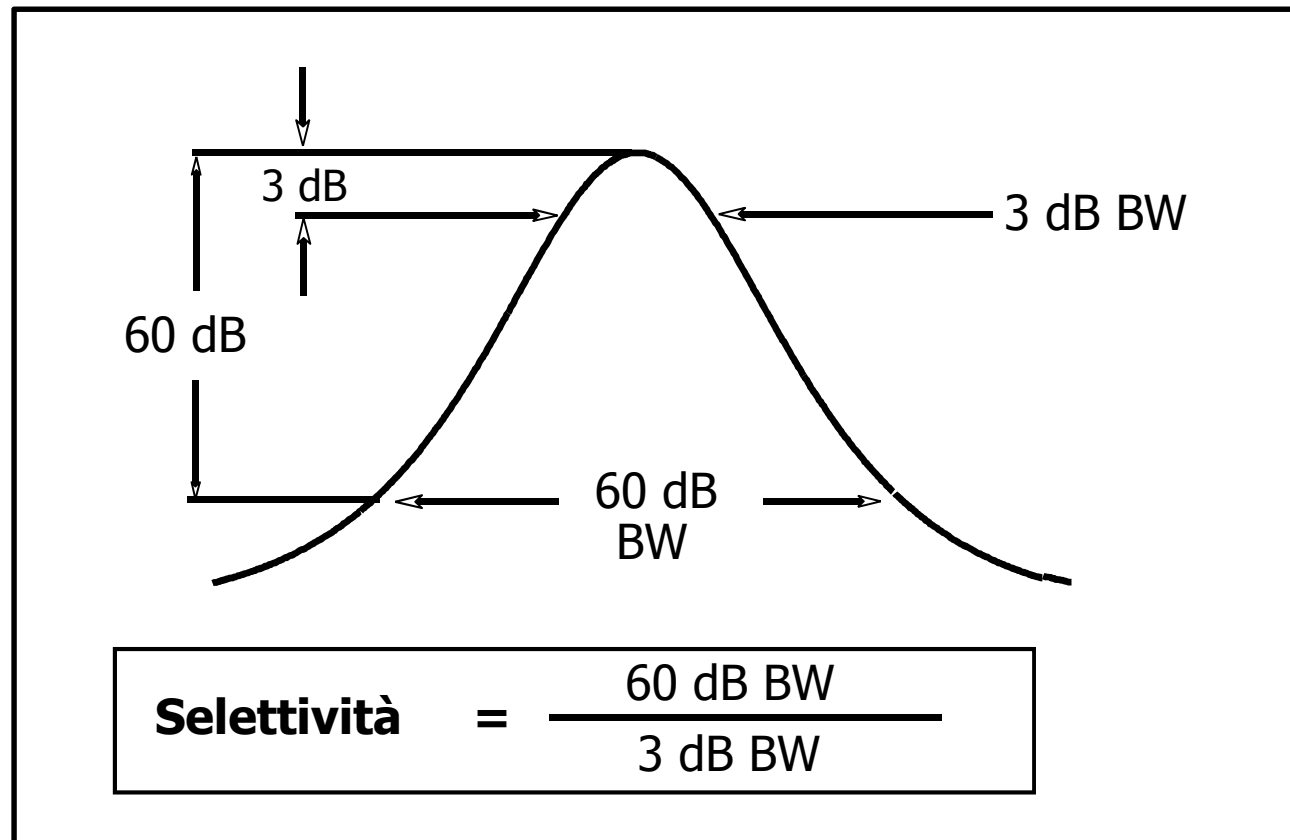
$$ST_{10\text{kHz}} = 10^2 \times ST_{\text{"min"}}$$

$$ST_{1\text{kHz}} = 10^4 \times ST_{\text{"min"}}$$

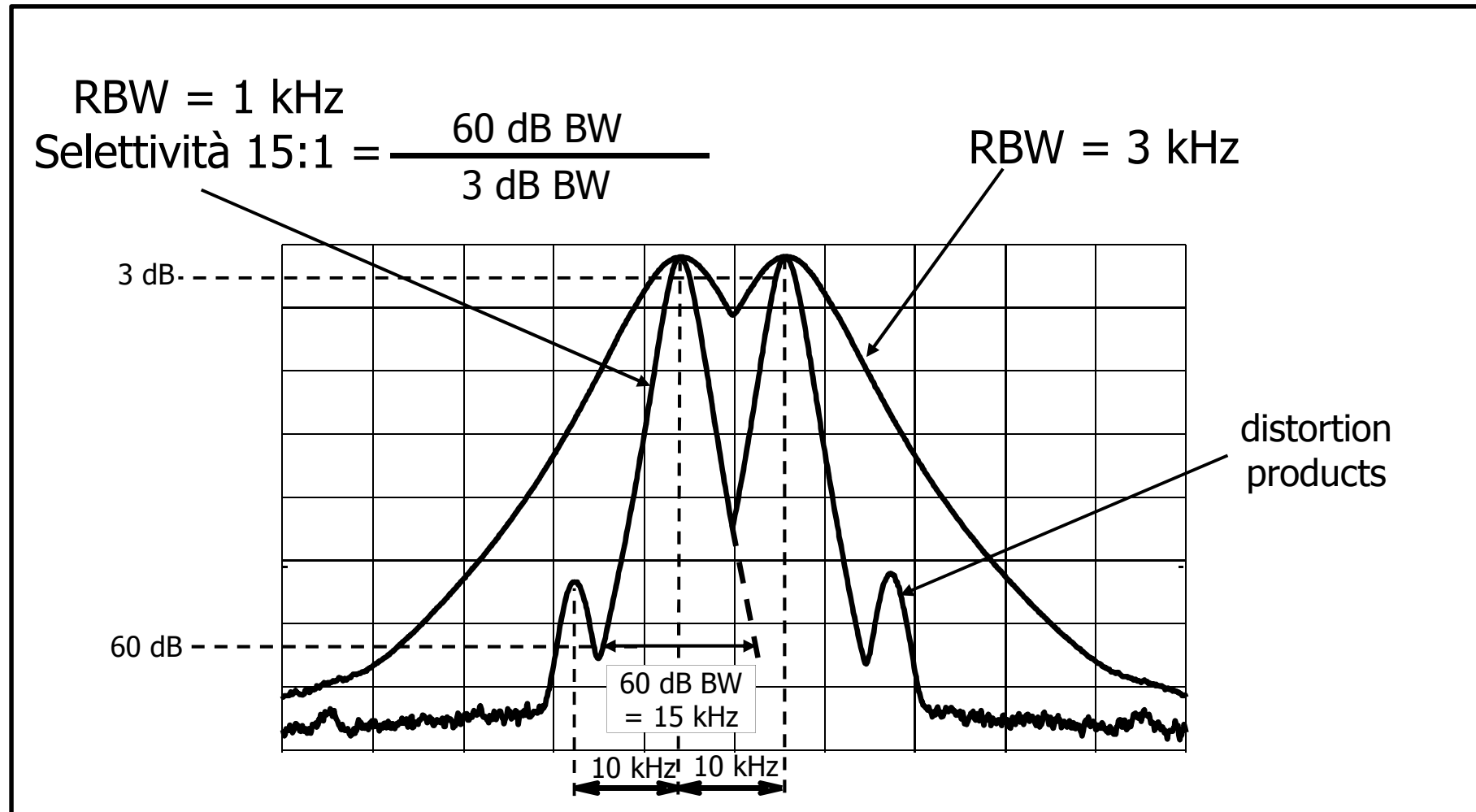
Diminuendo la RBW scende il fondo di rumore
ma aumenta significativamente il tempo di scansione

Selettività del filtro a IF

Il filtro a IF è progettato per avere una forma quasi gaussiana. L'allargamento del filtro è quantificato attraverso la sua **selettività**, che tipicamente vale 10-15 per filtri analogici (per Gaussiana è 20).

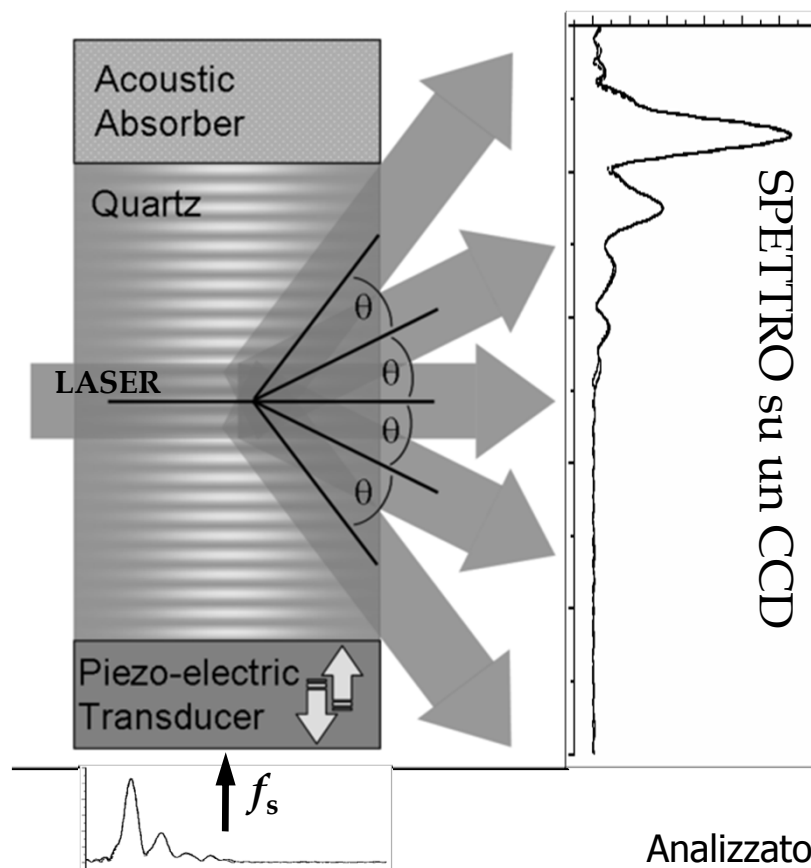


Esempio di schermata di AS



AS elettronico alla Bragg

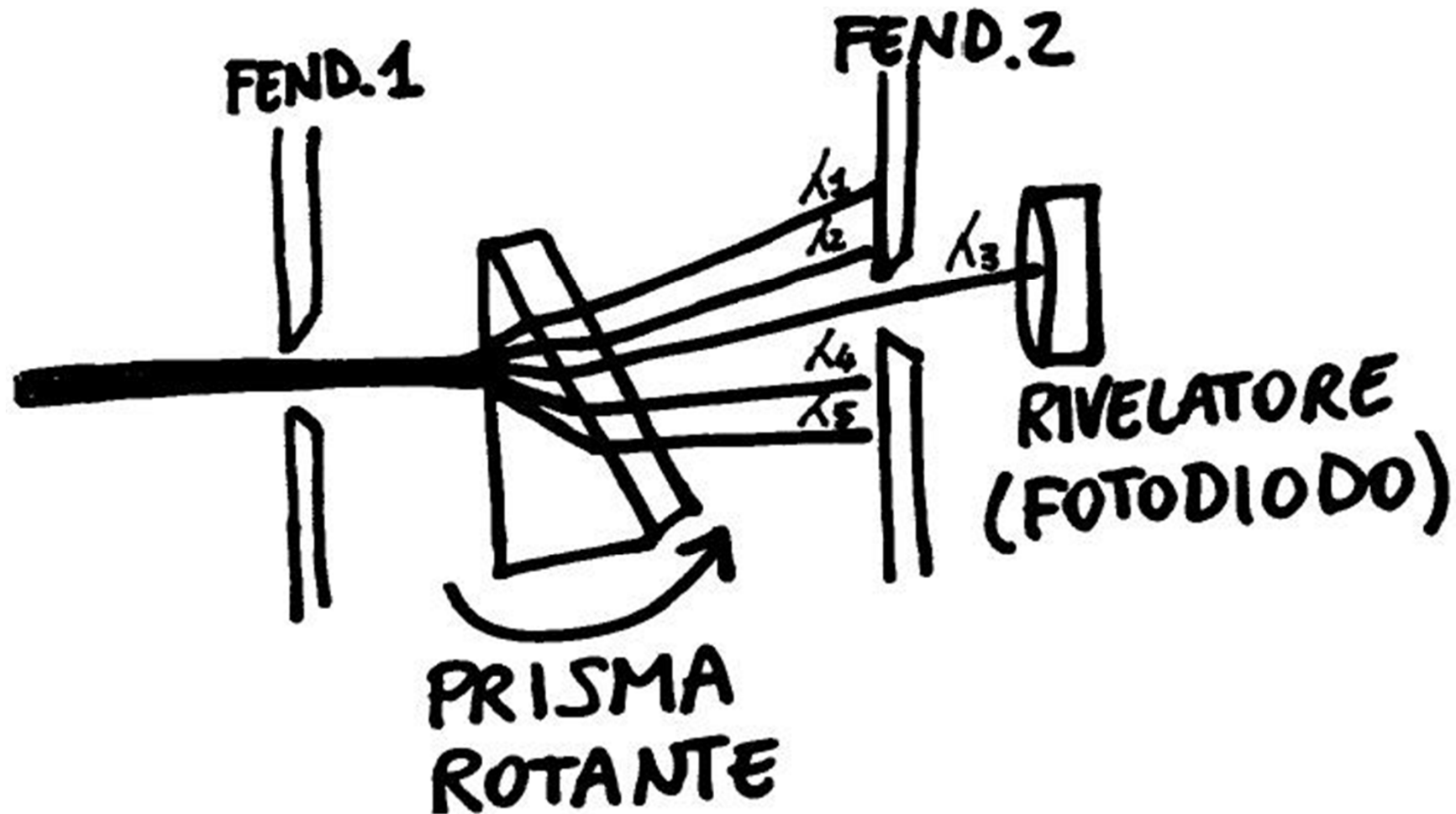
Un fascio laser attraversa una lamina di quarzo sottoposta a un'onda elastica ("acustica") prodotta da un attuatore piezoelettrico (PZT) comandato dal segnale di tensione di cui si vuole misurare lo spettro



Il fascio diffratto lascia il cristallo a un angolo che dipende dalla lunghezza d'onda λ_s dell'onda elastica (e dunque della frequenza $f_s = v_s / \lambda_s$ del segnale di comando del PZT):
 $\sin \theta = (m \lambda_{\text{laser}} / 2 \lambda_s)$ e dunque
 $\sin \theta \approx \theta = (\lambda_{\text{laser}} / 2 v_s) \cdot f_s \quad (m=1)$
con deflessione $\theta \propto f_s$

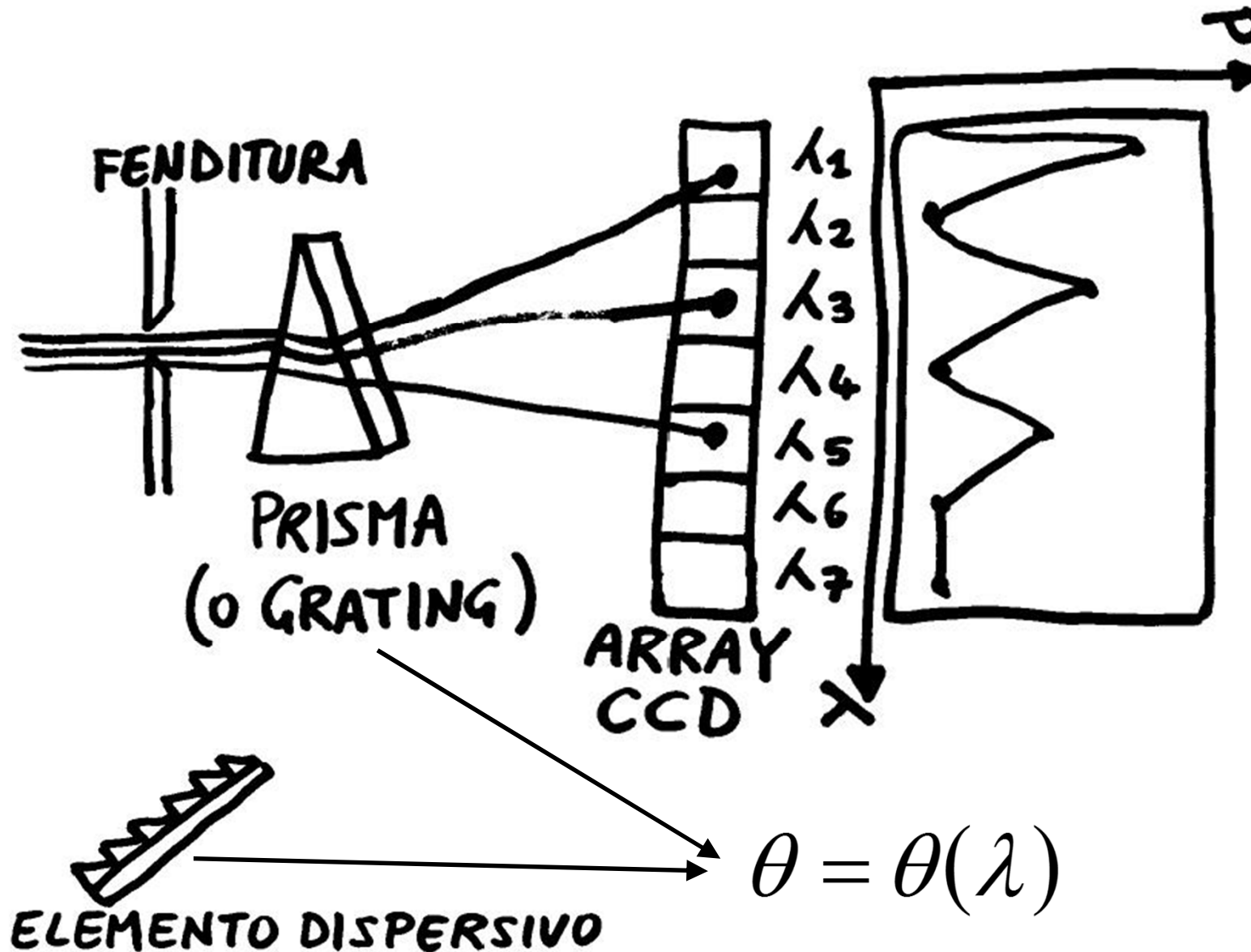
Banda \approx MHz!!!
(analisi parallela)

AS ottico (sequenziale)



Si trasmettono in successione su un unico rivelatore le diverse lunghezze d'onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$

AS ottico (parallelo)



AS a FFT: Trasformata di Fourier Discreta

L'analisi spettrale si può ottenere per elaborazione numerica di segnali acquisiti nel tempo

Avendo a disposizione N valori campionati del segnale nel tempo $s(t_k)=s(k\Delta t)$, è possibile ottenere i valori discreti $S(f_m)=S(m\Delta f)$ dello spettro del segnale eseguendo, con una semplice sommatoria finita, la **trasformata di Fourier discreta (DFT)**

$$S(m\Delta f) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k\Delta t) e^{-j2\pi m\Delta f \cdot k\Delta t} \Delta t \quad \overset{\Delta f=1/T=1/(N\Delta t)}{=} \quad \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{-j2\pi m \cdot k / N}$$

Tempo tot. di acq.

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

"f"

"t"

Analizzatori di Spettro

"f"

"t"

AS a FFT: dinamica e risoluzione

Da N campioni reali - "tensione" (V) - nel tempo si ottengono N campioni complessi in frequenza, però solo i primi $N/2$ sono significativi (gli altri hanno lo stesso modulo e fase opposta)

La risoluzione in frequenza Δf è pari al reciproco del tempo totale di acquisizione T

$$\mathbf{RBW} \quad \Delta f = 1 / T = 1 / (N\Delta t)$$

essendo $T = NT_c = N\Delta t$

La massima frequenza f_{Max} dello spettro è pari a

$$\mathbf{Nyquist} \quad f_{\text{Max}} = f_c / 2 = 1 / (2\Delta t) = (1/2) N \Delta f$$

essendo $f_c = 1/T_c = 1/\Delta t$

$$\mathbf{Nr.points} = \mathbf{Nyquist/RBW} = \mathbf{N/2} \quad \text{su } f \geq 0 \text{ con Re e Im}$$

AS a FFT: aliasing (1/3)

La DFT corrisponde allo spettro del segnale (spettro campionato) solo se la frequenza di campionamento ($f_c = 1/\Delta t$) rispetta il teorema di Shannon:

$$f_c = 2f_{\text{Max,ricostruzione-FFT}} > 2B = 2f_{\text{Max,segnale}}$$

(con **B banda** - massima frequenza - del segnale)

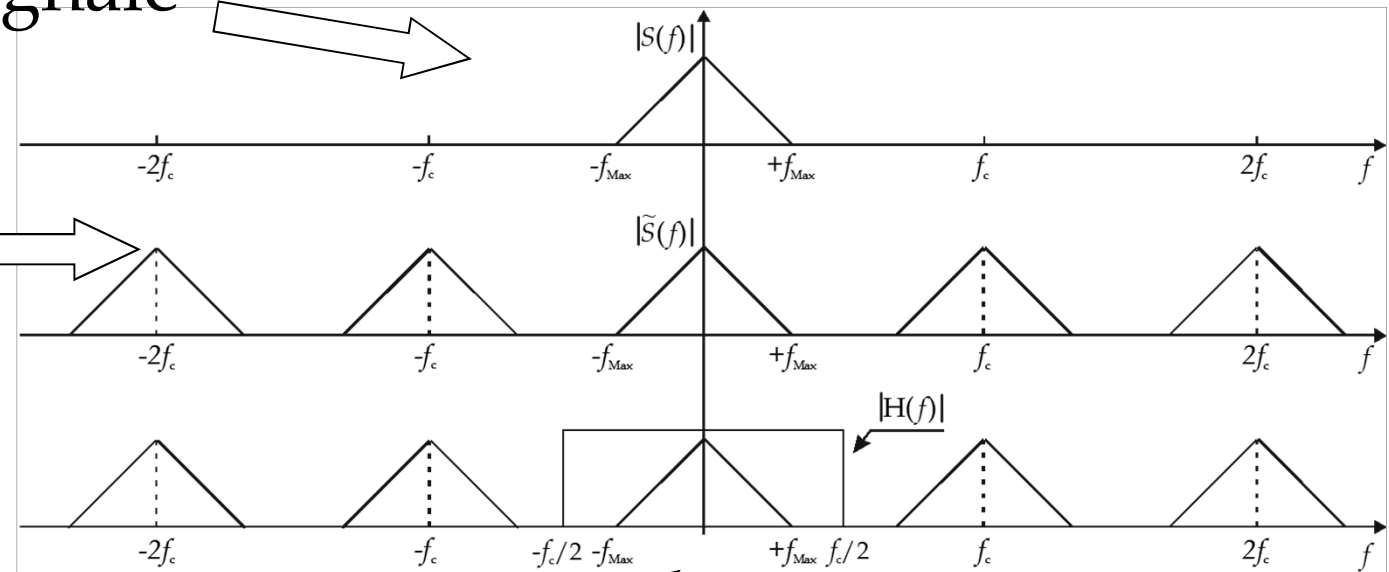
Altrimenti si verificano fenomeni di *aliasing* (poiché la discretizzazione nel tempo induce una periodicità in frequenza, non ci devono essere "sovrapposizioni" tra le varie repliche spettrali spaziate di f_c tra loro)

AS a FFT : aliasing (2/3)

CASO I: $f_c > 2B$ (con $B=f_{\text{Max}}$)

Spettro del segnale

Spettro del
segnale
campionato



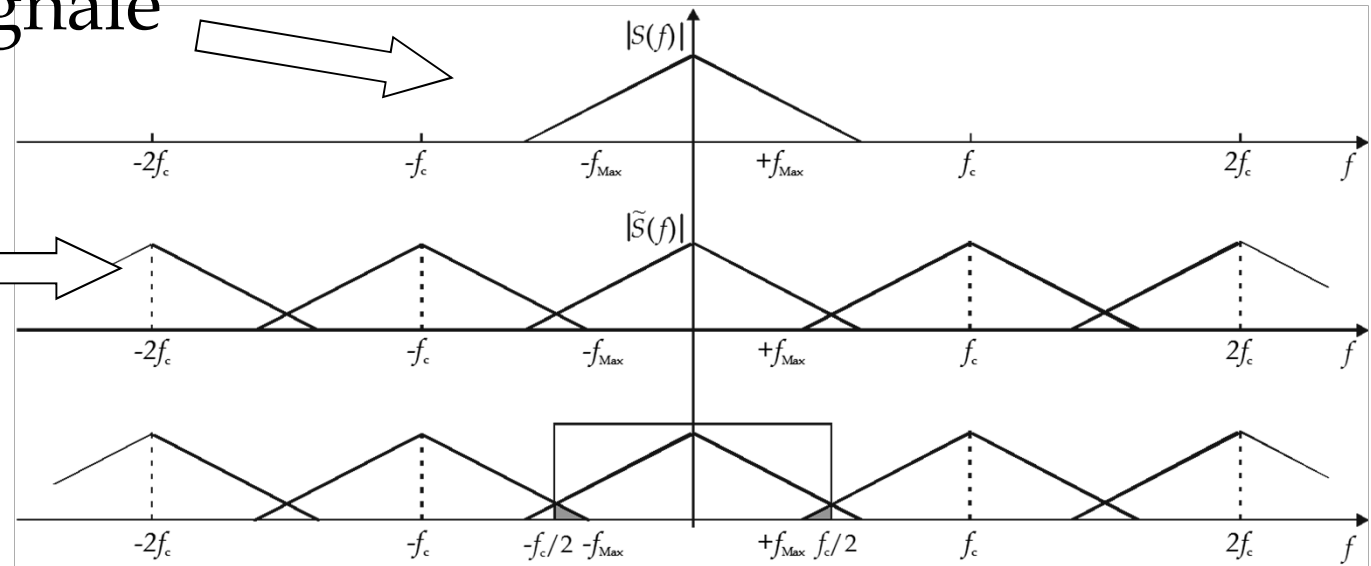
Spettro del segnale
ricostruito dopo
filtraggio

AS a FFT : aliasing (3/3)

CASO II: $f_c < 2 B$

Spettro del segnale

Spettro del
segnale
campionato



Spettro del segnale
ricostruito dopo
filtraggio

aliasing

AS a FFT: Fast Fourier Transform

Quando il numero N di campioni acquisiti è una potenza di 2 (un valore tipico è 1024), l'algoritmo DFT può essere semplificato, evitando di calcolare più volte termini identici

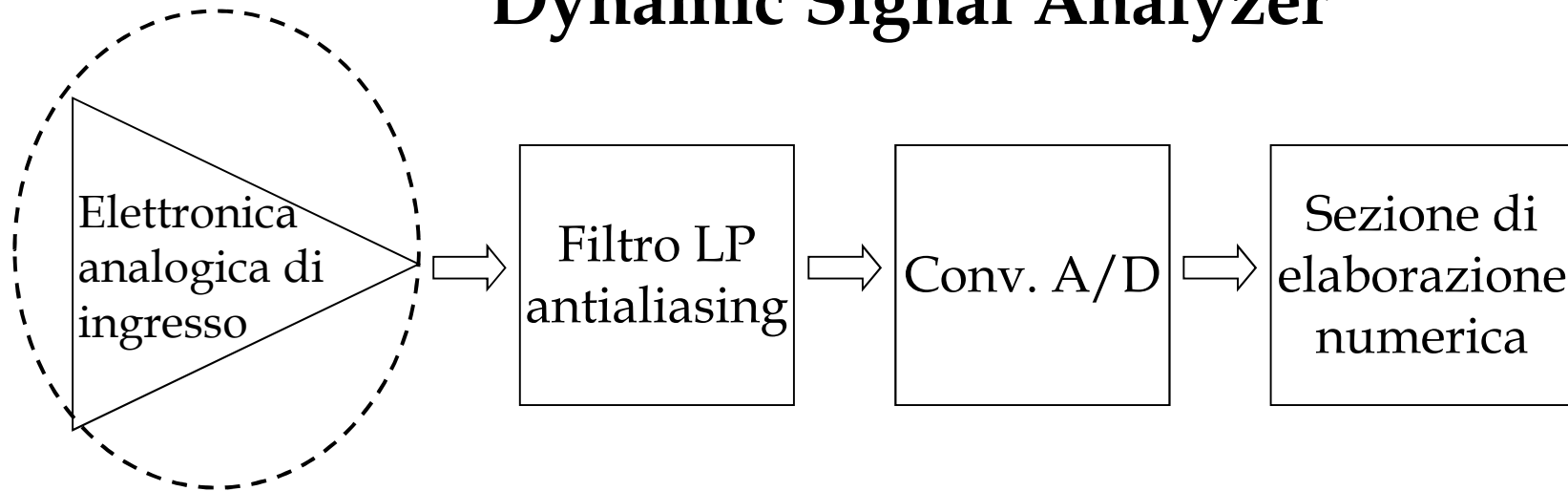
Si implementa in questo modo l'algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*), che richiede $N \log_2(N)$ operazioni invece di N^2 : è più veloce e occupa meno memoria

Quando N non è una potenza di 2, si aggiungono zeri simmetricamente (*zero padding*), a sinistra e a destra della sequenza campionata, fino a portare il numero complessivo di punti a una potenza di 2

AS a FFT: schema a blocchi

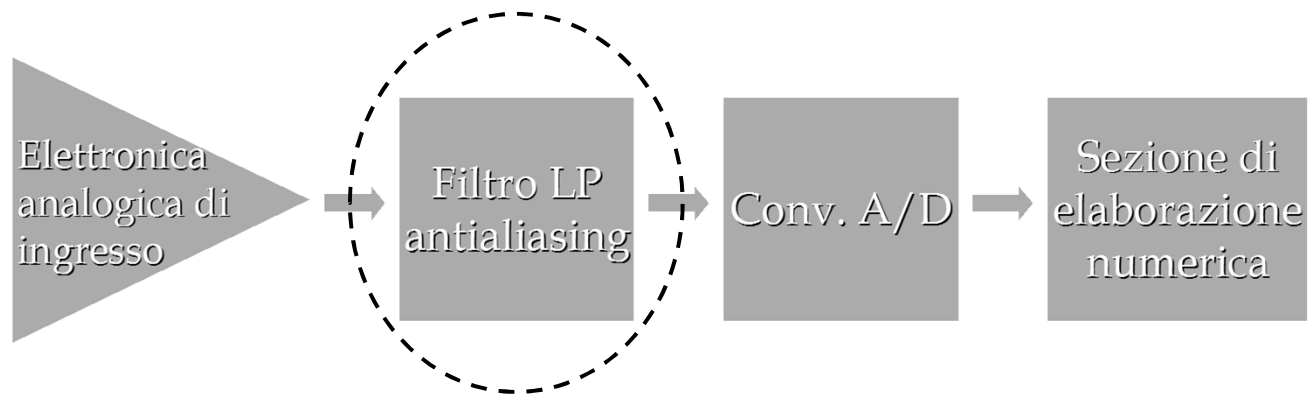
Lo strumento AS a FFT è tipicamente chiamato

Dynamic Signal Analyzer



L'elettronica di ingresso amplifica o attenua il segnale in modo da sfruttare al meglio il numero di bit del convertitore A/D entro la sua dinamica

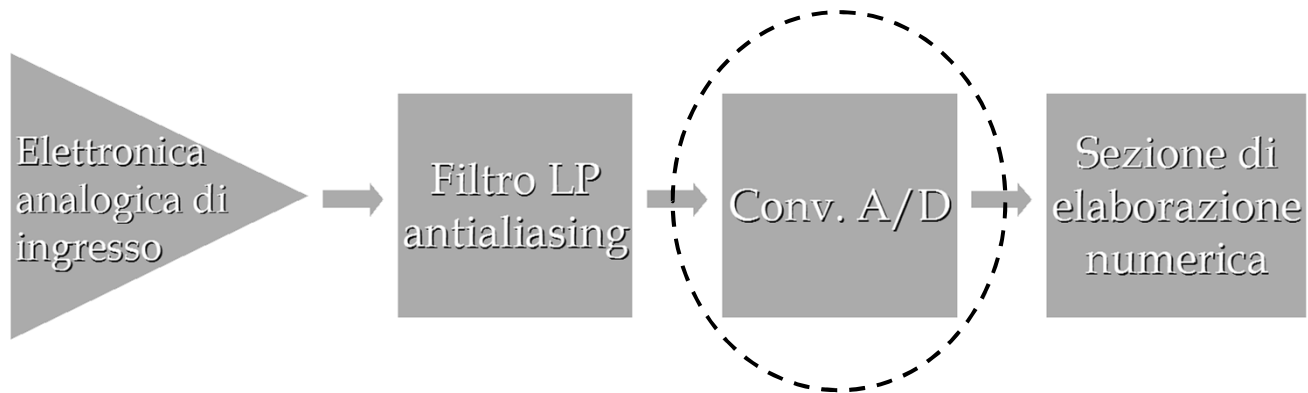
AS a FFT: filtro antialiasing



Il filtro passa basso antialiasing ha la caratteristica di essere piatto nella banda di utilizzo e scendere con pendenza molto elevata (filtro a molti poli): l'ideale sarebbe un filtro rettangolare (non realizzabile)

Serve a limitare la banda di modo che $B < f_c/2$

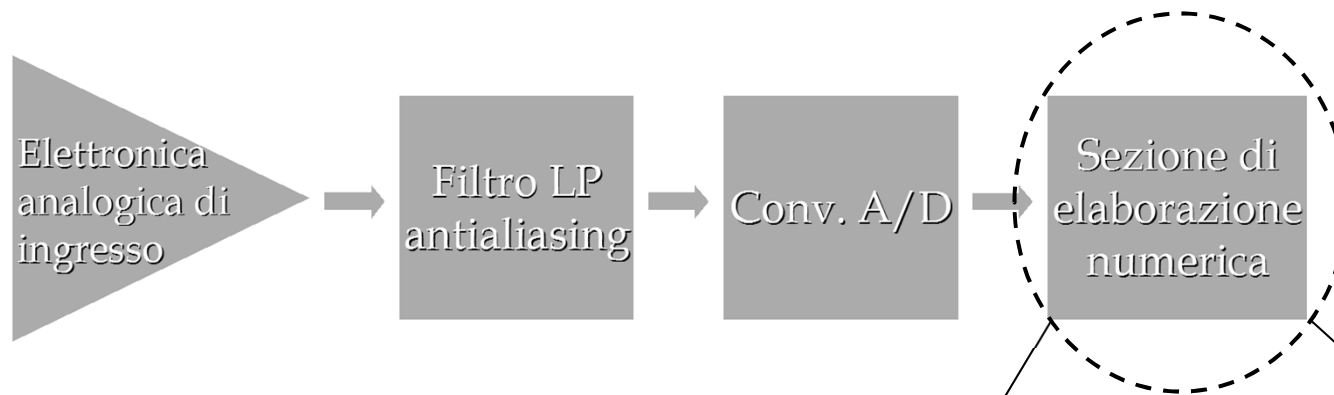
AS a FFT: convertitore A/D



Il convertitore A/D viene fatto lavorare sempre alla massima velocità (un valore tipico è 400 kSa/s con 16 bit di risoluzione). In questo modo è possibile mantenere fisso il filtro antialiasing: $f_{\max} = 200$ kHz

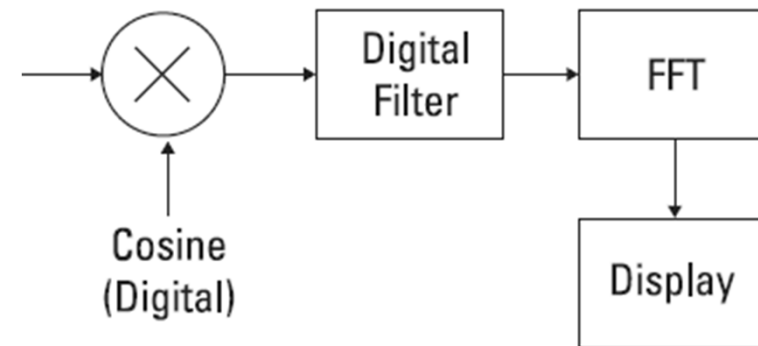
La selezione della banda da visualizzare è fatta esclusivamente tramite elaborazione digitale

AS a FFT: elaborazione numerica



La sezione di elaborazione numerica consiste in 3 stadi:

- Mixer digitale
(traslaz. freq. centrale: CENTER)
- Filtraggio per decimazione
(riduzione della banda: SPAN)
- Algoritmo FFT
(calcolo della Trasformata)

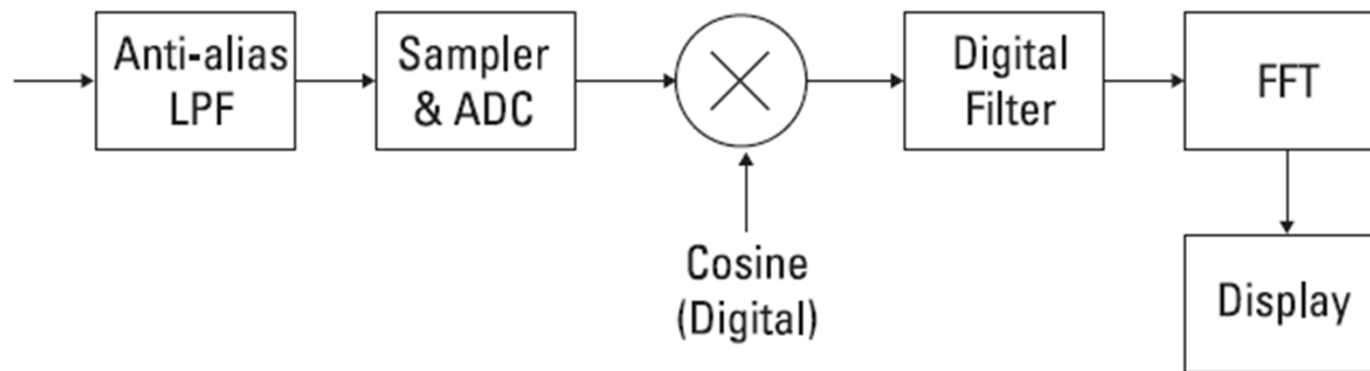


AS a FFT: mixer digitale

Il mixer digitale consiste in una moltiplicazione numerica per una senoide, il che comporta una traslazione in frequenza (del segnale precedentemente acquisito e digitalizzato)

Tramite questo mixer è possibile scegliere la frequenza centrale di visualizzazione dell'AS. Il principio è lo stesso dell'eterodina, però effettuato digitalmente

Per spettri che partono "da 0 Hz", non si effettua moltiplicazione



AS a FFT: decimazione

Il **filtro digitale** effettua una **decimazione** dei campioni: dagli N campioni nel tempo crea un vettore n volte più piccolo, ottenendo ogni singolo valore come **media di n campioni** (*come High-Res in OD*)

Con questo filtraggio si riduce lo SPAN della visualizzazione al valore desiderato (è come avere ridotto la frequenza "effettiva" di campionamento) e si migliora la risoluzione in frequenza:

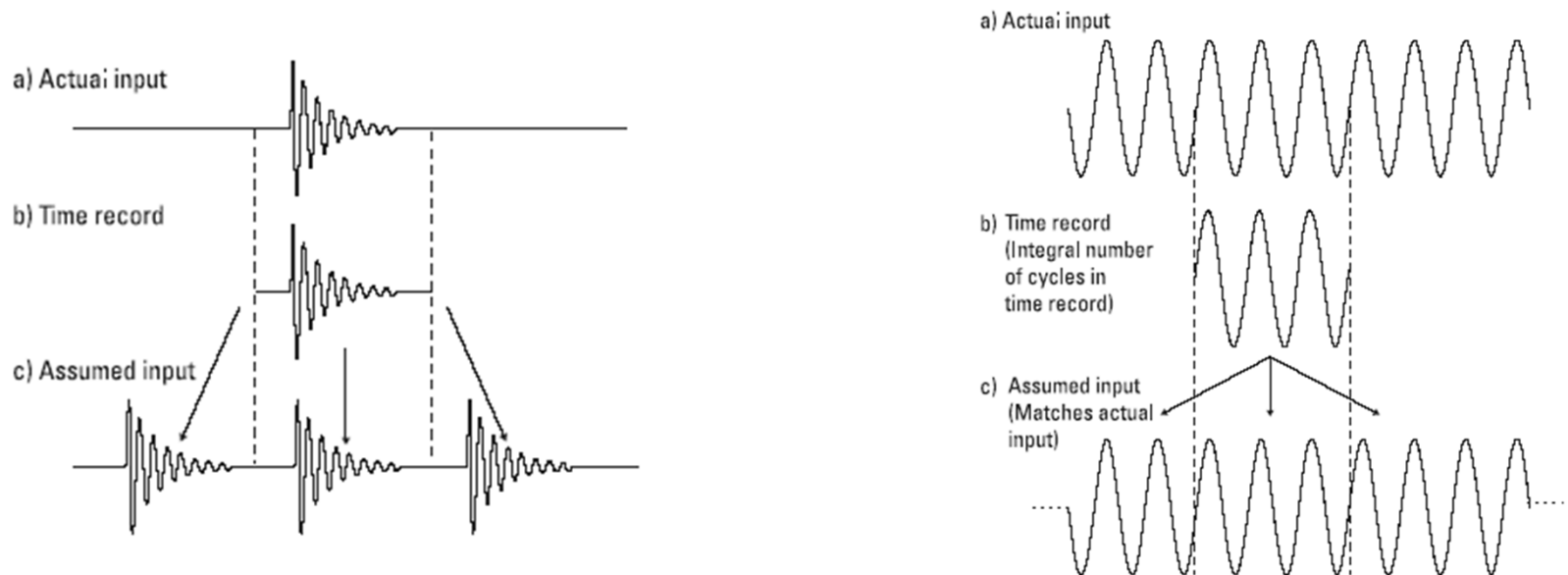
il successivo algoritmo FFT opera tipicamente su un numero prefissato di campioni (solitamente 1024)

Il vettore (spettro) risultante dall'FFT (512 punti) ha **posizione in frequenza** (f_{CENTER} e $SPAN$) che **dipende dal mixer digitale e dalla decimazione effettuata**

AS a FFT: windowing (1/4)

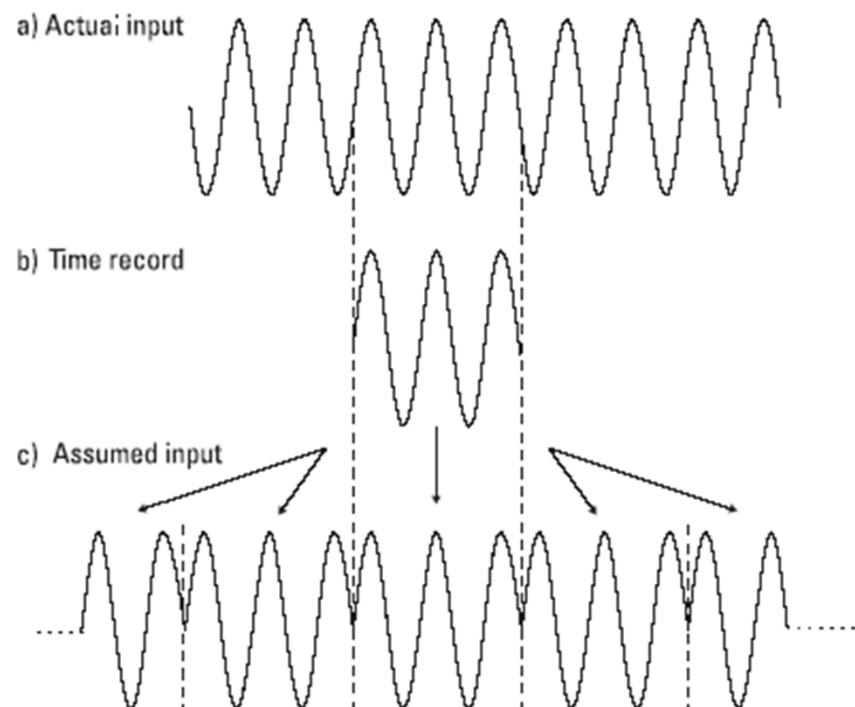
Lo spettro ottenuto tramite l'algoritmo FFT presuppone che il segnale nel tempo sia periodico (ricordiamo che discreto - campioni - in frequenza implica periodico nel tempo e viceversa)

Nel caso di segnali con durata limitata, o periodici campionati esattamente in fase sul periodo, non c'è problema nel **"periodicizzare" il segnale nel tempo**



AS a FFT: windowing (2/4)

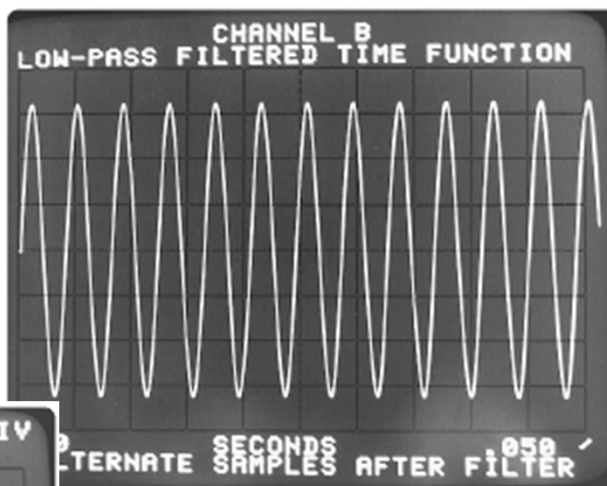
E' invece molto probabile che l'acquisizione del segnale (se non si ha a disposizione un *trigger*) sia come in figura, per cui il segnale "periodicizzato" [la parte acquisita e poi idealmente ripetuta da $-\infty$ a $+\infty$ nel tempo] subisce delle **discontinuità agli estremi della finestra**



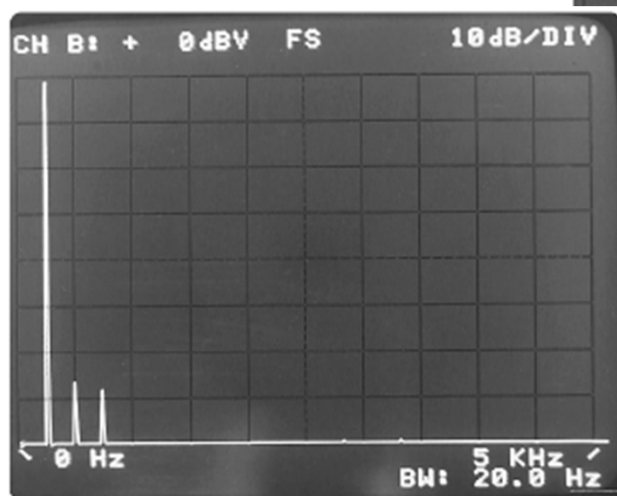
AS a FFT: windowing (3/4)

I salti di fase (discontinuità) indotti da questa fittizia periodicità introducono componenti spurie in frequenza che possono mascherare il segnale reale

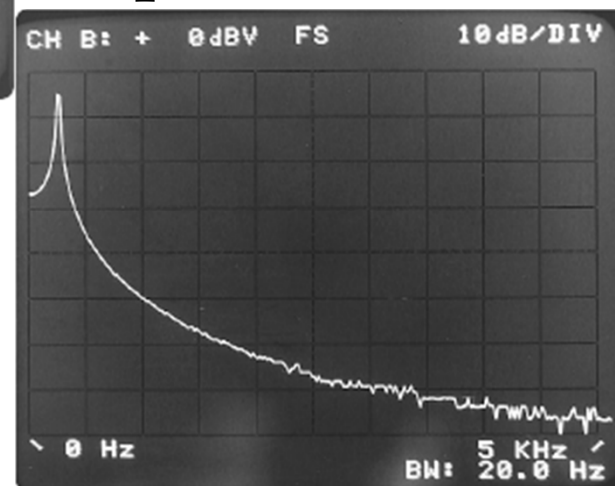
Segnale
acquisito
nel tempo



Spettro corretto



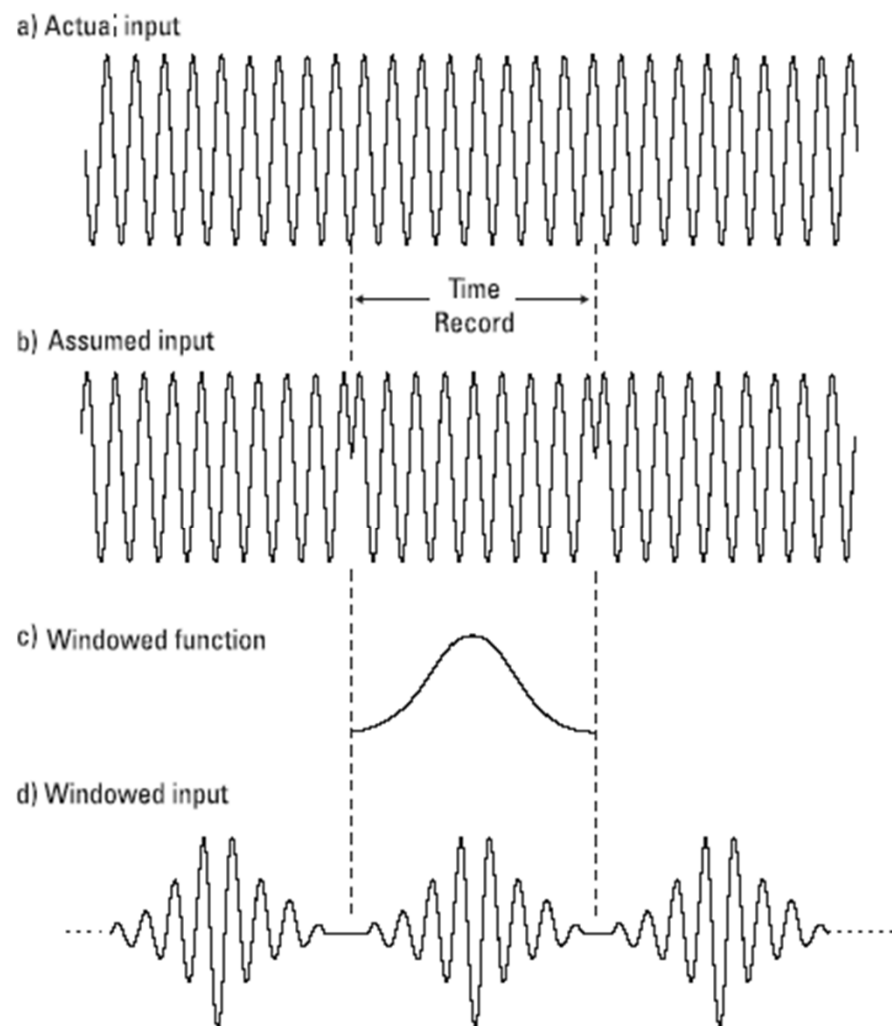
Spettro da FFT



AS a FFT: windowing (4/4)

Per evitare i salti di fase si utilizza la tecnica della **finestratura**: si moltiplica il segnale nel tempo per una “funzione (finestra) a campana”, che valga zero ai bordi dell’intervallo

A seconda della funzione utilizzata si hanno finestre con diverse proprietà (di accuratezza e selettività spettrale o di accuratezza in ampiezza/potenza)



AS a FFT: esempio (1/2)

Impiegando un convertitore A/D a 400 kSa/s si vuole visualizzare lo spettro di un segnale (con 1024 punti) nell'intorno di 1 kHz, con risoluzione Δf pari a 1 Hz

E' necessario quindi campionare per circa 1 s ($\Delta f = 1/T$): scegliamo $T=1.024$ s ottenendo $N=409\ 600$ campioni. (L'intervallo di campionamento è scelto in modo tale da avere un multiplo intero di 1024 campioni)

Il mixer digitale moltiplica gli N campioni per una senoide a 1 kHz (fissando $f_{\text{CENTER}} = [f_{\text{STOP}} - f_{\text{START}}]/2 = 1$ kHz) e poi il filtro digitale decima (media) i campioni acquisiti di un fattore 400, ottenendo i 1024 punti per l'algoritmo FFT (lo *SPAN* passa da 200 kHz a 500 Hz)

AS a FFT: esempio (2/2)

I 1024 campioni vengono quindi elaborati dall'algoritmo FFT ottenendo 512 campioni ("spettro unilatero"), a partire dalla frequenza 1 kHz, con risoluzione spettrale Δf pari a circa 1 Hz ($\Delta f = 1 / 1.024 \text{ s} = 0.9766 \text{ Hz}$)

Lo spettro monolatero del segnale ricostruito va da 0 Hz a 500 Hz ($512 \times 0.9766 \text{ Hz}$), ma tenendo presente che a 0 Hz è stata traslata la frequenza di 1 kHz

I 512 punti visualizzati sullo schermo rappresentano dunque le frequenze da 1000 Hz sino a 1500 Hz

Se anziché moltiplicare il segnale campionato per un seno digitale, lo si moltiplica per un esponenziale complesso è possibile ottenere 1024 punti significativi di cui 512 prima di 1 kHz e 512 dopo 1 kHz

$\Rightarrow f_{START} = 500 \text{ Hz}$ e $f_{STOP} = 1500 \text{ Hz}$

Esempio di Misura con l'AS

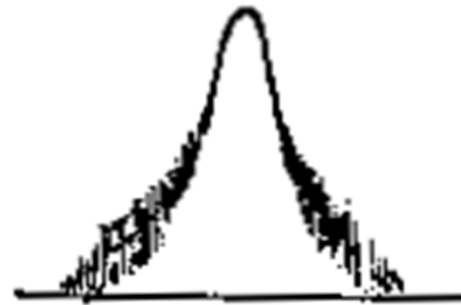
Misura della purezza spettrale di un oscillatore

La **larghezza di riga** si misura come la distanza in frequenza tra i due punti a -3 dB dal picco

rumore di frequenza



d)



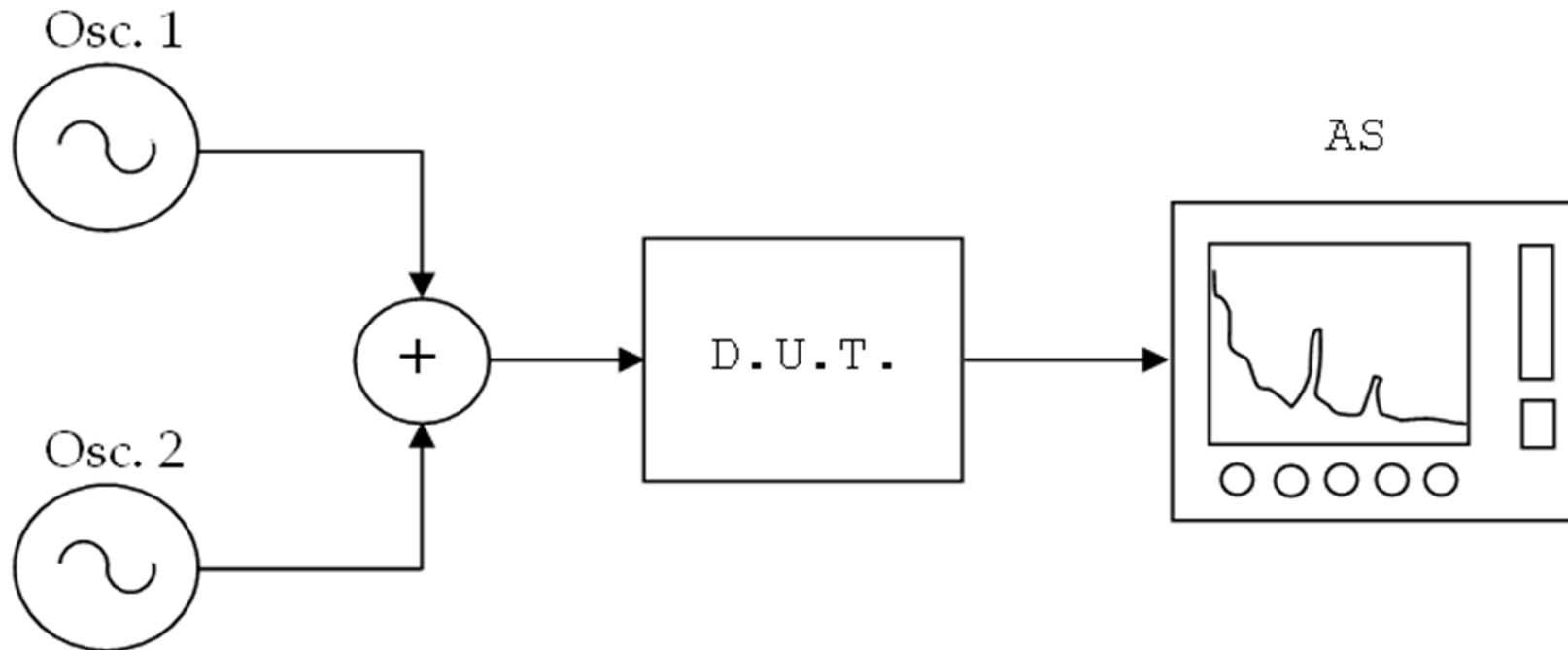
e)

rumore di fase

Una misura mediata può ridurre l'effetto sia del rumore di frequenza che di quello di fase

Esempio di Misura con l'AS

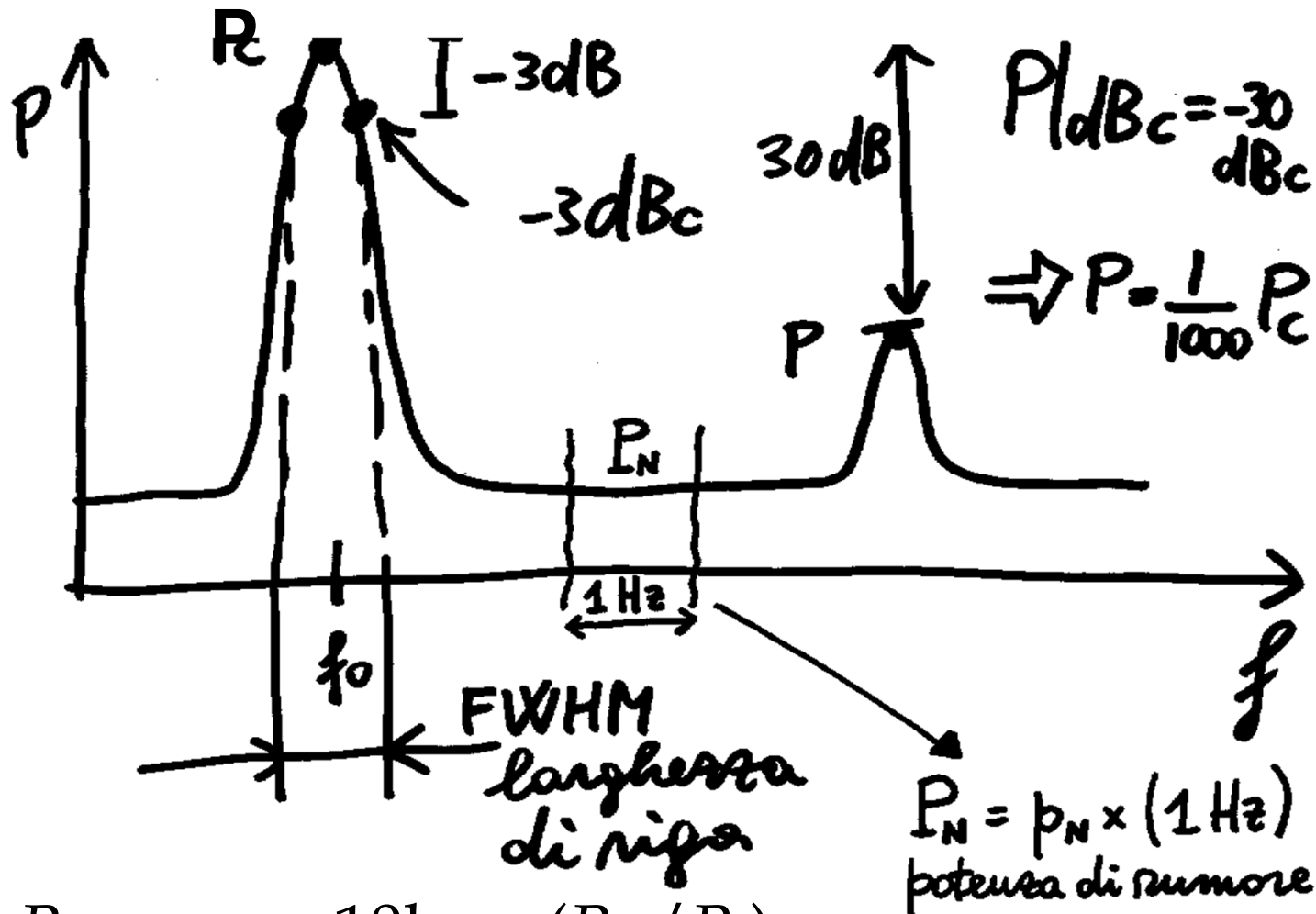
Misura dei prodotti di intermodulazione



Si osserva se all'uscita del dispositivo sotto misura sono presenti componenti alle frequenze risultanti dai prodotti (non-linearità) dei due segnali d'ingresso

Esempio di Misura con l'AS

Misure di segnali in dBc e rumore di fondo in dBc/Hz



$$P_{N(\text{dBc/Hz})} = 10 \log_{10}(P_N / P_c)$$