

^{REGRESSIONE} ~~INTERPOLAZIONE~~ AI MINIMI QUADRATI

Relazione funzionale nota per
punti sperimentali $P_i \equiv (x_i, y_i)$

$$y = f(x) \text{ e.g. } y = A \sin(Kx)$$

$$\text{or } y = ax^2 \text{ oppure } \boxed{y = mx + b}$$

cerchiamo A e K or a or m e b

REGRESSIONE LINEARE

$y = mx + b$ nota per punti (x_i, y_i)

$$\delta_i = y_i - y(x_i) = y_i - (mx_i + b)$$

sono gli SCARTI tra i punti sper.
e la RETTA (CURVA) DI REGRESSIONE

Cerchiamo quei valori di m e b per cui
 $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$ è MINIMA

Si cerca il minimo della funzione di due variabili

$$\Phi(m, b) = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (mx_i + b)]^2 =$$

$$= \sum [y_i^2 + m^2 x_i^2 + b^2 - 2mx_i y_i + 2mbx_i - 2by_i]$$

$$\frac{\partial \Phi(m, b)}{\partial m} = 0 \Rightarrow m \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$\frac{\partial \Phi(m, b)}{\partial b} = 0 \Rightarrow mb + m \sum x_i = \sum y_i$$

Risolviamo il sistema di due equazioni in due incognite:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

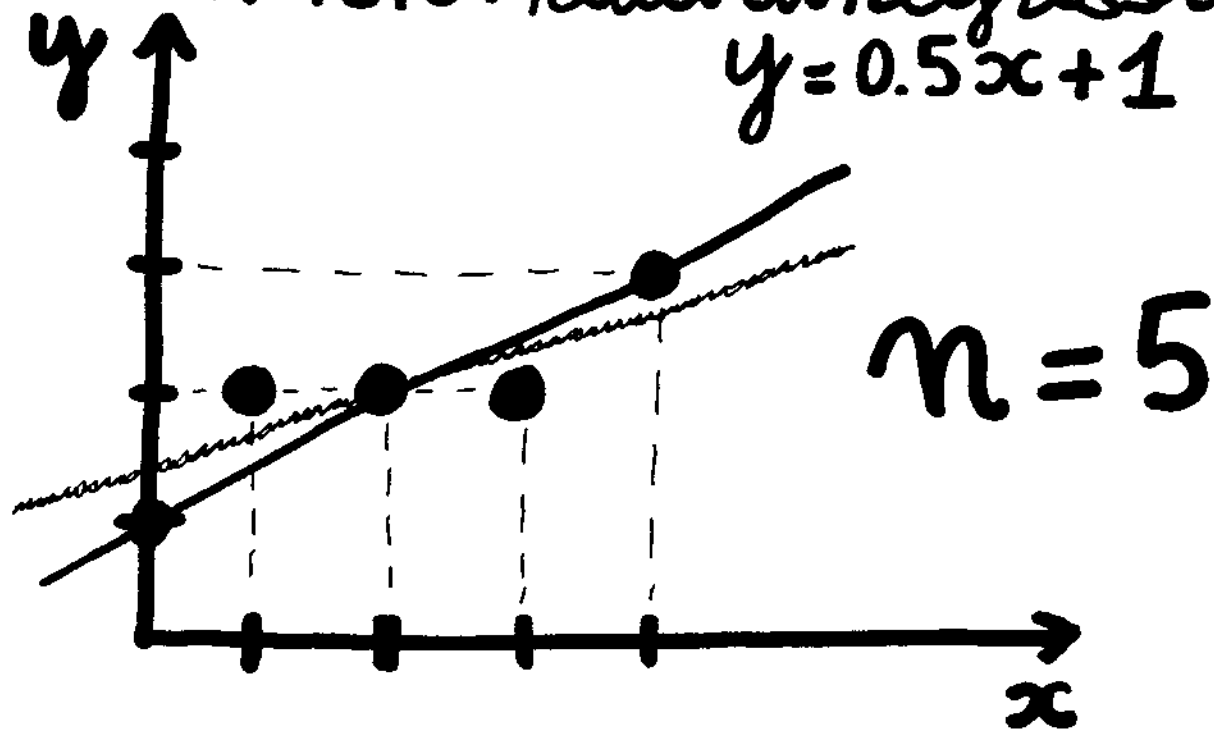
$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum y_i - m \sum x_i}{n}$$

Questa soluzione corrisponde a un MINIMO! Più in generale,

$$\Phi = \sum \delta_i^2 = \Phi(a, b, c, \dots)$$

Esempi sul libro: retta e sinusoidale

ESERCIZIO: retta di regressione
 $y = 0.5x + 1$???



x_i	y_i
0	1
1	2
2	2
3	2
4	3

Modello: $y = mx + b$ retta di regr.

$$m = \frac{5(0+2+4+6+12) - 10 \times 10}{5(0+1+4+9+16) - (10)^2} = \frac{20}{50} = 0.4$$

$$b = \frac{10 - 0.4 \times 10}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$