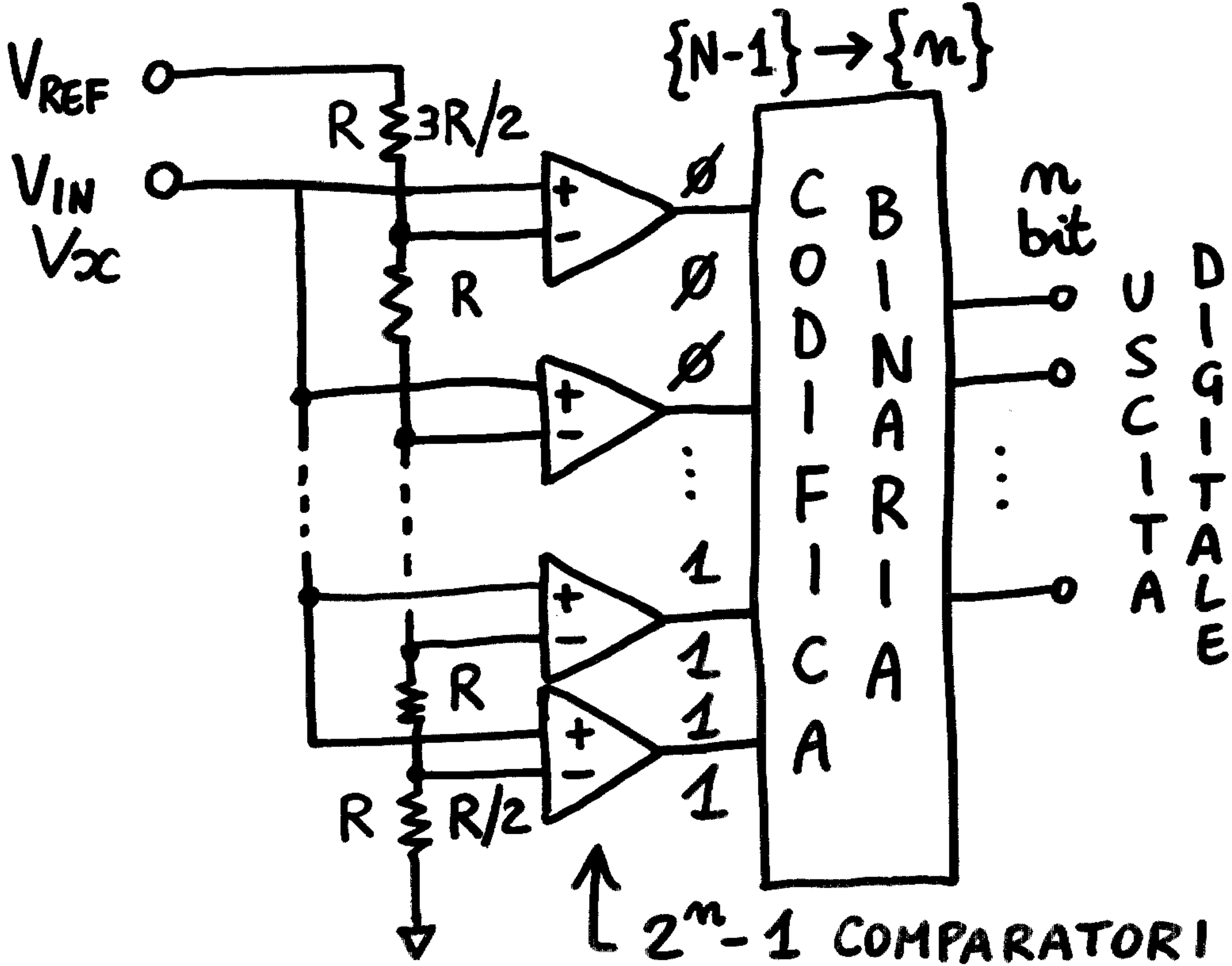
Lez. 15 Es. 7

VOLTMETRO/CONVERTITORE FLASH

- È il più veloce convertitore A/D con $T_{mis} = 1\,T_c$ e frequenze di conversione fino a 10 GSa/s
- La complessità circuitale (e il costo) cresce esponenzialmente con il numero di bit (come 2^n) e quindi si lavora a bassa risoluzione $n_{max} \cong 8$ bit



{N-1} → {n}
VREF
VIN
Vx
R
3R/2
R
R
R
R/2
+
-
Ø
Ø
Ø
1
1
1
1
CODIFICA
BINARIA
n bit
USCITA
DIGITALE
2ⁿ-1 COMPARATORI

$$I = \frac{V_{REF}}{NR} \qquad i = 1, \dots, N-1$$

$$V_i = i R I = i \frac{V_{REF}}{N}$$

<u>N-1 SOGLIE</u>

$$I = \frac{V_{REF}}{2R + (N-2)R} = \frac{V_{REF}}{NR}$$

$$V_i = \left[\frac{R}{2} + (i-1)R\right] I = \left(i - \frac{1}{2}\right) \frac{V_{REF}}{N}$$

N-1 SOGLIE

Con la rete di resistori $\frac{3}{2}R$ e R la
<u>soglia del 1° livello viene dimezzata in ampiezza</u>
<u>il che è utile per convertire segnali bipolari</u>

- 'E il convertitore A/D utilizzato negli oscilloscopi digitali dove la risoluzione di 1/256 non è un fattore limitante
- La dinamica di misura viene suddivisa in $N = 2^n$ livelli equispaziati ($\Delta V = V_{max}/2^n$) e si utilizzano $N-1 = 2^n-1$ soglie e comparatori

ESERCIZIO sul convertitore flash (oscilloscopio digitale a larga banda)

Dinamica $P = \pm 10\,V$ $\quad n = 8$ bit

$f_s = 1\ GSa/s$

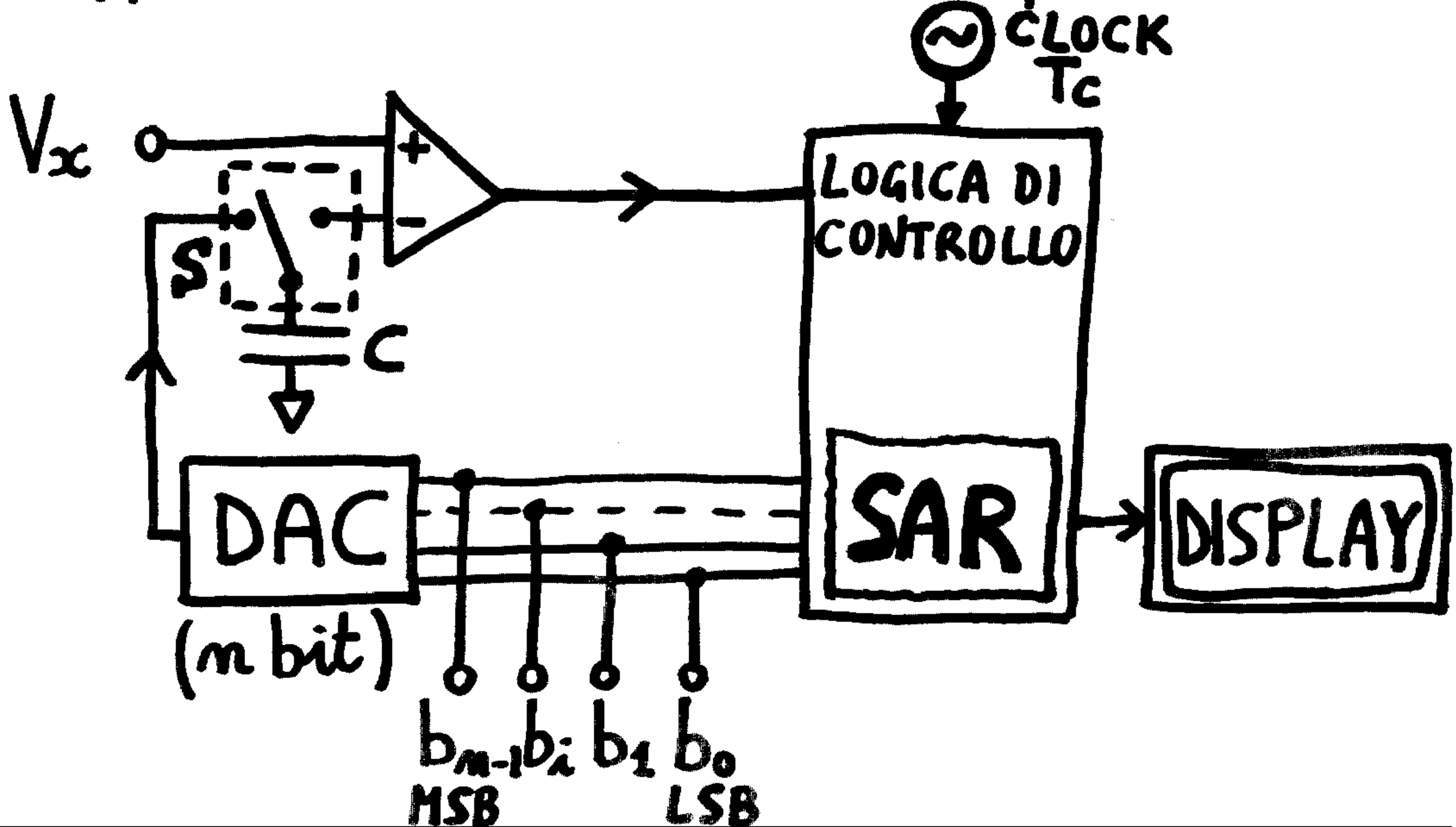
$$\Delta V = \frac{P}{2^n} = \frac{20\,V}{256} \cong 80\ mV$$

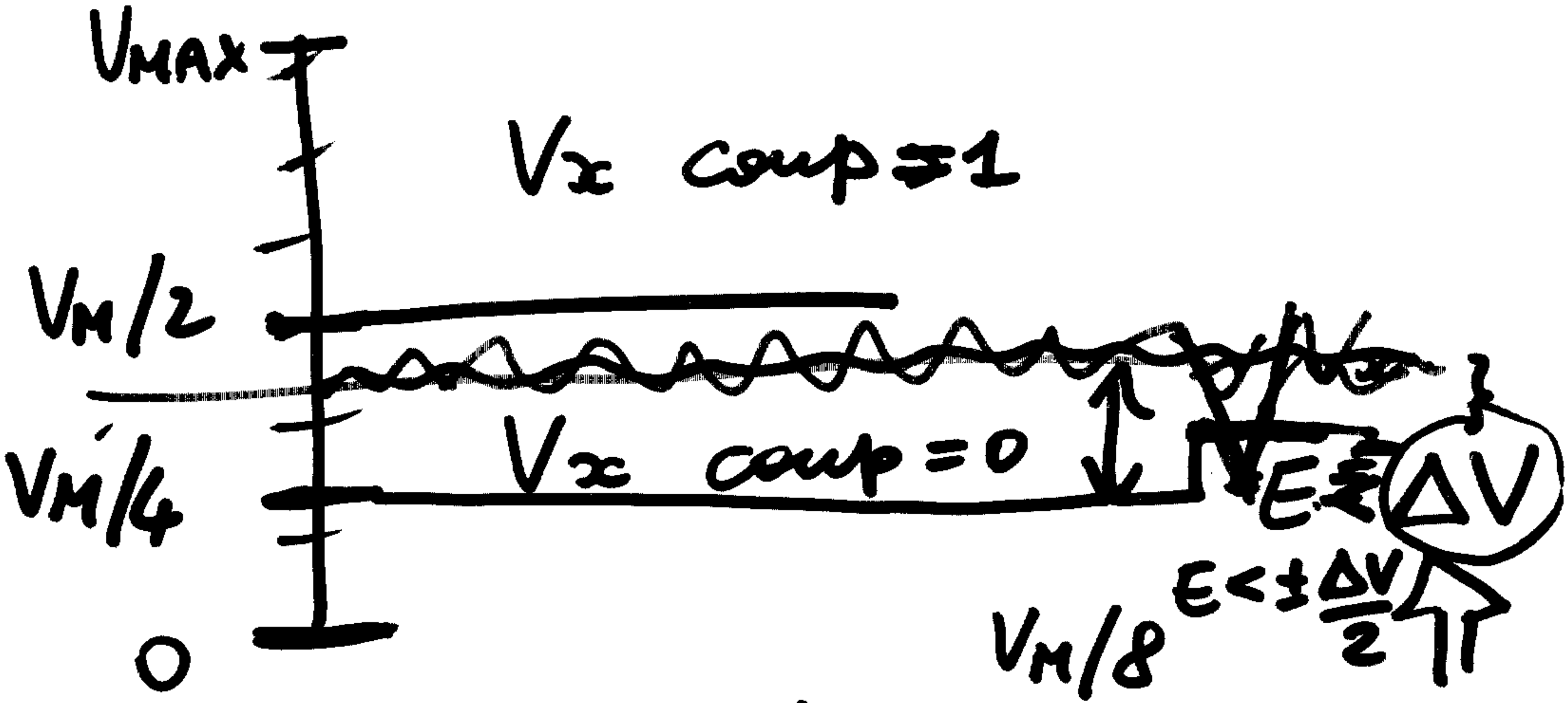
$$u(V) = \frac{\Delta V}{\sqrt{12}} \cong 23\ mV$$

$$f_{x,max} = f_s/2 = 500\ MHz$$

V. AD APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE

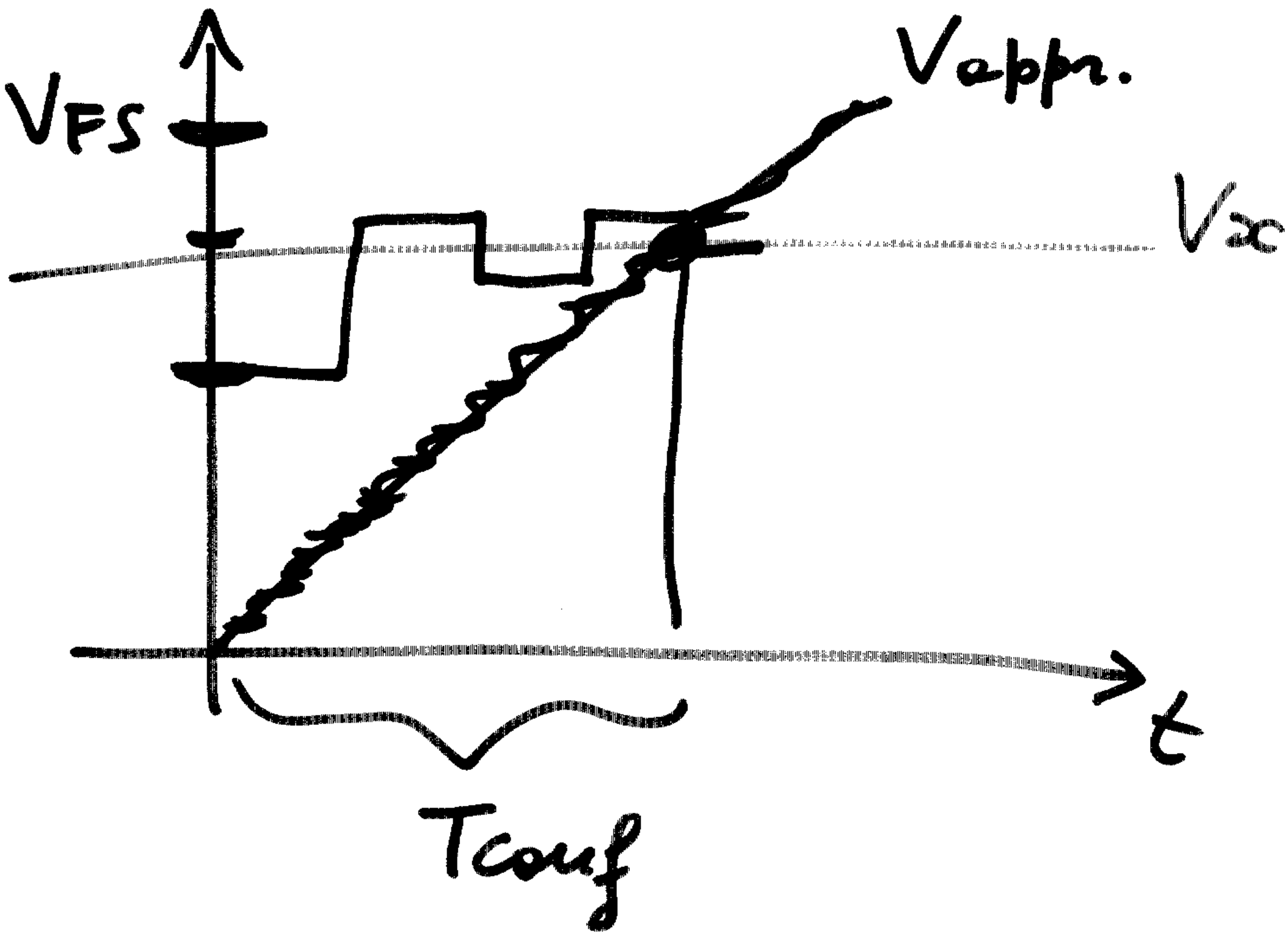
- Approccio digitale al metodo potenziometrico





$$\frac{V_M}{2} \quad \frac{V_M}{4} \quad \frac{V_M}{8} \qquad\qquad \frac{V_M}{2^n}$$

$$\underbrace{\emptyset \; 1 \; 1 \; . \; 0 \; . \; 1}_{V_{x,\,mis,\,DIG}}$$



VFS
Vappr.
Vx
t
Tconf

VOLTMETRI A INTEGRAZIONE

- Il valore di lettura dipende dal segnale (tensione) in ingresso secondo una relazione integrale

$$V_M \propto \frac{1}{T} \int_0^T V_x(t)\, dt$$

REIEZIONE AL DISTURBO IN UNO STRUMENTO A INTEGRAZIONE

$$V(t) = V_x + V_d(t)$$ segnale + disturbo

$$V_M(T_I) = \frac{1}{T_I}\int_0^{T_I}\left[V_x + V_d(t)\right]dt =$$

$$= V_x + \frac{1}{T_I}\int_0^{T_I} V_d(t)\,dt$$

Il disturbo misurato all'uscita dello strumento vale

$$V_{d,M}(T_I) = \frac{1}{T_I}\int_0^{T_I} V_d(t)\,dt$$

Immaginiamo che all'ingresso sia presente un disturbo sinusoidale

$$V_d(t) = V_{d,0}\cos(2\pi f_d t)$$

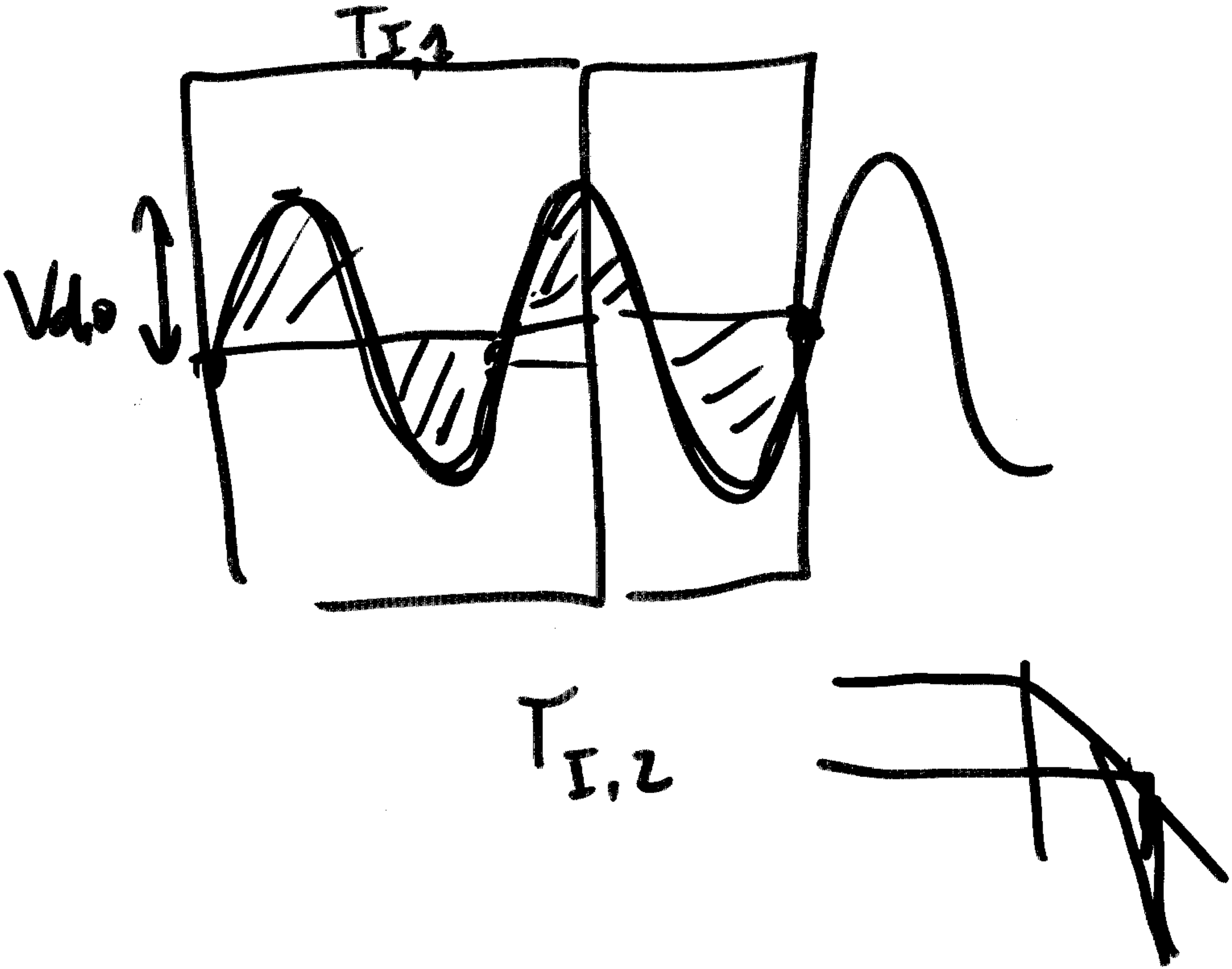
In uscita si avrà

$$V_{d,M}(T_I) = \frac{V_{d,0}}{T_I} \int_0^{T_I} \cos(2\pi f_d t)\,dt =$$

$$= \frac{V_{d,0}}{T_I} \frac{\sin(2\pi f_d T_I)}{2\pi f_d}$$

indichiamo

$$x_p = 2\pi f_d T_I$$


$T_{I,1}$
$V_{d,0}$
$T_{I,2}$

INTEGRAZIONE (CASO PARTICOLARE)

$$V_d = V_{d,0} \cos(2\pi f_d t)$$

$$V_M = \frac{1}{T}\int_0^T V_d(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T V_{d,0}\cos(2\pi f_d t)\,dt =$$

$$= \frac{V_{d,0}}{T}\left[\frac{\sin(2\pi f_d t)}{2\pi f_d}\right]_0^T =$$

$$= V_{d,0}\,\frac{\sin(2\pi f_d T)}{2\pi f_d T}$$

INTEGRAZIONE (CASO GENERALE)

$$V_d(t) = V_{d,0} \sin(2\pi f t + \varphi)$$

$$V_M = \frac{1}{T} \int_{t_0 - T/2}^{t_0 + T/2} V_d(t)\, dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_{t_0 - T/2}^{t_0 + T/2} V_{d,0} \sin(2\pi f t + \varphi)\, dt =$$

$$= \frac{V_{d,0}}{T} \left[- \frac{\cos(2\pi f t + \varphi)}{2\pi f} \right]_{t_0 - T/2}^{t_0 + T/2}$$

INTEGRAZIONE (CASO GENERALE)

$$V_M = \frac{V_{d,0}}{2\pi f T} \left\{ \cos\left[2\pi f\left(t_0 - \frac{T}{2}\right) + \varphi\right] - \cos\left[2\pi f\left(t_0 + \frac{T}{2}\right) + \varphi\right] \right\} =$$

$$= \frac{V_{d,0}}{2\pi f T} 2 \sin(2\pi f t_0 + \varphi) \sin\left(2\pi f \frac{T}{2}\right) =$$

$$= V_{d,0} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \underbrace{\sin(2\pi f t_0 + \varphi)}_{-1 \leq F(t_0, \varphi) \leq 1}$$

$x \triangleq \pi f T$

INTEGRAZIONE (GENERALE vs PARTICOLARE)

Per φ variabile casuale con $\varphi \in [-\pi, \pi]$

$$\langle F \rangle = 0 \quad e \quad \langle F^2 \rangle = \frac{1}{2} \Rightarrow M(F) = \sqrt{\langle F^2 \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Se invece scegliamo $t_0 = +\frac{T}{2}$ e $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

allora GENERALE $\rightsquigarrow$ PARTICOLARE

$$V_M = V_{d,0} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \sin(2\pi f t_0 + \varphi) =$$

$$= V_{d,0} \frac{\sin(\pi f T) \cos(\pi f T)}{\pi f T} =$$

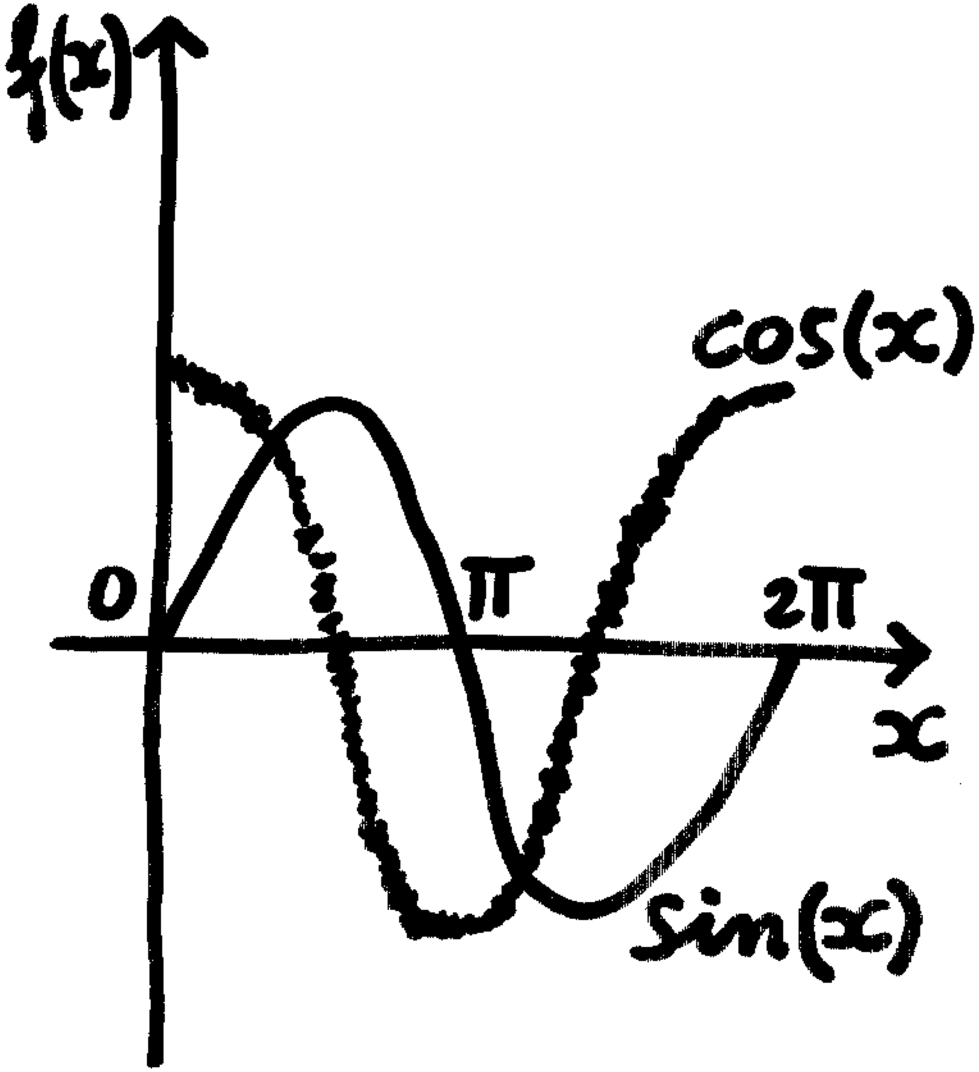
$$= V_{d,0} \frac{\sin(2\pi f T)}{2\pi f T}$$

essendo $\sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$

FORMULA DI EULERO

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$
$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \\ \sin\theta &= \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$



$$\frac{d}{dx}\left\{\sin(x)\right\} = \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left\{\cos(x)\right\} = -\sin(x)$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x$$

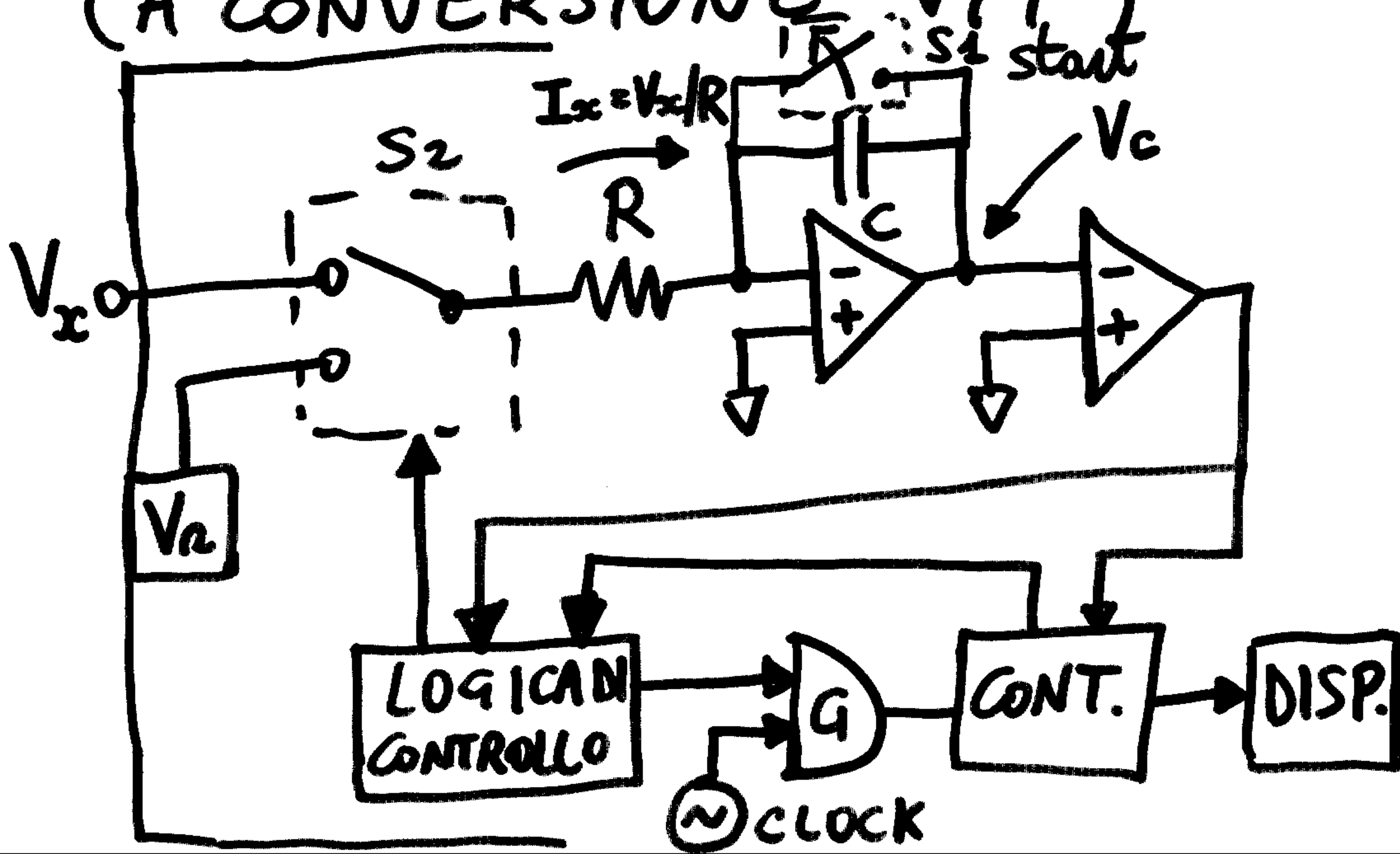
La trasmissione e la reiezione, in ampiezza, del disturbo saranno

$$t = \left| \frac{V_{d,M}}{V_{d,0}} \right| = \left| \frac{\sin x}{x} \right| \qquad \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$r = \left| \frac{V_{d,0}}{V_{d,M}} \right| = \left| \frac{x}{\sin x} \right| \qquad \frac{V_{in}}{V_{out}}$$

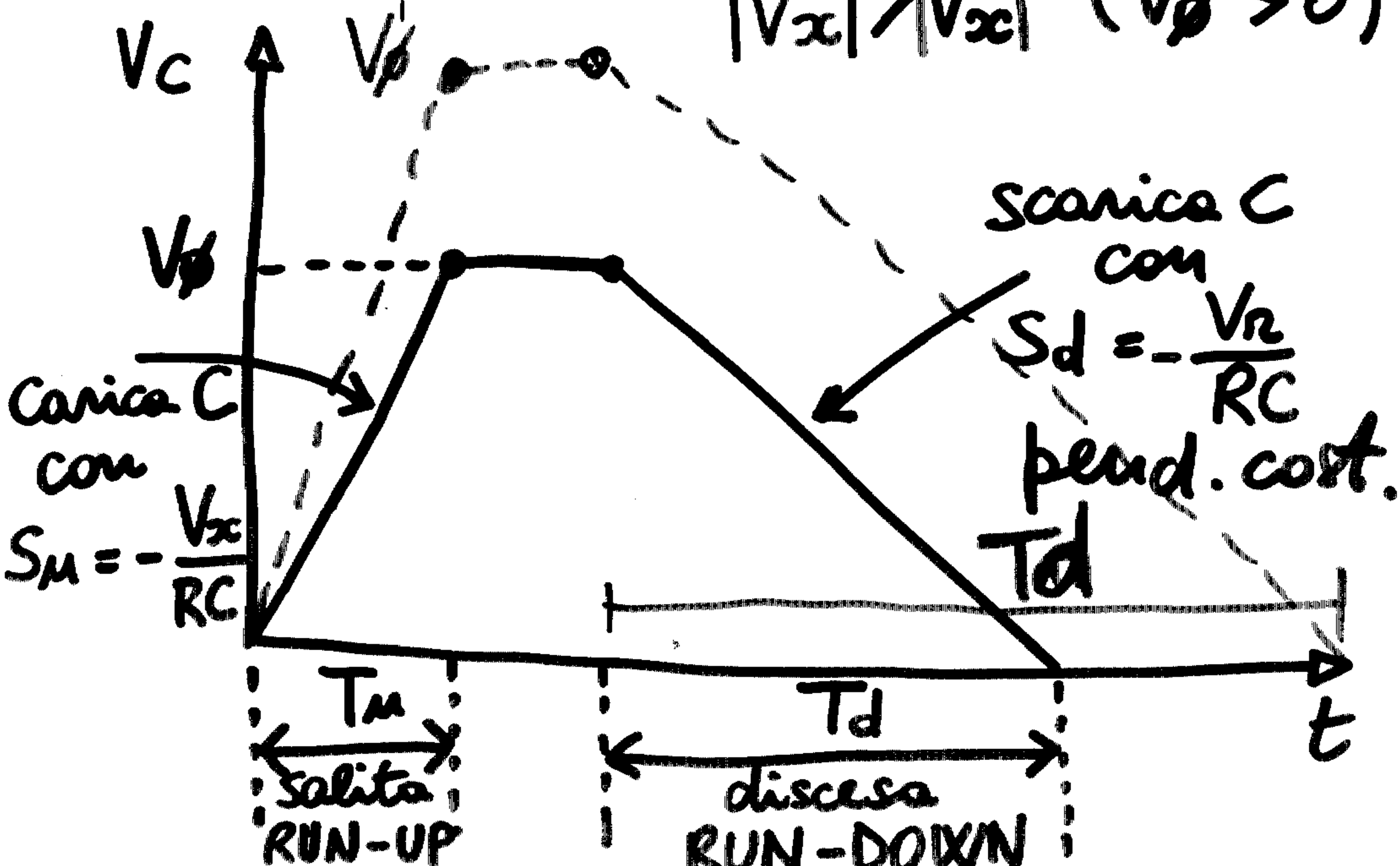
La reiezione cresce (tendenzialmente) al crescere di x e dunque di f_d e T_I

VOLTMETRO A DOPPIA RAMPA (A CONVERSIONE V/T)



Consideriamo $V_x < 0 \Rightarrow V_R > 0$

$|V'_x| > |V_x| \quad (V_\phi > 0)$



$$T_M = N_M T_c = \text{cost.} \quad \text{è fissato}$$

$$V_\emptyset = V_C(t = T_M) = -\frac{V_x T_M}{RC} = \frac{V_R T_d}{RC}$$

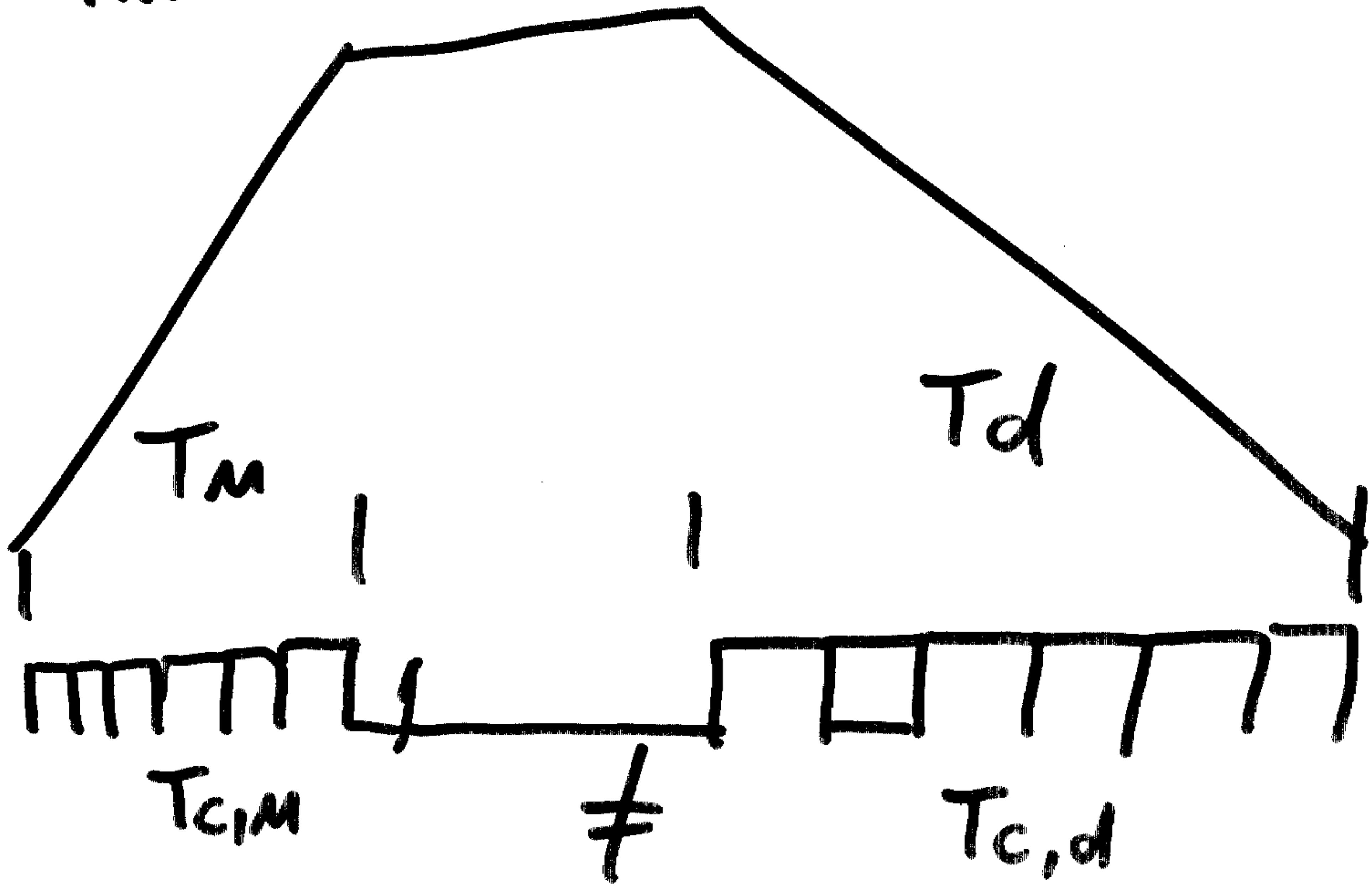
$$V_x = -V_R \frac{T_d}{T_M} = \underbrace{\left(-\frac{V_R}{T_M}\right)}_{\text{costante strum.}} T_d$$

$$\underbrace{V_x}_{\text{varib.}} = -V_R \frac{N_d \cancel{T_c}}{N_M \cancel{T_c}} = \underbrace{\left(-\frac{V_R}{N_M}\right)}_{\text{cost.}} \times \underbrace{N_d}_{\text{variab.}}$$

instab. di freq. del clock

$T_{mis} \sim 1$ ms

nel T_{mis}

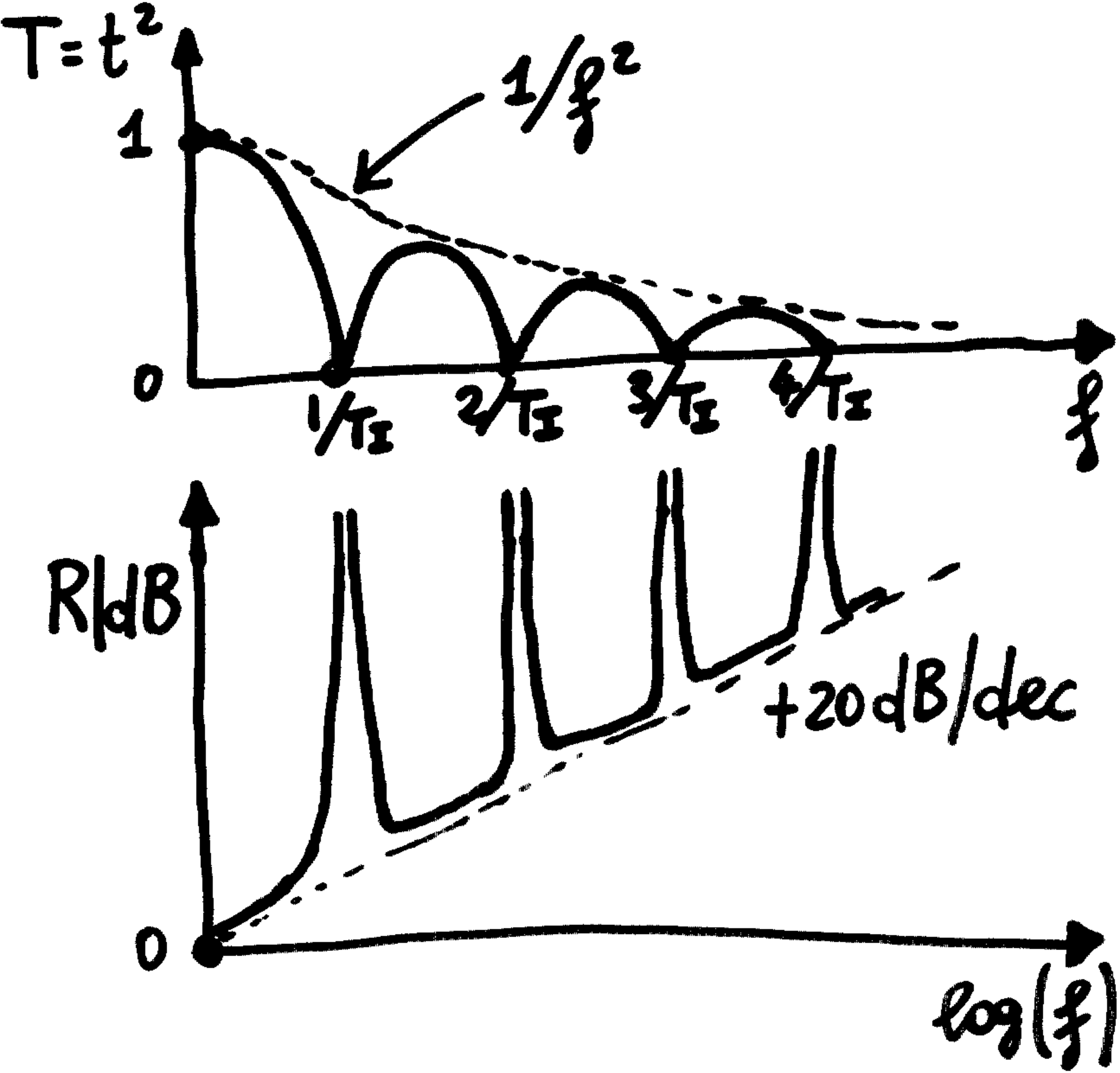


La riflessione, in potenza, al disturbo sarà data da

$$R = \Gamma^2 = \frac{x^2}{\sin^2 x}$$

e in scala logaritmica

$$R|_{dB} = 10 \log_{10} R = 20 \log_{10} \left(\left| \frac{x}{\sin x} \right| \right)$$



$T=t^2$
$1/f^2$
1
0
$1/T_I$
$2/T_I$
$3/T_I$
$4/T_I$
f
R|dB
+20dB/dec
0
$\log(f)$

$f_d = 50\ \text{Hz}$ $\left[f_d = i \dfrac{1}{T_I} \right]$

$T_i = i T_d = i \dfrac{1}{f_d}$

$$T_{I,min} \left(= T_{M,min}\right) = \frac{1}{f_d} = 20\ \text{ms}$$

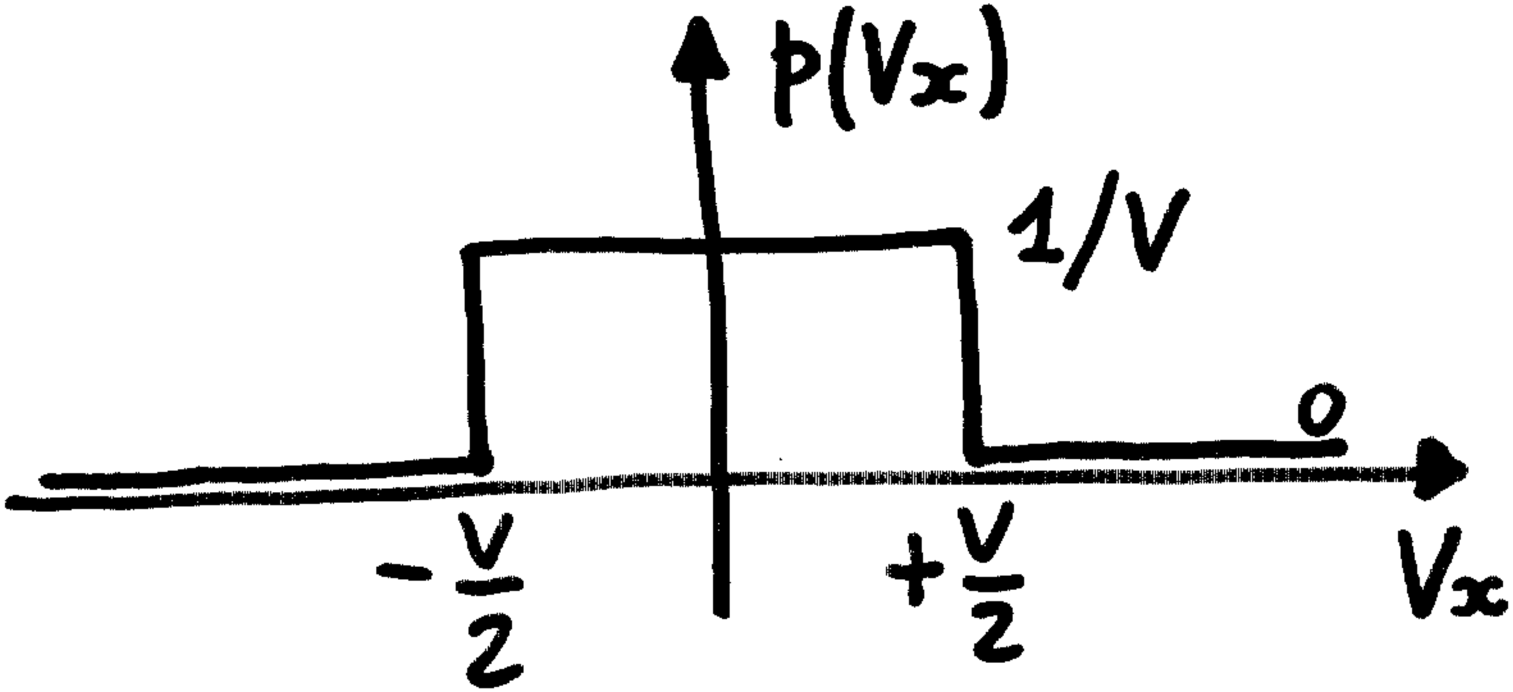
QUARZO

$f_c = 1\ \text{MHz}$ $T_{integ} = 100\ \text{ms}$

$N_M = 10^5$

BIT EQUIVALENTI

$$s(t) = V_x \quad \in \left[-\frac{V}{2}, \frac{V}{2}\right]$$



$$\sigma_s^2 = \frac{V^2}{12}$$

Se ho un convertitore/voltmetro che quantizza il segnale $s(t)$ su n bit avrò un PASSO DI QUANTIZZAZIONE $Q = \frac{V}{2^n}$ e dunque una varianza (incertezza di quantizzazione) pari a

$$\sigma_q^2 = \frac{Q^2}{12} = \frac{1}{12}\left(\frac{V}{2^n}\right)^2 = \frac{\sigma_s^2}{2^{2n}}$$

$$n = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_q^2}\right) = \log_2\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_q}\right)$$

indicando $S = \sigma_s^2$ e $N_q = \sigma_q^2$ si ha

$$n = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N_q}\right)$$ nel caso "ideale"

Tuttavia, nel caso reale è

$$\sigma_c^2 = \underbrace{\sigma_q^2 + \sigma_{N,A/D}^2}_{\text{convertitore reale}} + \underbrace{\sigma_{N,ext}^2}_{\text{rumore esterno}} > \sigma_q^2$$

si definisce:

$$n_e \triangleq \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_c^2}\right) < n$$

$$n_e = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_q^2}\,\frac{\sigma_q^2}{\sigma_c^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_q^2}\right) + \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_q^2}{\sigma_c^2}\right) =$$

$$= n - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_c^2}{\sigma_q^2}\right)$$

$$n_e = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \underbrace{\frac{\sigma^2_{N,A/D} + \sigma^2_{N,ext}}{\sigma^2_q}}_{\frac{N}{S} \times 2^{2n}}\right)$$

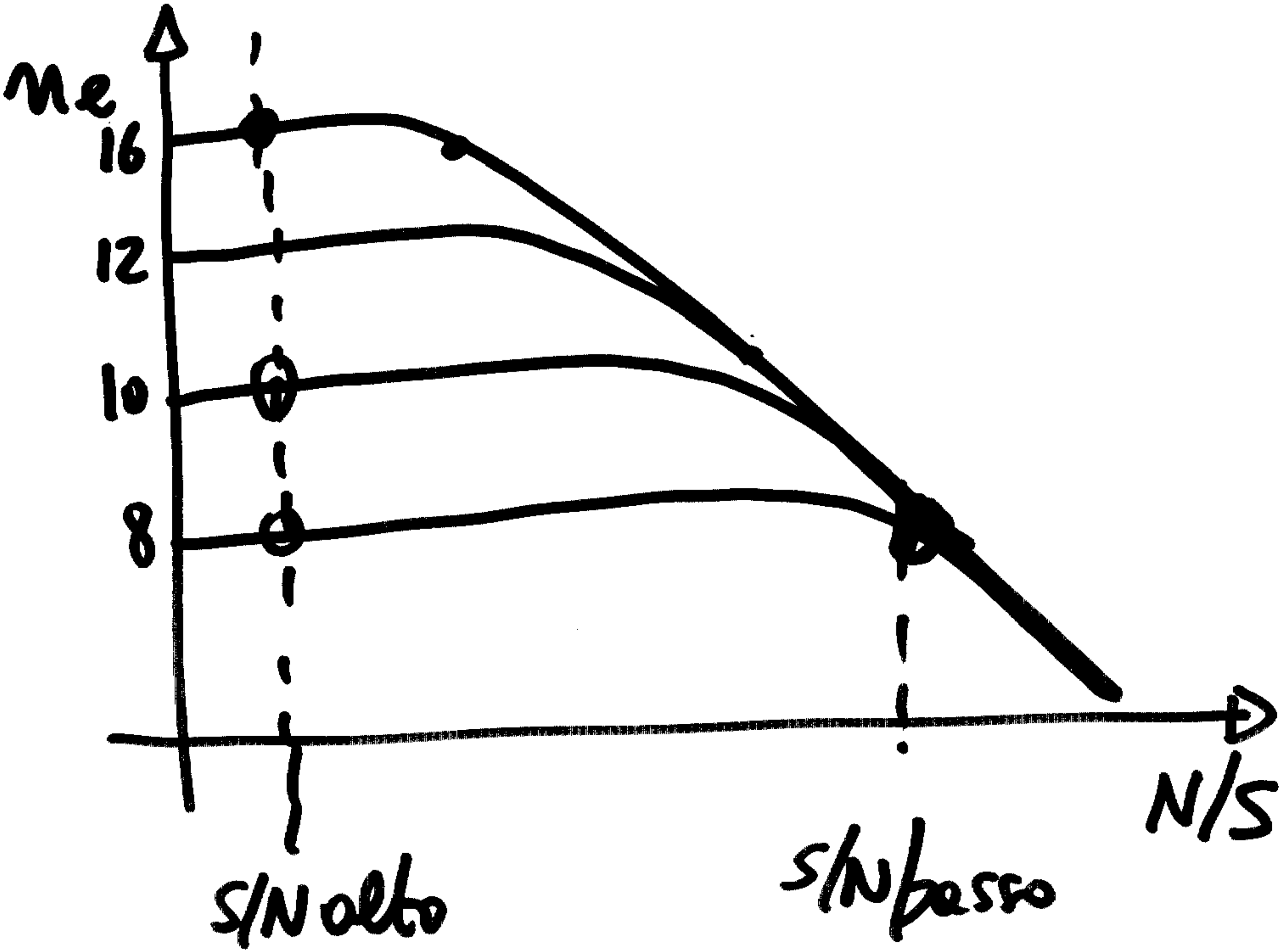
$$\sigma^2_q = \frac{\sigma^2_s}{2^{2n}}$$

$$n_e \cong \begin{cases} n & \frac{S}{N} \gg 2^{2n} \\ n - \frac{1}{2}\log_2\left(2^{2n}\right) - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma^2_N}{\sigma^2_s}\right) = & \frac{S}{N} \ll 2^{2n} \end{cases}$$

$$\Delta = +\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_S^2}{\sigma_N^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N}\right)$$

perdo 5 bit per una [redacted] variazione (calo) di $\frac{S}{N}$ di $-30\,dB$


ne
16
12
10
8
N/S
S/N alto
S/N basso

ovviamente quindi se perdo un fattore
4 = 6 dB in S/N perdo 1 bit
e per ogni fattore (sempre perso)
2 = 3 dB in S/N perdo 1/2 bit

Se anziché perdere in S/N
guadagno (S/N aumenta) allora
guadagno gli stessi incrementi
in bit equivalenti

$$n_{e,1} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N}\right)_1$$

$$n_{e,2} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{S}{N}\right)_2$$

se $\frac{(S/N)_2}{(S/N)_1} = -30\,dB = \frac{1}{1000}$

allora

$$n_{e,2} = n_{e,1} + \frac{1}{2}\log_2\frac{(S/N)_2}{(S/N)_1} = n_{e,1} - \frac{10}{2}$$

- Convertitore D/A a n bit ("potenziometro")
Logica di controllo ("comparatore")
Clock (temporizzazione del sistema)

- Con un metodo di BISEZIONE si "provano" tutti i bit (valori) a partire dal più significativo (MSB) fino al bit meno significativo (LSB)
Ad ogni confronto con V_x si decide se mantenere il bit a "1" o riportarlo a "0"

$$V_{D/A} = \frac{V_{FS}}{2^n}\left[b_{n-1}2^{n-1} + \ldots + b_i 2^i + b_1 2 + b_0\right]$$

- La cifra meno significativa ha un PESO $\Delta V = V_{FS}/2^n \Rightarrow N_{(max)} = 2^n$
  La più significativa vale $V_{FS}/2$
- Si eseguono "solo" $n = \log_2 N$ confronti ciascuno di durata KT_c con K compreso tra 2 e 5
- Il tempo di misura è fissato, indipendentemente da V_x, e vale $T_{mis} = n\,(KT_c)$

- Risoluzione effettiva (da 3 a 5 cifre significative) dipende dal rumore presente agli stadi d'ingresso del comparatore (non è sempre $V_{FS}/2^n$)
- Accuratezza: dipende dal riferimento interno e dalla qualità del DAC e dal rumore del comparatore

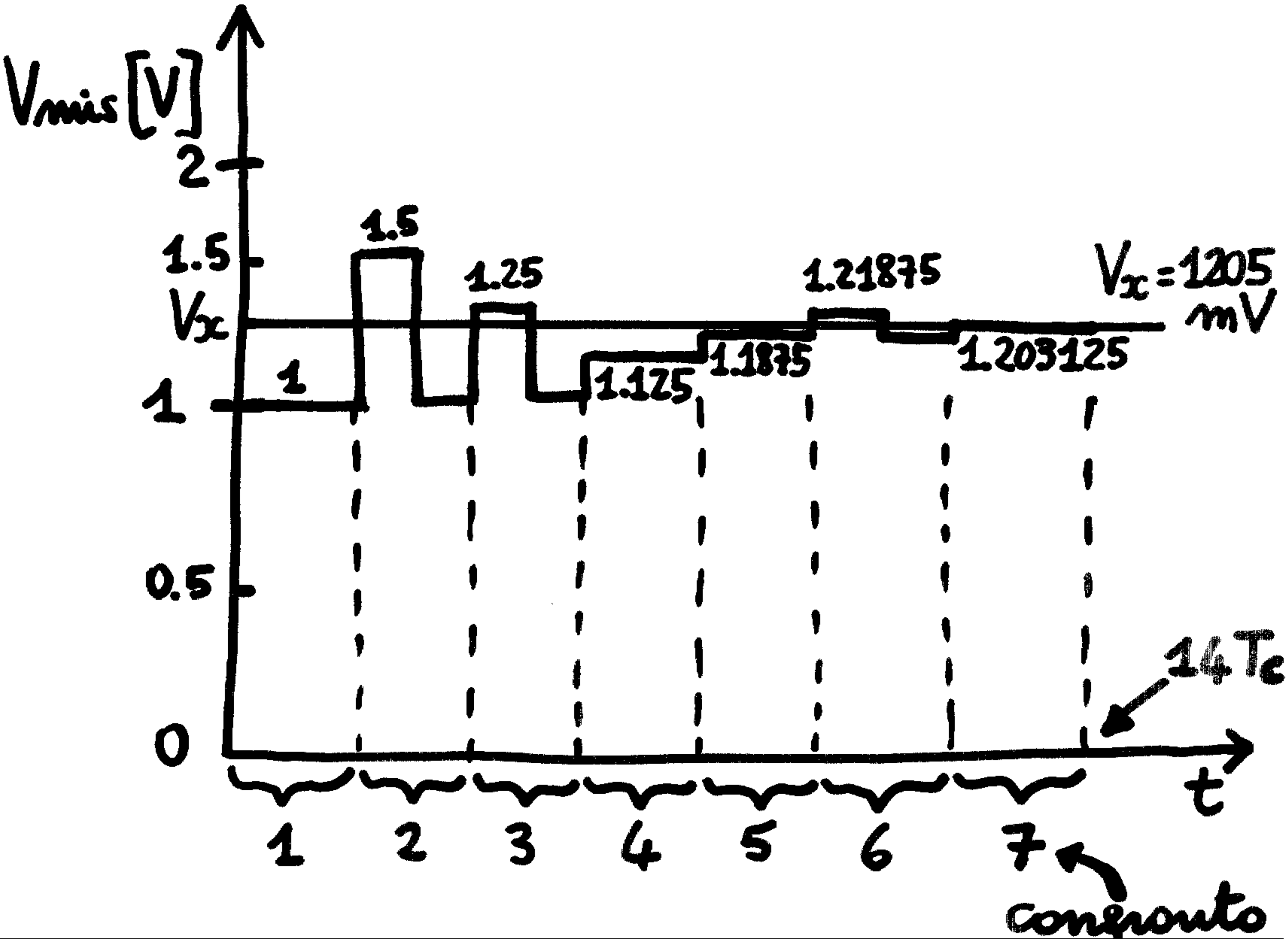
n [bit]	12	16	18	STATO DELL' ARTE
T_{mis} [μs]	5	10	25	

ESERCIZIO sul convertitore ad approssimazioni successive

Dinamica $0 \div 2V$ $n = 7$ bit

$f_c = 1\,MHz$ e $T_{confronto} = 2T_c$

Indicare il tempo di misura T_{mis}, il valore misurato V_{mis} e il suo errore percentuale rispetto alla tensione sotto misura $V_x = 1205\,mV$



Vmis [V]
2
1.5
Vx
1
0.5
0
1.5
1.25
1
1.125
1.1875
1.21875
1.203125
Vx = 1205 mV
14 Tc
t
1
2
3
4
5
6
7
confronto

$T_c = 1/f_c = 1\,\mu s$

$T_{confr} = 2\,T_c = 2\,\mu s$

$T_{mis} = n\,T_{confr} = 14\,\mu s$ ($\sim 70\,KSa/s$)

$V_{mis} = 1203.125\ mV$

$$ERR\% = \frac{|V_x - V_{mis}|}{V_x} = 0.1556\,\%$$

Con soli 7 bit ho una risoluzione

$$\Delta V = \frac{V_{max}}{2^n} = \frac{2V}{128} \cong 15.6\ mV$$

- Questi voltmetri possono essere anche piuttosto veloci mantenendo un'ottima risoluzione (e.g. $T_{mis} = 10\mu s$, ovvero $f_{sample} = 100\ KSa/s$ con $n = 16$ bit)
- Filtro passa-basso in ingresso per limitare le "errate decisioni" dovute al rumore presente in ingresso
$\Rightarrow$ si riduce anche la velocita di conversione