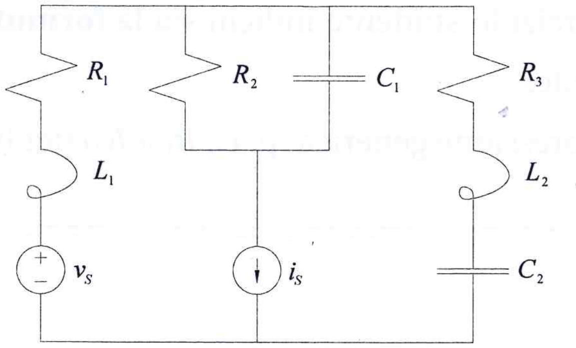
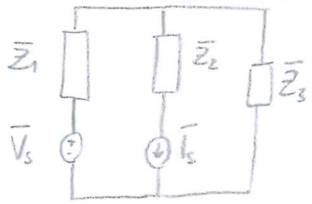
Domanda 1 (9 punti)

Si consideri il circuito in regime alternato sinusoidale alla frequenza $f = 50\,\text{Hz}$ della figura seguente, in cui: $v_S = \sqrt{2}\cdot 5\cos(2\pi f t)\,\text{V}$, $i_S = \sqrt{2}\cdot 10\cos(2\pi f t - \pi/3)\,\text{A}$, $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 7\,\Omega$, $R_3 = 4\,\Omega$, $L_1 = 1\,\text{mH}$, $L_2 = 3\,\text{mH}$, $C_1 = 1\,\text{mF}$, $C_2 = 2\,\text{mF}$.



(a) Si calcoli l'equivalente di Norton della rete vista dal generatore di corrente i_S;

(b) Si determini la potenza complessa erogata dal generatore di tensione v_S.



$\bar{V}_s = 5\,V$

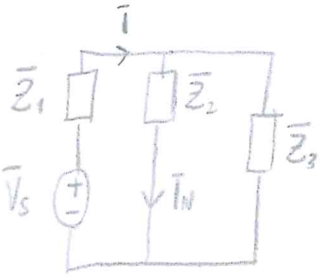
$\bar{I}_s = (5 - j\,8.660)\,A$

$\omega = 100\pi \left[\frac{rad}{s}\right]$

$\bar{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = (5 + j\,0,3142)\,\Omega$

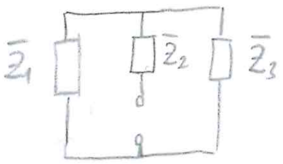
$\bar{Z}_2 = \dfrac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_1} = (1.199 - j\,2.638)\,\Omega$

$\bar{Z}_3 = R_3 + j\omega L_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2} = (4 - j\,0.6491)\,\Omega$

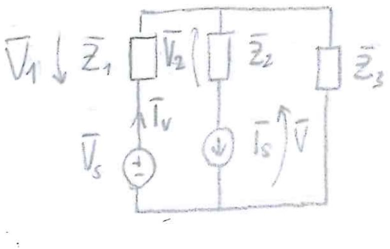


$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_s}{\bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}} \qquad \bar{I}_N = \bar{I}\,\frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} = \frac{\bar{V}_s}{\bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}}\,\frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} =$$

$$= (0,4322 + j\,0,2673)\,A$$



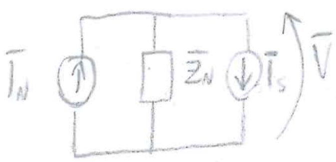
$$\bar{Z}_N = \bar{Z}_2 + \frac{\bar{Z}_1\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3} = (3,449 + j\,2,775)\,\Omega$$



$$\bar{V} = (\bar{I}_N - \bar{I}_s)\,\bar{Z}_N \qquad \bar{V}_1 = \bar{V}_s - \bar{V} - \overbrace{\bar{Z}_2\,\bar{I}_s}^{\bar{V}_2} = (12,83 - j\,19,89)\,V$$

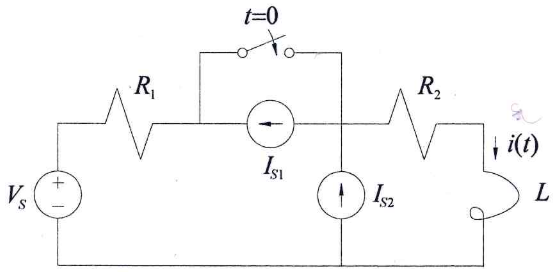
$$\bar{I}_V = \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_1} = (2,307 - j\,4,124)\,A$$

$$\bar{S} = \bar{V}_s\,\underline{I}_V = (11,53 + j\,20,62)\,VA$$



Domanda 2 (7 punti)

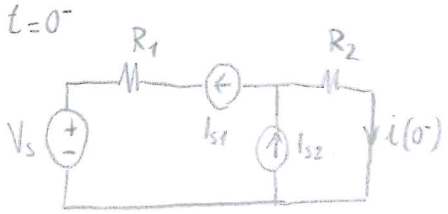
Sia dato il circuito mostrato nella figura seguente, in cui: $V_S = 18$ V, $I_{S1} = 8$ A, $I_{S2} = 12$ A, $R_1 = 6\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $L = 1$ mH. Si consideri il circuito inizialmente in regime stazionario e con l'interruttore aperto per $t < 0$, mentre in $t = 0$ si verifica la commutazione dell'interruttore.



(a) Si determini l'espressione analitica della corrente $i(t)$ a partire da $t < 0$;

(b) Si ricavi l'espressione analitica dell'energia immagazzinata nell'induttore, sempre a partire da $t < 0$.

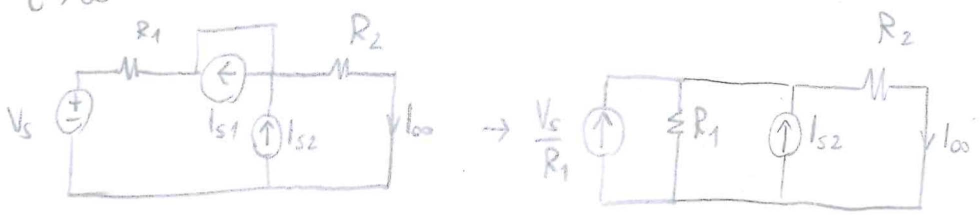
$t = 0^-$



$i(0^-) = i(0^+) = I_0 = I_{S2} - I_{S1} = 4A$

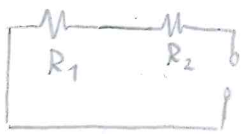
$i(t)$ È CONTINUA PERCHÉ FUNZIONE DI STATO

$t \to \infty$



$I_\infty = \left(\frac{V_S}{R_1} + I_{S2}\right)\frac{R_1}{R_1+R_2} = 10A$

CALCOLO COSTANTE DI TEMPO



$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad \tau = \frac{L}{R_{eq}} = 111{,}1\,\mu s$

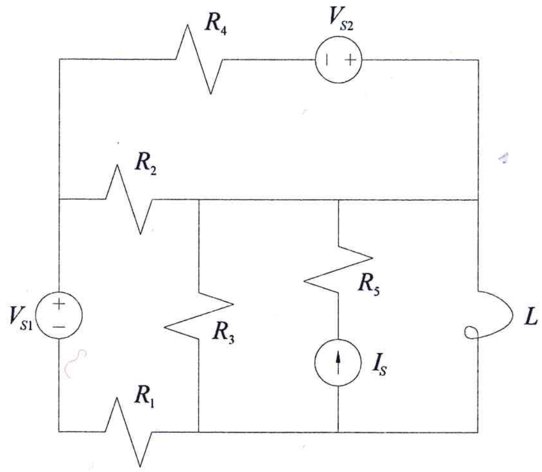
$$i(t) = \begin{cases} 4\,A & t < 0 \\ (I_0 - I_\infty)e^{-t/\tau} + I_\infty = \left(-6e^{-9000\frac{t}{s}} + 10\right)A & t \geq 0 \end{cases}$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L\, i^2(t)$$

$$w(t) = \begin{cases} 8\,mJ \quad t < 0 \\ \frac{1}{2}L\left[(I_0 - I_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} + I_\infty\right]^2 = \frac{1}{2}L\left[(I_0 - I_\infty)^2 e^{-\frac{2t}{\tau}} + I_\infty^2 + 2(I_0 - I_\infty)I_\infty e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \\ = \left(18e^{-18000\frac{t}{s}} + 50 - 60e^{-9000\frac{t}{s}}\right) mJ \end{cases}$$

Domanda 3 (6 punti)

Sia dato il circuito in regime stazionario della figura seguente, in cui: $V_{S1} = 10\,\text{V}$, $V_{S2} = 20\,\text{V}$, $I_S = 2\,\text{A}$, $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 5\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$, $R_4 = 20\,\Omega$, $R_5 = 5\,\Omega$, $L = 2\,\text{mH}$.

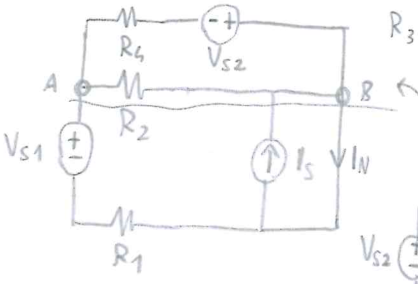


Si calcoli:

(a) L'equivalente di Norton della rete vista dall'induttore;

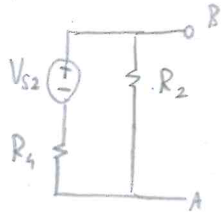
(b) L'energia immagazzinata nell'induttore.

DAL PUNTO DI VISTA DELL'INDUTTORE, R_5 NON HA ALCUN EFFETTO



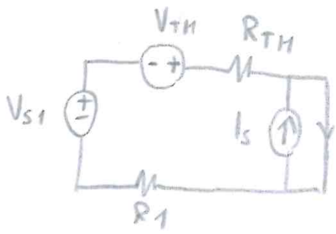
R_3 È CORTOCIRCUITATO, NON FLUISCE CORRENTE

CALCOLO L'EQUIVALENTE THEVENIN AI MORSETTI A-B



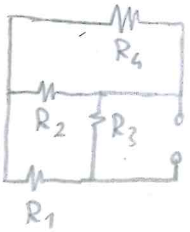
$$V_{TH} = V_{S2}\frac{R_2}{R_2+R_4} \qquad R_{TH} = \frac{R_2 R_4}{R_2+R_4}$$

SOSTITUENDO



$$I_N = \frac{V_{S1}+V_{TH}}{R_{TH}+R_1} + I_S = \frac{V_{S1}+V_{S2}\frac{R_2}{R_2+R_4}}{\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}+R_1} + I_S = 3A$$

CALCOLO RESISTENZA DI NORTON; ORA R_3 NON È CORTOCIRCUITATO



$$R_p = \frac{R_2R_4}{R_2+R_4} \qquad R_N = \frac{(R_1+R_p)R_3}{R_1+R_3+R_p} = 9{,}546\,\Omega$$

NELL'INDUTTORE CIRCOLA LA CORRENTE DI NORTON I_N $\quad W = \frac{1}{2} L I_N^2 = 9\,mJ$