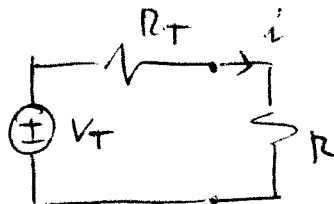
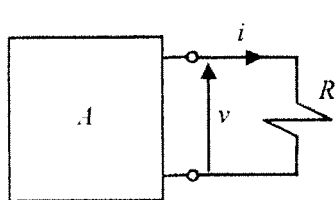


POLITECNICO DI MILANO

Insegnamento di Elettrotecnica - Ing. Fisica - Prof. L. Di Rienzo
Prova d'esame del 16 febbraio 2011

Esercizio 1 (7 punti): Un resistore $R = 2 \text{ k}\Omega$ è connesso ad un circuito lineare resistivo A , come in Fig. 1. Viene misurata la corrente i una prima volta, ottenendo il valore di 4 mA . Viene poi modificato il valore di R portandolo a $4 \text{ k}\Omega$ e viene misurata nuovamente i , ottenendo il valore di 3 mA . Ricavare il valore di R che causa una corrente $i = 2 \text{ mA}$. Sapendo che $R > 0$, determinare il valore di R che determina il massimo valore di potenza trasferita a R .



$$i = \frac{V_T}{R + R_T}$$

$$V_T = (R + R_T) i$$

Fig. 1

$$R = R_1 = 2 \text{ k}\Omega \text{ e } i = i_1 = 4 \text{ mA} \Rightarrow V_T = (R_1 + R_T) i_1$$

$$R = R_2 = 4 \text{ k}\Omega \text{ e } i = i_2 = 3 \text{ mA} \Rightarrow (R_2 + R_T) i_2 = (R_1 + R_T) i_1 \Rightarrow$$

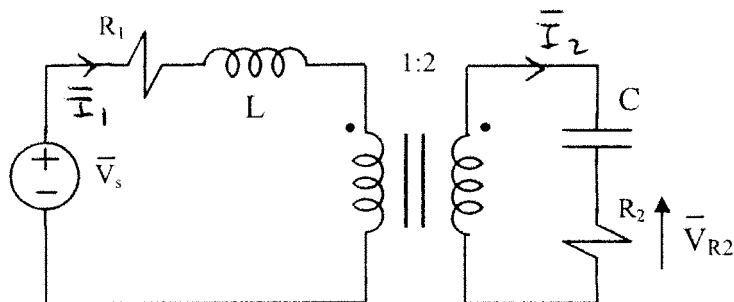
$$R_T = \frac{R_2 i_2 - R_1 i_1}{i_1 - i_2} = 4 \text{ k}\Omega \Rightarrow V_T = (R_1 + R_T) i_1 = 24 \text{ V}$$

$$i = i_3 = 2 \text{ mA} \Rightarrow R_3 = \frac{V_T - R_T i_3}{i_3} = 8 \text{ k}\Omega$$

Inoltre per il teorema del max. transf. di potenza $R = R_T = 4 \text{ k}\Omega$

Esercizio 2 (8 punti): Nel circuito con trasformatore ideale di Fig. 2, funzionante in regime sinusoidale, determinare la potenza complessa erogata dal generatore di tensione, il valore efficace della tensione V_{R2} e l'angolo di sfasamento tra tale tensione e la tensione del generatore.

Dati: $V_s = 10 \text{ V}$ (valore efficace); $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 2 \Omega$; $X_L = 5 \Omega$; $X_C = -6 \Omega$.

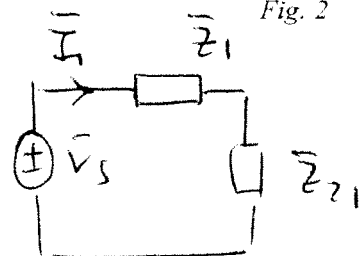


$$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_L$$

$$\bar{Z}_2 = R_2 + jX_C$$

$$\bar{Z}_{21} = \frac{\bar{Z}_2}{4}$$

Fig. 2



$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_s}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_{21}} = 1,0345 - j2,4138 \text{ A}$$

$$\bar{S}_{V_s} = \bar{V}_s \cdot \bar{I}_1^* = 10,34 + j24,14 \text{ VA}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{I}_1}{n} = \frac{\bar{I}_1}{2} = 0,517 - j1,207 \text{ A}$$

$$\bar{V}_{R2} = R_2 \bar{I}_2 = 1,034 - j2,414 = 2,626 e^{-j1,1054} \text{ V} \Rightarrow$$

$$\varphi = -1,1054 \text{ rad}$$

Esercizio 3 (8 punti): Nel sistema trifase di figura calcolare il valore efficace delle tre correnti di linea I_a , I_b e I_c e la potenza complessa assorbita dal triangolo delle impedenze \bar{Z}_2 , sapendo che il sistema dei generatori è simmetrico di senso ciclico diretto.

Dati: $V_{sa} = 220$ V (valore efficace); $R_1 = 3 \Omega$; $X_{L1} = 4 \Omega$; $Z_2 = 10 + j5 \Omega$.

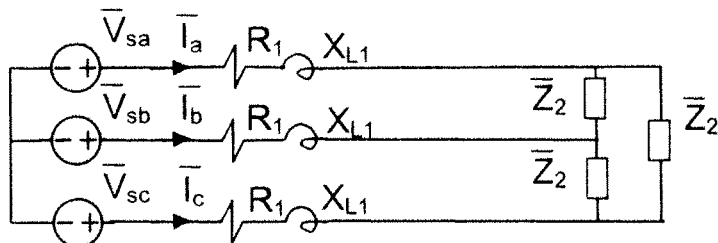


Fig. 3

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_{sa}}{R_1 + jX_{L1} + \frac{\bar{Z}_2}{3}}$$

$$= 19,29 - j17,26 \text{ A}$$

$$|\bar{I}_a| = 25,88 \text{ A}$$

$$\bar{S}_{Z_2} = 3 \cdot \frac{\bar{Z}_2}{3} |\bar{I}_a|^2 = 6,701 + j3,351 \text{ kVA}$$

Domanda di teoria (7 punti): Dimostrare le seguenti espressioni delle potenze attive e reattive assorbite da un generico bipolo in regime sinusoidale: $P = \text{Re}\{V \cdot I^*\}$ e $Q = \text{Im}\{V \cdot I^*\}$ (specificando il verso con cui devono essere considerati i fasori della tensione e della corrente). Ricavare inoltre le formule corrispondenti nel caso in cui il bipolo sia un'ammettenza $Y = G + jB$.

Per definizione $P = VI \cos(\phi_V - \phi_I)$ e $Q = VI \sin(\phi_V - \phi_I)$
 dove $\bar{V} = V e^{j\phi_V}$ e $\bar{I} = I e^{j\phi_I}$.

$$\text{Re}\{\bar{V} \cdot \bar{I}^*\} = \text{Re}\{VI e^{j(\phi_V - \phi_I)}\} = P$$

$$\text{Im}\{\bar{V} \cdot \bar{I}^*\} = \text{Im}\{VI e^{j(\phi_V - \phi_I)}\} = Q$$

$$\bar{Y} = G + jB, \quad \bar{I} = \bar{Y} \cdot \bar{V}$$

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \bar{V} \cdot (\bar{Y} \cdot \bar{V})^* = \bar{Y}^* V^2 = GV^2 - jBV^2 \Rightarrow$$

$$P = GV^2 \quad Q = -BV^2$$