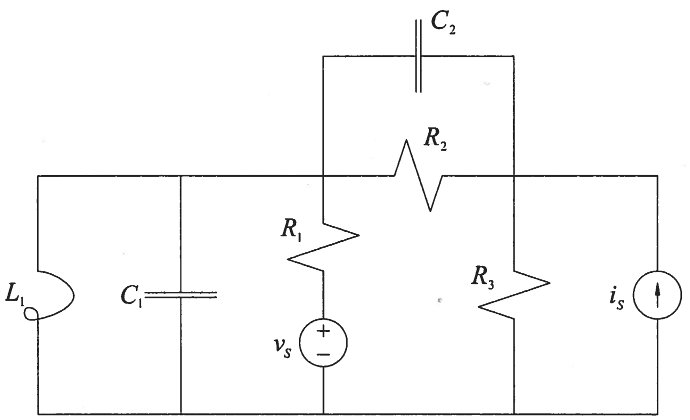
Domanda 1 (10 punti)

Si consideri il circuito nella figura seguente, funzionante in regime alternato sinusoidale alla frequenza $f = 150$ Hz; siano: $v_s = \sqrt{2} \cdot 100 \cos(2\pi f t)$ V, $i_s = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(2\pi f t)$ A, $R_1 = 2\,\Omega$, $L_1 = 30$ mH, $C_1 = 10\,\mu$F, $R_2 = 15\,\Omega$, $C_2 = 100\,\mu$F, $R_3 = 5\,\Omega$.



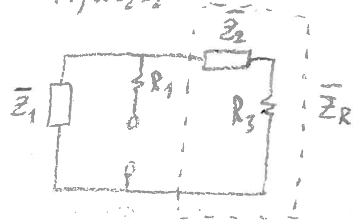
Si calcolino:

(a) L'equivalente di Thévenin della rete vista dal generatore di tensione;

(b) L'andamento nel tempo della potenza istantanea assorbita dal resistore R_1. Sullo stesso asse dei tempi, tracciare anche l'andamento della tensione v_s.

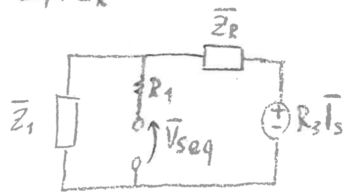
$\bar{V}_s = 100\ V$ $\quad \bar{I}_s = -j5\ A$ $\quad \omega = 2\pi f$ $\quad \bar{Z}_1 = \dfrac{j\omega L_1}{1-\omega^2 L_1 C_1} = j39{,}55\,\Omega$ $\quad \bar{Z}_2 = \dfrac{R_2}{1+j\omega C_2 R_2} = 5{,}002 - j7{,}072\,\Omega$

$\bar{Z}_R = \bar{Z}_2 + R_3 = 10{,}002 - j7{,}072\,\Omega$ CONSIDERANDO LA RETE PASSIVA:



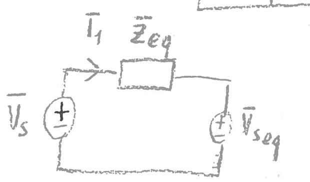
IMPEDENZA DI THEVENIN: $\bar{Z}_{eq} = R_1 + \dfrac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_R}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_R} = 15{,}63 - j4{,}331\,\Omega$

CALCOLO TENSIONE DI THEVENIN:



$\bar{V}_{seq} = R_3 \bar{I}_s \dfrac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_R} = 8{,}838 - j27{,}81\ V$

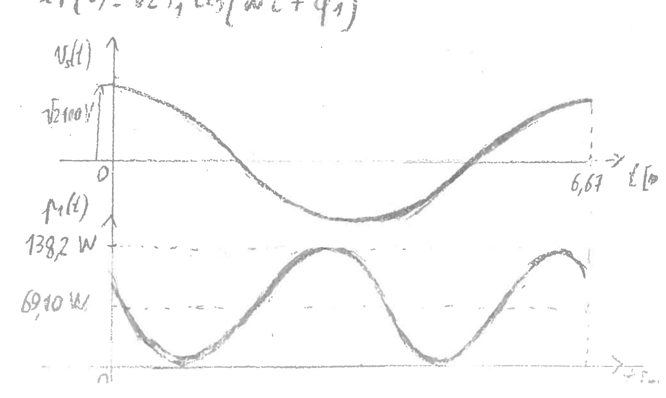
SI OTTIENE LA RETE:



LA CORRENTE $\bar{I}_1$ È QUELLA CHE CIRCOLA IN R_1, R_1 E $\bar{V}_s$ SONO IN SERIE NEL CIRCUITO INIZIALE

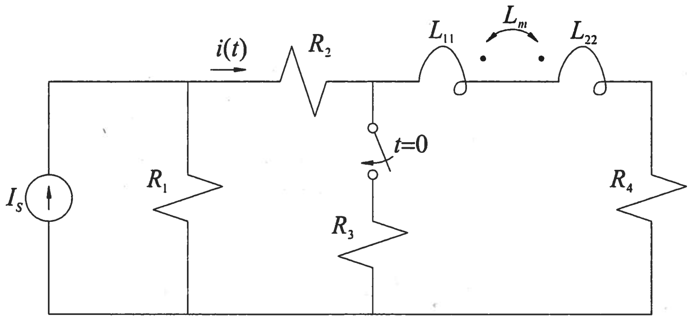
$\bar{I}_1 = \dfrac{\bar{V}_s - \bar{V}_{seq}}{\bar{Z}_{eq}} = 4{,}600 + j3{,}154\ A = 5{,}878 \angle 32{,}45^\circ = I_1 e^{j\varphi_1}$ $\quad i_1(t) = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

POTENZA DISSIPATA $\quad p_1(t) = R_1 i_1^2(t) = \underbrace{R_1 I_1^2}_{P = 69{,}10\,W} \left[1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_1)\right]$



Domanda 2 (7 punti)

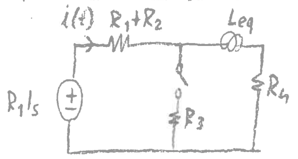
Sia dato il circuito in regime transitorio di figura in cui: $I_S = 8\,\text{A}$, $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$, $R_3 = 15\,\Omega$, $R_4 = 22\,\Omega$, $L_{11} = 50\,\text{mH}$, $L_{22} = 40\,\text{mH}$, $L_m = 20\,\text{mH}$. Si consideri il circuito in regime stazionario per $t < 0$, mentre in $t = 0$ si verifica la chiusura dell'interruttore.



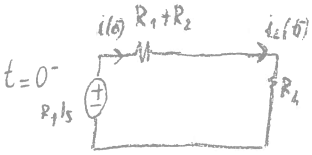
Determinare l'espressione analitica della corrente $i(t)$ e rappresentarne l'andamento nel tempo su un grafico a partire da $t < 0$.

MUTUO INDUTTORE IN SERIE CONTROVERSA $L_{eq} = L_{11} + L_{22} - 2L_m = 50\,mH$

IL CIRCUITO DIVENTA:

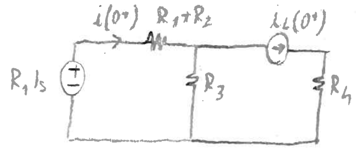


$t = 0^-$



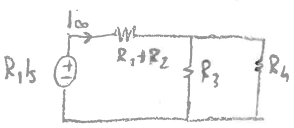
$$i_L(0^-) = i(0^-) = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2 + R_4} = 1{,}379\,A$$

$t = 0^+ \rightarrow i_L(0^-) = i_L(0^+)$ SOVRAPPONENDO GLI EFFETTI:



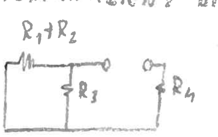
$$i(0^+) = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2 + R_3} + i_L(0^+)\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 2{,}759\,A$$

$t \to \infty$

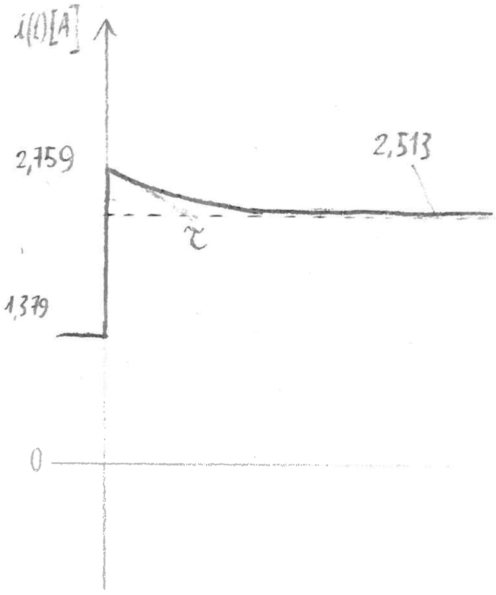


$$I_\infty = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = 2{,}513\,A$$

DETERMINAZIONE DI τ:



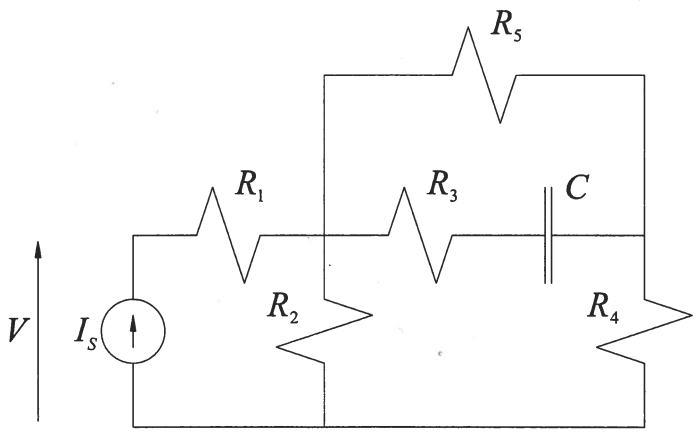
$$R_{eq} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 \qquad \tau = \frac{L_{eq}}{R_{eq}} = 1{,}868\,ms$$



$$i(t) = \begin{cases} 1{,}379\,A & \text{se } t < 0 \\ \left(i(0^+) - I_\infty\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + I_\infty = \left(0{,}2459\,e^{-\frac{t}{\tau}} + 2{,}513\right) A & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$$

Domanda 3 (5 punti)

Sia dato il circuito in regime stazionario della figura seguente in cui: $I_{S_1} = 5\,\mathrm{A}$, $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 30\,\Omega$, $R_3 = 10\,\Omega$, $R_4 = 2\,\Omega$, $R_5 = 7\,\Omega$, $C = 20\,\mu\mathrm{F}$.

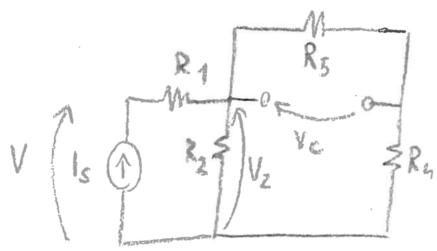


Si calcolino:

(a) L'energia accumulata nel condensatore;

(b) La tensione V ai capi del generatore di corrente.

IN REGIME STAZIONARIO, LE CORRENTI NEI CONDENSATORI SONO NULLE; ANCHE LA CORRENTE IN R_3 SARÀ NULLA COSÌ COME LA TENSIONE AI SUOI CAPI.



V_C È LA TENSIONE AI CAPI DEL CONDENSATORE C

$$V_2 = I_S \cdot \frac{R_2(R_5+R_4)}{R_2+R_5+R_4} = 34{,}62\,V$$

$$V_C = V_2 \cdot \frac{R_5}{R_4+R_5} = 26{,}92\,V$$

ENERGIA W NEL CONDENSATORE : $W = \frac{1}{2} C V_C^2 = 7{,}249\,mJ$

$V = V_2 + R_1 I_S = 59{,}62\,V$